

Total No. of Questions : 40]

Code No. **35**

Total No. of Printed Pages : 16]

March, 2010

MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

Time : 3 Hours 15 Minutes]

[Max. Marks : 100

(Kannada Version)

- ಸೂಚನೆ :**
- ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ **A, B, C, D** ಮತ್ತು **E** ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.
 - ವಿಭಾಗ - **A** ಗೆ 10 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **B** ಗೆ 20 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **C** ಗೆ 40 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **D** ಗೆ 20 ಅಂಕಗಳು ಮತ್ತು ವಿಭಾಗ - **E** ಗೆ 10 ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ವಿಭಾಗ - A

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

10 × 1 = 10

1. $a | b$ ಮತ್ತು $b | c$ ಆದಾಗ $a | c$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

2. $B + A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $B - A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ ಆದಾಗ, A ಯನ್ನು

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. * ಕ್ರಿಯೆಯು $a * b = \frac{ab}{2} \quad \forall a, b \in \mathcal{Q}^+$ ನಿರೂಪಿತವಾದಲ್ಲಿ, ಎಲ್ಲಾ ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯಾ

ಗಣ \mathcal{Q}^+ ನಲ್ಲಿ ಅನನ್ಯತಾಂಶವನ್ನು (ತತ್ಸಮಕ ಅವಯವವನ್ನು) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[Turn over

4. $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ ಎರಡು ಸದಿಶಗಳಾದಾಗ \vec{a} .
 \vec{b} ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. $kx^2 + 2hxy + 4y^2 - 2x + 3y - 7 = 0$ ಸಮೀಕರಣವು ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ
 h ಮತ್ತು k ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. $x = at^2$ ಮತ್ತು $y = 2at$ ಪ್ರಮಿತಿಯ ಸಮೀಕರಣದಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಶಂಕುಜದ
ಉತ್ಕೇಂದ್ರತೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

7. $\sin \left[\frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{4}{5} \right) \right]$ ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. $[1 + \cos \theta + i \sin \theta]$ ಎಂಬುದರ ಕೋನಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. $y = \log_e e^{(1 + \sin x)}$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10. $\int_0^{\pi/4} \sec^2 x \, dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - B

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

10 × 2 = 20

11. 72 ರ ಎಲ್ಲಾ ಧನಾತ್ಮಕ ವಿಭಾಜಕಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y & 5 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = I$ ಆಗಿದ್ದು, I ಏಕಮಾನ ಮಾತೃಕೆ ಆಗಿದ್ದರೆ x ಮತ್ತು y ಗಳ

ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

13. ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡ್ಯೂಲೊ 10 ರಲ್ಲಿ $G = \{ 2, 4, 6, 8 \}$ ರ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು

ತತ್ಸಮಕ ಧಾತುವನ್ನು (ಏಕದವನ್ನು) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

14. $2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ಮತ್ತು $4\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}$ ಎಂಬ ಸದಿಶಗಳು ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು

ಆಸನ್ನ ಬಾಹುಗಳಾದರೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

15. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$ ಮತ್ತು $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 13 = 0$ ಎಂಬ ಎರಡು

ವೃತ್ತಗಳು ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವುದೆಂದು ತೋರಿಸಿ.

16. $9x^2 - 4y^2 + 18x - 8y - 31 = 0$ ಅತಿಪರವಲಯದ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17. $2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{5} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{12}{5} \right) = \frac{\pi}{2}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

18. $x = \cos 4\theta + i \sin 4\theta$ ಆದರೆ,

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2 \cos 2\theta \text{ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.}$$

19. $x = a \theta$, $y = \frac{a}{\theta}$ ಆದರೆ,

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 0 \text{ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.}$$

20. ಒಂದು ಕಣವು ಸರಳರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವಾಗ ಅದರ ದೂರವು $s = 4t^3 - 6t^2 + t - 7$

ಮೂಲಮಾನ ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ $t = 2$ ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಂತರ ಅದರ ವೇಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

21. $\int \frac{\log x}{x^2} dx$ ಇದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22. $\frac{d^2 y}{dx^2} = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}$ ಸಮೀಕರಣದ ದರ್ಜೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - C

I. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : 3 × 5 = 15

23. 506 ಮತ್ತು 1155 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. (G.C.D.) ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು $506(a) + 1155(b)$ (a ಮತ್ತು b ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು) ರೂಪದಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ ಹಾಗೂ ಈ ನಿರೂಪಣೆ ಏಕಮೇವವಾಗಿಲ್ಲ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. 5

24. a) $x \neq 0, y \neq 0$ ಮತ್ತು $z \neq 0$ ಆಗಿದ್ದು
$$\begin{bmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1+z \end{bmatrix} = 0$$
 ಆದರೆ, $1 + \sum \frac{1}{x} = 0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. 3

b) ಕ್ರೇಮರ್‌ನ ನಿಯಮದಂತೆ ಬಿಡಿಸಿ :

$$2x - 3y = 5$$

$$7x - y = 8.$$

2

25. ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎಲ್ಲಾ 2×2 ಶ್ರೇಣಿಯ ವರ್ಗ ಮಾತೃಕೆಗಳ ಗಣ M , ಮಾತೃಕೆಗಳ ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪರಿವರ್ತನೆಯ ಸಮುದಾಯವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 5

26. a) $\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = -2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸದಿಶಗಳಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವಂತೆ ಹಾಗೂ ಪರಿಮಾಣ 12 ಹೊಂದಿರುವ ಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) $\vec{a} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$ ಆದಾಗ \vec{a} ಸದಿಶವು \vec{b} ಸದಿಶದ ಮೇಲೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

II. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : 2 × 5 = 10

27. a) ಸರಳರೇಖೆ $y = mx + c$ ಯು $x^2 + y^2 = a^2$ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಲು ಬೇಕಾದ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು $c^2 = a^2 (1 + m^2)$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) $3x^2 + 3y^2 - 9x + 6y - 1 = 0$ ಮತ್ತು $2x^2 + 2y^2 - 8x + 16y - 3 = 0$ ವೃತ್ತಗಳ ಮೂಲಾಕ್ಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

28. a) ನಿಯತ ರೇಖೆ $x + 2 = 0$, ಅಕ್ಷ $y = 3$ ಮತ್ತು ನಾಭಿಲಂಬದ ಉದ್ದ 8 ಇರುವ ಪರವಲಯಗಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) ಅತಿಪರವಲಯ $x^2 - 3y^2 - 4x - 6y - 11 = 0$ ದ ಉತ್ಕೇಂದ್ರತೆಯನ್ನು (e) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

29. a) $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ ಆದಾಗ, $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b) $\cos^2 \theta + \cos(2\theta) = 2$ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

III. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

3 × 5 = 15

30. a) ಮೂಲ ತತ್ವದಿಂದ x ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ $\sin(ax)$ ಅನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನಿಸಿ. 3

b) $y = \tan^{-1} \left[\sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} \right]$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

31. a) $y = e^{m \sin^{-1} x}$ ಆದರೆ,

$(1 - x^2) y_2 - xy_1 - m^2 y = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b) $(1, 2)$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ $y^2 = 4x$ ಮತ್ತು $x^2 = 2y - 3$ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

32. a) $x^3 y^2 = a^5$ ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಉಪಲಂಬದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಉಪಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು x -ನಿರ್ದೇಶಕದಂತೆ ಅನುಪಾತೀಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b) $\int \frac{\sec x (1 + \tan x)}{e^{-x}} dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

33. a) $\int \frac{dx}{13 + 12 \cos x}$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) $\int \frac{dx}{\sqrt{8 - 6x - 9x^2}}$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

34. ಸಮಕೋನ ವಿಧಾನದಿಂದ $x^2 + y^2 = 6$ ವೃತ್ತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 5

ವಿಭಾಗ - D

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

2 × 10 = 20

35. a) ದೀರ್ಘವೃತ್ತವನ್ನು ಒಂದು ಬಿಂದುಪಥವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b)$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 6

b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ, ಕೇಲಿ - ಹ್ಯಾಮಿಲ್ಟನ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ A^{-1}

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4

36. a) ಎಲ್ಲಾ ಪರಿಮೇಯ ಸೂಚಕಾಂಕಗಳಿಗೆ ಡಿಮೋಯ್ಡರೆ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ. 6

b) ಸದಿಶ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು

$$\sin (A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \text{ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.}$$

4

37. a) ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು a ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅಂತರ್ಲೇಖಿಸಿ, ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ ಗರಿಷ್ಠವಾಗಬೇಕಾದರೆ ಅದು $a\sqrt{2}$ ಬಾಹುವಿನ ಚೌಕವಾಗಿರಬೇಕೆಂದು ತೋರಿಸಿ. 6

b) $(\sqrt{3} - 1) \cos x + (\sqrt{3} + 1) \sin x = \sqrt{2}$ ಎಂಬುದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

38. a) $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 6

b) ಚರಾಂಕಗಳನ್ನು ವಿಂಗಡಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ $e^y \frac{dy}{dx} + x^2 = x^2 e^y$ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

[Turn over

ವಿಭಾಗ - E

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

1 × 10 = 10

39. a) $\sqrt{3} - i$ ಯ ಮಿಶ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಮೂಲಗಳನ್ನು ಆರ್ಗಾಂಡ್ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿ. 4

b) $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 9 = 0$ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ (0, 1) ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅಧಿಸಿದ ಜ್ಯಾದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

c) $2x \equiv 2 \pmod{6}$ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಸ್ಪರ ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲದ ಪರಿಹಾರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

40. a) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ಮತ್ತು $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 7$ ಆದರೆ, \vec{a} ಮತ್ತು \vec{b} ಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

b) $\int \sec^3(2x) dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

c) $y = \log_5(\sqrt{\sec x})$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

(English Version)

Instructions : i) The question paper has *five Parts – A, B, C, D and E.*
Answer all the parts.

ii) **Part – A** carries 10 marks, **Part – B** carries 20 marks,
Part – C carries 40 marks, **Part – D** carries 20 marks and
Part – E carries 10 marks.

PART – A

Answer *all* the *ten* questions :

10 × 1 = 10

1. If $a \mid b$ and $b \mid c$ then prove that $a \mid c$.
2. If $B + A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ and $B - A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$, find A.
3. Find the identity element in the set of all positive rationals \mathcal{Q}^+ , $*$ is defined by $a * b = \frac{ab}{2} \quad \forall a, b \in \mathcal{Q}^+$.
4. If the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$, find $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
5. Find the values of h and k for the equation

$kx^2 + 2hxy + 4y^2 - 2x + 3y - 7 = 0$ to represent a circle.

[Turn over

6. Write the eccentricity of the conic section represented by the parametric equations $x = at^2$ and $y = 2at$.
7. Evaluate $\sin \left[\frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{4}{5} \right) \right]$.
8. Find the amplitude of $[1 + \cos \theta + i \sin \theta]$.
9. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \log_e e^{(1 + \sin x)}$.
10. Evaluate $\int_0^{\pi/4} \sec^2 x \, dx$.

PART – BAnswer any *ten* questions :

10 × 2 = 20

11. Find the sum of all positive divisors of 72.
12. If $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y & 5 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = I$ where I is the identity matrix, find x and y .
13. Write the composition table for $G = \{ 2, 4, 6, 8 \}$ under multiplication modulo 10 and find the identity element.
14. Find the area of the triangle whose two adjacent sides are determined by the vectors $2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ and $4\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}$.

15. Show that the two circles $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$ and

$x^2 + y^2 + 2x - 8y + 13 = 0$ touch each other externally.

16. Find the centre of the hyperbola $9x^2 - 4y^2 + 18x - 8y - 31 = 0$.

17. Prove that

$$2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{5} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{12}{5} \right) = \frac{\pi}{2} .$$

18. If $x = \cos 4\theta + i \sin 4\theta$, show that $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2 \cos 2\theta$.

19. If $x = a\theta$, $y = \frac{a}{\theta}$, show that $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 0$.

20. A particle is travelling in a straight line whose distance is given by

$s = 4t^3 - 6t^2 + t - 7$ units. Find the velocity of the particle after

$t = 2$ seconds.

21. Evaluate $\int \frac{\log x}{x^2} dx$.

22. Find the order and degree of the differential equation,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} .$$

[Turn over

PART – CI. Answer any *three* questions :

3 × 5 = 15

23. Find the G.C.D. of 506 and 1155 and express it in the form of $506(a) + 1155(b)$ (where a and b are integers). Also show that the expression is not unique. 5

24. a) If
$$\begin{bmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1+z \end{bmatrix} = 0$$
 where, $x \neq 0$, $y \neq 0$ and $z \neq 0$ then show that $1 + \sum \frac{1}{x} = 0$. 3

b) Solve by Cramer's Rule : $2x - 3y = 5$, $7x - y = 8$. 2

25. Prove that the set M of all 2×2 matrices with elements of real numbers form an Abelian group with respect to addition of matrices. 5

26. a) Find the vector of magnitude 12 units which is perpendicular to both the vectors $\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = -2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$. 3

b) If $\vec{a} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$ are two vectors, find the projection of \vec{a} on \vec{b} . 2

II. Answer any *two* questions :

$2 \times 5 = 10$

27. a) Derive the condition for the line $y = mx + c$ to be a tangent to the circle $x^2 + y^2 = a^2$ in the form $c^2 = a^2 (1 + m^2)$. 3

b) Find the radical axis of the circles $3x^2 + 3y^2 - 9x + 6y - 1 = 0$ and $2x^2 + 2y^2 - 8x + 16y - 3 = 0$. 2

28. a) Find the equations of the parabolas whose directrix is $x + 2 = 0$, axis is $y = 3$ and the length of the latus rectum is 8 units. 3

b) Find the eccentricity of the hyperbola

$$x^2 - 3y^2 - 4x - 6y - 11 = 0. \quad 2$$

29. a) If $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$, then prove that

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1. \quad 3$$

b) Find the general solution of the equation

$$\cos^2 \theta + \cos (2\theta) = 2. \quad 2$$

III. Answer any *three* of the following questions :

$3 \times 5 = 15$

30. a) Differentiate $\sin(ax)$ with respect to x from the first principle. 3

b) Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \tan^{-1} \left[\sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} \right]$. 2

[Turn over

31. a) If $y = e^{m \sin^{-1} x}$, prove that $(1 - x^2) y_2 - xy_1 - m^2 y = 0$.

3

b) Find the angle between the curves $y^2 = 4x$ and $x^2 = 2y - 3$ at the point $(1, 2)$.

2

32. a) Find the length of sub-normal to the curve $x^3 y^2 = a^5$ at any point on it. Also show that length of sub-tangent varies directly as abscissa at that point.

3

b) Evaluate $\int \frac{\sec x (1 + \tan x)}{e^{-x}} dx$.

2

33. a) Evaluate $\int \frac{dx}{13 + 12 \cos x}$.

3

b) Evaluate $\int \frac{dx}{\sqrt{8 - 6x - 9x^2}}$.

2

34. Find the area of the circle $x^2 + y^2 = 6$ by integration method.

5

PART - D

Answer any *two* of the following questions :

$2 \times 10 = 20$

35. a) Define an ellipse as a locus and derive its equation in standard form $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b)$.

6

b) Find A^{-1} using Cayley-Hamilton theorem if $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$.

4

36. a) State and prove De Moivre's theorem for rational index. 6

b) Prove by vector method

$$\sin (A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B. \quad 4$$

37. a) Show that rectangle of maximum perimeter which can be inscribed in a circle of radius a is a square of side $a\sqrt{2}$. 6

b) Find the general solution of

$$(\sqrt{3} - 1) \cos x + (\sqrt{3} + 1) \sin x = \sqrt{2}. \quad 4$$

38. a) Evaluate $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$. 6

b) Solve by the method of separation of variables the differential equation $e^y \frac{dy}{dx} + x^2 = x^2 e^y$. 4

PART - E

Answer any one of the following questions :

1 × 10 = 10

39. a) Find the cube roots of the complex number $\sqrt{3} - i$ and express them in an Argand diagram. 4

b) Find the equation of the chord of the circle

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 9 = 0 \text{ bisected at } (0, 1). \quad 4$$

c) Find the number of incongruence solutions and the incongruence solution of $2x \equiv 2 \pmod{6}$. 2

[Turn over

40. a) If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ and $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 7$,

then find the angle between the vectors \vec{a} and \vec{b} . 4

b) Find $\int \sec^3 (2x) dx$. 4

c) If $y = \log_5 (\sqrt{\sec x})$, find $\frac{dy}{dx}$. 2

=====