समय : 3 घण्टे
Time : 3 Hours

पेपर-1
PAPER-1

Code 3

महत्तम अंक : 180
Max. Marks : 180

कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढें। आपको 5 मिनट विशेष रूप से इस काम के लिए दिये गये हैं।
Please read the instructions carefully. You are allotted 5 minutes specifically for this purpose.

निर्देश / INSTRUCTIONS :	
A. सामान्य : 1. यह पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहरें तब तक न तोडें जब तक निरीक्षकों के द्वारा इसका निर्देश न दिया जाये।	**A. General :** This booklet is your Question Paper. Do not break the seals of this booklet before being instructed to do so by the invigilators.
2. प्रश्नपत्र का कोड (CODE) इस पष्ठ के ऊपरी दाएँ कोने और इस पुस्तिका के पिछले पष्ठ (पष्ठ संख्या **44**) पर छपा है।	The question paper CODE is printed on the right hand top corner of this sheet and on the back page (Page No. **44**) of this booklet.
3. कच्चे काम के लिये खाली पष्ठ और खाली जगह इस पुस्तिका में ही है। कच्चे काम के लिए कोई अतिरिक्त कागज नहीं दिया जायेगा।	Blank spaces and blank pages are provided in the question paper for your rough work. No additional sheets will be provided for rough work.
4. कोरे कागज, क्लिप बोर्ड (CLIP BOARD), लॉग तालिका, स्लाइडरूल, कैल्कुलेटर, कैमरा, सेलफोन, पेजर और किसी प्रकार के इलेक्ट्रानिक उपकरण परीक्षा कम में अनुमत नहीं है।	Blank papers, clipboards, log tables, slide rules, calculators, cameras, cellular phones, pagers, and electronic gadgets are NOT allowed inside the examination hall.
5. इस पुस्तिका के पिछले पष्ठ पर दिए गए स्थान में अपना नाम और रोल नम्बर लिखिए।	Write you name and roll number in the space provided on the back cover of this booklet.
6. प्रश्नों के उत्तर और अपनी व्यक्तिगत जानकारियाँ एक दो–भाग कार्बन रहित कागज, जो अलग से दिया जायेगा, पर भरी जायेंगी। परीक्षा समाप्ति के के बाद निरीक्षक के निर्देश पर ही यह भाग अलग करने हैं। ऊपरी पष्ट मशीन–जाँच ऑब्जक्टिव रेस्पांस शीट (ओर.आर.एम., ORS) है जो निरीक्षक द्वारा वापस ले ली जायेगी। निचला पष्ठ आप परीक्षा के बाद अपने साथ ले जा सकते हैं।	Answers to the questions and personal details are to be filled on a two-part carbon-less paper, which is provided separately. These parts should only be separated at the end of the examination when instructed by the invigilator. The upper sheet is a machine-gradable Objective Response *Sheet* (ORS) which will be retained by the invigilator. You will be allowed to take away the bottom sheet at the end of the examination.
7. ऊपरी मूल पष्ठ के बुलबुलों (BUBBLES) को काले बॉल प्वाइंट कलम से काला करें। इतना दबाव डालें कि निचले डुप्लीकेट पष्ठ पर निशान बन जाये।	**Using a black ball point pen, darken the bubbles on the upper original sheet.** Apply sufficient pressure so that the impression is created on the bottom sheet.
8. ओ.आ.एस. (ORS) या इस पुस्तिका में हेर–फेर/विकृति न करें।	DO NOT TAMPER WITH/MUTILATE THE ORS OR THE BOOKLET.
9. इस पुस्तिका की मुहरें तोड़ने के पश्चात् कृपया जाँच लें कि इसमें **44** पष्ठ हैं और सभी **60** प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पडे जा सकते हैं। सभी खंडों के प्रारंभ में दिये हुए निर्देशों को ध्यान से पढें।	On breaking the seals of the booklet check that it contains **44** pages and all the **60** questions and corresponding answer choices are legible. Read carefully the Instructions printed at the beginning of each section.
B. ओर.आर.एस (ORS) के दाएँ भाग को भरना **10.** ओ.आर.एस के दाएँ और बाएँ भाग में भी कोड छपे हुए हैं।	**B. Filling the Right Part of the ORS** The ORS has CODE printed on its left and right parts.
11. जाँच लें कि ओ.आर.एस० (दोनों पष्ठों) पर छपा कोड इस पुस्तिका पर छपे कोड के समान ही है और निर्धारित जगह में अपने हस्ताक्षर करके यह जाँच करना स्वीकार करें।	Check that the same CODE is printed on the ORS (on both sheets) is the same as that on this booklet and put your signature affirming that you have verified this.
12. यदि कोड भिन्न हैं तो इस पुस्तिका को बदलने की माँग करें।	IF THE CODES DO NOT MATCH, ASK FOR A CHANGE OF THE BOOKLET.

www.examrace.com

PART - I PHYSICS

SECTION-1 : (Only One option correct type)

खण्ड–1 : (केवल एक सही विकल्प प्रकार)

This section contains **10 multiple choice qustions**. Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONLY ONE** is correct.

इस खण्ड में 10 बहुविकल्प प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) है, जिनमें से केवल एक सही है।

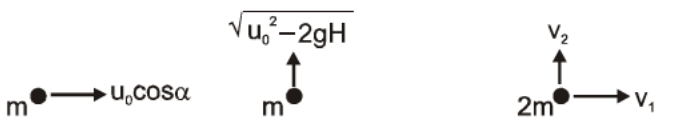
1. A particle of mass m is projected from the ground with an initial speed u_0 at an angle α with the horizontal. At the highest point of its trajectory, it makes a completely inelastic collision with another identical particle, which was thrown vertically upward from the ground with the same initial speed u_0. The angle that the composite system makes with the horizontal immediately after the collision is :

एक m द्रव्यमान के कण को प्रारम्भिक गति u_0 से क्षैतिज से α–कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। यह कण प्रक्षेप्य पथ के उच्चतम बिन्दु पर एक समान द्रव्यमान के कण के साथ पूर्णतः अप्रत्यास्थ संघट्ट करता है, जोकि भूतल से ऊर्ध्वाधर दिशा में समान प्रारम्भिक गति u_0 से फेंका गया था। संयुक्त निकाय संघट्ट के तत्काल बाद क्षैतिज से निम्न कोण बनाएगा :

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{4}+a$ (C) $\frac{\pi}{4}-a$ (D) $\frac{\pi}{4}$

Ans. (A)

Sol. At the highest point



before collision after collision

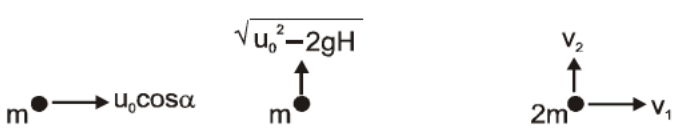
$v_1 = \frac{u_0 \cos\alpha}{2}$ (by applying momentum conservation in horizontal direction)

$v_2 = \frac{u_0 \cos\alpha}{2}$ (by applying momentum conservation in vertical direction)

$(H = \frac{u_0^2 \sin^2\alpha}{2g})$

$\theta = 45°$

Hindi उच्चतम बिन्दु पर



टक्कर के पहले टक्कर के बाद

$v_1 = \frac{u_0 \cos\alpha}{2}$ (क्षैतिज दिशा में संवेग संरक्षण लगाने पर)

$v_2 = \frac{u_0 \cos\alpha}{2}$ (ऊर्ध्वाधर दिशा में संवेग संरक्षण लगाने पर)

$(H = \frac{u_0^2 \sin^2\alpha}{2g})$

$\theta = 45°$

www.examrace.com

2. The image of an object, formed by a plano-convex lens at a distance of 8 m behind the lens, is real and is one-third the size of the object. The wavelength of light inside the lens is $\frac{2}{3}$ times the wavelength in free space. The radius of the curved surface of the lens is :

एक समतल उत्तल लैन्स एक वास्तविक प्रतिबिम्ब लैन्स के 8m पीछे बनाता है जो कि वस्तु के आकार का एक तिहाई है। लैन्स के अन्दर प्रकाश की तरंगदैर्ध्य निर्वात की तरंगदैर्ध्य से $\frac{2}{3}$ गुना है। लैन्स के गोलीय वक्रित पष्ठ की वक्रता त्रिज्या है :

(A) 1 m (B) 2 m (C) 3 m (D) 6 m

Ans. (C)

Sol. v = 8 m (magnification = $-\frac{1}{3} = \frac{v}{u}$)

u = –24m

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{3}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R}\right)$$

R = 3m

Hindi v = 8 m (आवर्धन = $-\frac{1}{3} = \frac{v}{u}$)

u = –24m

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{3}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R}\right)$$

R = 3m

3. The diameter of a cylinder is measured using a vernier callipers with no zero error. It is found that the zero of the vernier scale lies between 5.10 cm and 5.15 cm of the main scale. The vernier scale has 50 division equivalent to 2.45 cm. The 24th division of the vernier scale exactly coincides with one of the main scale divisions. The diameter of the cylinder is :

एक बेलन का व्यास मापने के लिए शून्य त्रुटि रहित एक वर्नियर कैलिपर्स का उपयोग होता है। मापने के दौरान पैमाने का शून्य, मुख्या पैमाने के 5.10 cm और 5.15 cm के बीच में पाया जाता है। वर्नियर पैमाने 50 भाग 2.45 cm के तुल्य है। इस वर्नियर पैमाने का चौबीसवाँ (24th) भाग मुख्य पैमाने के एक भाग से सटीक सम्पाती होता है। बेलन का व्यास है :

(A) 5.112 cm (B) 5.124 cm (C) 5.136 cm (D) 5.148 cm

Ans. (B)

Sol. 50 VSD = 2.45 cm

$$1 \text{ VSD} = \frac{2.45}{50} \text{ cm} = 0.049 \text{ cm}$$

Least count of vernier = 1MSD – 1 VSD
= 0.05 cm – 0.049 cm
= 0.001 cm

Thickness of the object = Main scale reading + vernier scale reading × least count
= 5.10 + (24) (0.001)
= 5.124 cm.

Hindi. 50 VSD = 2.45 cm

$$1 \text{ VSD} = \frac{2.45}{50} \text{ cm} = 0.049 \text{ cm}$$

वर्नीयर का अल्पतमांक = 1MSD – 1 VSD
= 0.05 cm – 0.049 cm

www.examrace.com

= 0.001 cm

वस्तु की मोटाई = मुख्य पैमाने का पाठ्यांक + वर्नियर पैमाने का पाठ्यांक × अल्पतमांक

= 5.10 + (24) (0.001)

= 5.124 cm.

4. The work done on a particle of mass m by a force, $K\left[\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}}\hat{i}+\frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}}\hat{j}\right]$ (K being a constant of appropriate dimensions), when the particle is taken from the point (a, 0) to the point (0, a) along a circular path of radius a about the origin in the x-y plane is :

एक बल $K\left[\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}}\hat{i}\frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}}\hat{j}\right]$ (K एक उचित विमा का स्थिरांक है), एक m द्रव्यमान के कण को (a,0) बिन्दु से (0,a) बिन्दु तक एक a त्रिज्या के वत्तीय पथ पर ले जाता है, जिसका केन्द्र x–y तल का मूल बिन्दु है। इस बल द्वारा किया गया कार्य निम्न है :

(A) $\frac{2K\pi}{a}$ (B) $\frac{K\pi}{a}$ (C) $\frac{K\pi}{2a}$ (D) 0

Ans. (D)

Sol. suppose $x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

force on particle is $\frac{K}{r^3}\left(r\cos\theta\hat{i}+r\sin\theta\hat{j}\right)$

force is in radial direction so work done by this force along given path (circle) is zero.

Hindi. माना कि $x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

कण पर बल $\frac{K}{r^3}\left(r\cos\theta\hat{i}+r\sin\theta\hat{j}\right)$ है

बल त्रिज्य दिशा में है अतः दिये गये वत्तीय पथ के अनुदिश इस बल द्वारा किया गया कार्य शून्य है

5. One end of a horizontal thick copper wire of length 2L and radius 2R is welded to an end of another horizontal thin copper wire of length L and radius R. When the arrangement is stretched by a applying forces at two ends, the ratio of the elongation in the thin wire to that in the thick wire is :

एक 2L लम्बाई व 2R त्रिज्या के मोटे क्षैतिज तार के एक सिरे को L लम्बाई व R त्रिज्या वाले एक पतले क्षैतिज तार से वेल्डिंग के द्वारा जोडा गया है। इस व्यवस्था के दोंनो सिरों पर बल लगाकर ताना जाता है। पतले व मोटे तारों में तरंगदैर्ध्य वद्धि का अनुपात निम्न है :

(A) 0.25 (B) 0.50 (C) 2.00 (D) 4.00

Ans. (C)

www.examrace.com

Sol. $Y = \dfrac{\left(\dfrac{F}{A}\right)}{\dfrac{\Delta\ell_1}{L}}$ ...(i)

$Y = \dfrac{\left(\dfrac{F}{4A}\right)}{\dfrac{\Delta\ell_2}{2L}}$ ...(ii)

$\dfrac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2} = 2$

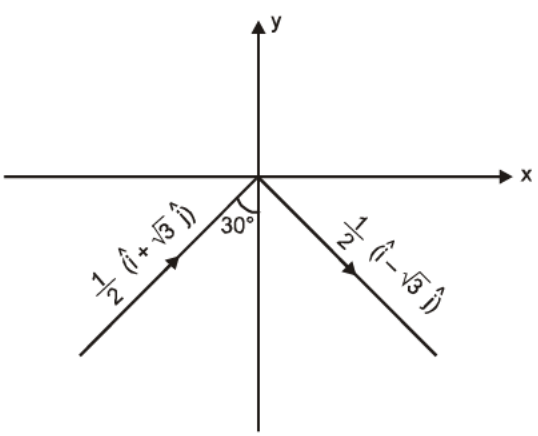
6. A ray of light travelling in the direction $\frac{1}{2}\left(\hat{i}+\sqrt{3}\hat{j}\right)$ is incident on a plane mirror. After reflection, it travels along the direction $\frac{1}{2}\left(\hat{i}-\sqrt{3}\hat{j}\right)$. The angle of incidence is :

एक समतल दर्पण पर आपतित प्रकाश किरण की प्रगामी दिशा $\frac{1}{2}\left(\hat{i}+\sqrt{3}\,\hat{j}\right)$ है। परावर्तन के बाद प्रगामी दिशा $\frac{1}{2}\left(\hat{i}-\sqrt{3}\,\hat{j}\right)$ हो जाती है। किरण का आपतन कोण है :

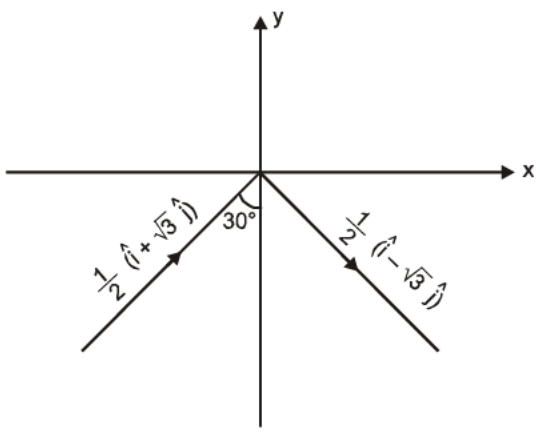
(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75°

Ans. (A)

Sol. Angle between given rays is 120°
so angle of incidence is 30°

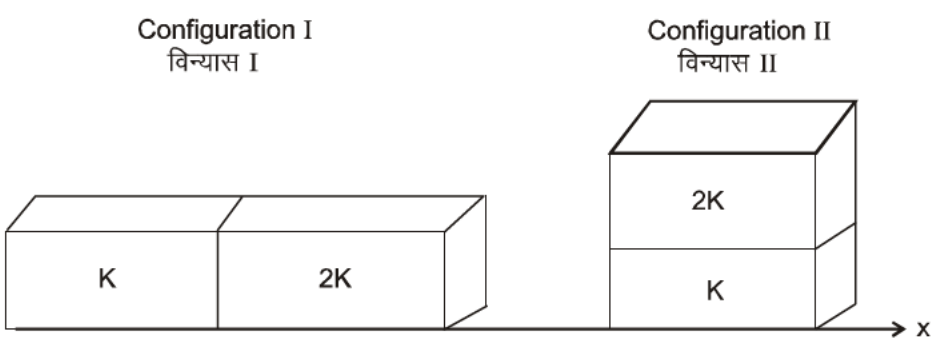


Hindi. दी गई किरणों के मध्य कोण 120° है
अतः आपतन कोण 30° है



7. Two rectangular blocks, having indentical dimensions, can be arranged either in configuration I or in configuration II as shown in the figure, On of the blocks has thermal conductivity k and the other 2k. The temperature difference between the ends along the x-axis is the same in both the configurations. It takes 9s to transport a certain amount of heat from the hot end to the cold end in the configuration I. The time to transport the same amount of heat in the configuration II is :

दो समरूपी आयताकार गुटकों को दर्शाये चित्रानुसार दो विन्यासों I और II में व्यवस्थित किया गया है। गुटकों की ऊष्मा चालकता k व 2k है। दोंनो विन्यासों में x–अक्ष के दोंनो छोरों पर तापमान का अन्तर समान है। विन्यास I में, ऊष्मा की एक निश्चित मात्रा गरम छोर से ठण्डे छोर तक अभिगमन में 9s लेती है। विन्यास II में, समान मात्रा की ऊष्मा के अभिगमन के लिए समय है :



(A) 2.0 s (B) 3.0 s (C) 4.5 s (D) 6.0 s

Ans. (A)

Sol. In configuration 1 equivalent thermal resistance is $\frac{3R}{2}$

In configuration 2 equivalent thermal resistance is $\frac{R}{3}$

Thermal Resistance $\propto$ time taken by heat flow from high temperature to low temperature

www.examrace.com

Hindi. विन्यास 1 में तुल्य तापीय प्रतिरोध $\frac{3R}{2}$ है

विन्यास 2 में तुल्य तापीय प्रतिरोध $\frac{R}{3}$ है

तापीय प्रतिरोध $\propto$ उच्च ताप से निम्न ताप की ओर ऊष्मा प्रवाह में लिया गया समय

8. A pulse of light of duration 100 ns is absorbed completely by a small object initially at rest. Power of the pulse is 30mV and the speed of light is 3×10 ms^{-1}. The final momentum of the object is :

एक छोटी वस्तु, जो प्रारम्भ में विराम अवस्था में है, प्रकाश की 100 ns की एक स्पन्द को पूर्णतया अवशोषित करती है। स्पन्द की शक्ति 30 mW है व प्रकाश की गति 3×10^8 ms^{-1} है। वस्तु का अन्तिम संवेग है :

(A) 0.3×10^{-17} kg ms^{-1} (B) 1.0×10^{-17} kg ms^{-1}

(C) 3.0×10^{-17} kg ms^{-1} (D) 9.0×10^{-17} kg ms^{-1}

Ans. (B)

Sol. Change in momentum = $\frac{\text{power} \times \text{total time}}{\text{speed of light}} = \frac{P \times t}{c}$

1.0×10^{-17} kg × m/s

Hindi. संवेग में परिवर्तन = $\frac{\text{शक्ति} \times \text{कुल समय}}{\text{प्रकाश की चाल}} = \frac{P \times t}{c}$

1.0×10^{-17} kg × m/s

9. In the Young's double slit experiment using a monochromatic light of wavelength λ, the path difference (in terms of an integer n) corresponding to any point having half the peak intensity is :

एक यंग द्वि स्लिट प्रयोग में λ तरंगदैर्ध्य के एकवर्णी प्रकाश का प्रयोग किया जाता है। ऐसे बिन्दु का जिस पर प्रकाश की तीव्रता शिखर तीव्रता की आधी है, पथान्तर है (पूर्णांक n के पदों में) :

(A) $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ (B) $(2n+1)\frac{\lambda}{4}$ (C) $(2n+1)\frac{\lambda}{8}$ (D) $(2n+1)\frac{\lambda}{16}$

Ans. (B)

Sol. For half of maximum intensity

$2I_0 = I_0 + I_0 + 2I_0 \cos\theta$

θ (Phase difference) = $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$.....

Path difference is $\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}$.....$\left(\frac{2n+1}{4}\lambda\right)$

Hindi. अधिकतम तीव्रता की आधी के लिए

$2I_0 = I_0 + I_0 + 2I_0 \cos\theta$

θ (कलांतर) = $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$.....

पथांतर $\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}$.....$\left(\frac{2n+1}{4}\lambda\right)$

www.examrace.com

10. Two non-reactive monoatomic ideal gases have their atomic masses in the ratio 2 : 3. The ratio of their partial pressures, when enclosed in a vessel kept at a constant temperature, is 4 : 3. The ratio of their densities is:
दो अनभिक्रियाशील एक परमाणुक आदर्श गैसों का परमाणु द्रव्यमान 2 : 3 के अनुपात में है। जब इनको एक स्थिरतापीय बर्तन में परिबद्ध किया जाता है, तब इनके आंशिक दाबों का अनुपात 4 : 3 है। इनके घनत्व का अनुपात है :

(A) 1 : 4 (B) 1 : 2 (C) 6 : 9 (D) 8 : 9

Ans. (D)

Sol. $P_1 = \frac{\rho_1 RT}{M_1}$ ...(i)

$P_2 = \frac{\rho_2 RT}{M_2}$ ...(ii)

by (i) and (ii)

$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{8}{9}$

Hindi. $P_1 = \frac{\rho_1 RT}{M_1}$ ...(i)

$P_2 = \frac{\rho_2 RT}{M_2}$ ...(ii)

(i) व (ii) से

$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{8}{9}$

SECTION-2 : (One or more option correct type)

खण्ड–2 : (एक या अधिक सही विकल्प प्रकार)

This section contains **5 multiple choice qustions**. Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONE or MORE** are correct.

इस खण्ड में 5 बहुविकल्प प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) है, जिनमें से केवल एक या अधिक सही है।

---

11. Two non-conducting solid spheres of radii R and 2R, having uniform volume charge densities ρ_1 and ρ_2 respectively, touch each other. The net electric field at a distance 2R from the centre of the smaller sphere, along the line joining the centres of the spheres, is zero. The ratio $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ can be ;

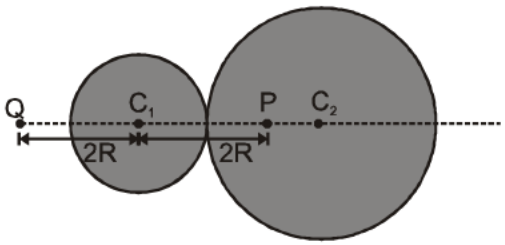
दो R व 2R त्रिज्या वाले अचालक ठोस गोलको को जिन पर क्रमशः ρ_1 तथा ρ_2 एकसमान आयतन आवेश घनत्व है, एक दूसरे से स्पर्श करते हुए रखा गया है। दोंनो गोलकों के केन्द्रों से गुजरती हुई रेखा खींची जाती है। इस रेखा पर छोटे गोलक के केन्द्र से 2R दूरी पर नेट विद्युत क्षेत्र शून्य है। तब अनुपात $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ का मान हो सकता है :

(A) –4 (B) $-\frac{32}{25}$ (C) $\frac{32}{25}$ (D) 4

www.examrace.com

Ans. (B,D)

Sol.



At point P
If resultant electric field is zero
then

$$\frac{KQ_1}{4R^2} = \frac{KQ_2}{8R^3}R$$

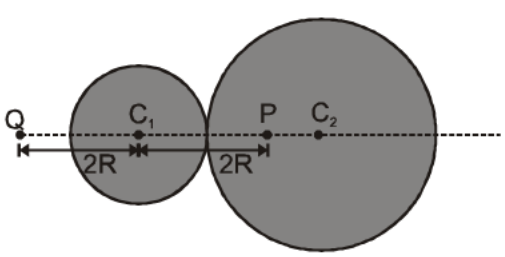
$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = 4$$

At point Q
If resultant electric field is zero
then

$$\frac{KQ_1}{4R^2} + \frac{KQ_2}{25R^2} = 0$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = -\frac{32}{25} \qquad (\rho_1 \text{ must be negative})$$

Sol.



बिन्दु P पर
यदि परिणामी वैद्युत क्षेत्र शून्य है तब

$$\frac{KQ_1}{4R^2} = \frac{KQ_2}{8R^3}R$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = 4$$

बिन्दु Q पर
यदि परिणामी वैद्युत क्षेत्र शून्य है तब

$$\frac{KQ_1}{4R^2} + \frac{KQ_2}{25R^2} = 0$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = -\frac{32}{25} \qquad (\rho_1 \text{ ऋणात्मक होना आवश्यक है })$$

www.examrace.com

12. A horizontal stretched string, fixed at two ends, is vibrating in its fifth harmonic according to the equation, $y(x, t) = (0.01\ m) \sin[(62.8\ m^{-1})x] \cos[(628\ s^{-1})t]$. Assuming $\pi = 3.14$, the correct statement(s) is (are) :

दोंनो सिरों पर परिबद्ध क्षैतिज तनित डोरी पाँचवी गुणवत्ति समीकरण, $y(x, t) = (0.01\ m) \sin[(62.8\ m^{-1})x] \cos[(628\ s^{-1})t]$ द्वारा कम्पित हो रही है। यदि $\pi = 3.14$ मान जाये तब निम्न प्रकथन सही है/हैं

(A) The number of nodes is 5.

(B) The length of the string is 0.25 m.

(C) The maximum displacement of the midpoint of the string its equilibrium position is 0.01 m.

(D) The fundamental frequency is 100 Hz.

(A) निस्पंदो की संख्या 5 है।

(B) डोरी की लम्बाई 0.25 m है।

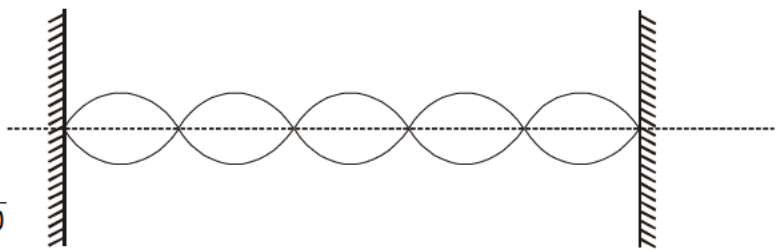
(C) साम्यावस्था से डोरी के मध्य बिन्दु का अधिकतम विस्थापन 0.01 m है।

(D) मूल आवत्ति 100 Hz है।

Ans. (B,C)

Sol. (A) There are 5 complete loops.

Total number of nodes = 6



(B) $\omega = 628\ sec^{-1}$

$$k = 62.8\ m^{-1} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{10}$$

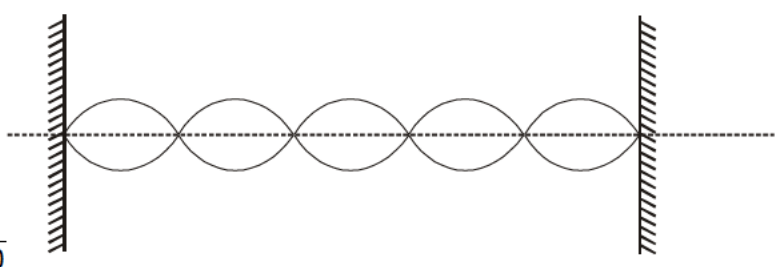
$$v_w = \frac{\omega}{k} = \frac{628}{62.8} = 10\ ms^{-1}$$

$$L = \frac{5\lambda}{2} = 0.25$$

(C) $2A = 0.01$ = maximum amplitude of antinode

(D) $f = \frac{v}{2\ell} = \frac{10}{2 \times 0.25} = 20$ Hz.

Sol. (A) यहाँ पर 5 पूर्ण लूप है।



निस्पन्दों की कुल संख्या = 6

(B) $\omega = 628\ sec^{-1}$

$$k = 62.8\ m^{-1} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{10}$$

$$v_w = \frac{\omega}{k} = \frac{628}{62.8} = 10\ ms^{-1}$$

$$L = \frac{5\lambda}{2} = 0.25$$

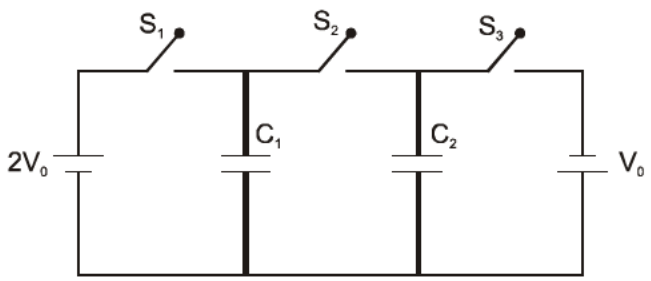
(C) $2A = 0.01$ = प्रस्पन्दों का अधिकतम आयाम

(D) $f = \frac{v}{2\ell} = \frac{10}{2 \times 0.25} = 20$ Hz.

www.examrace.com

13. In the circuit shown in the figure, there are two parallel plate capacitors each of capacitance C. The switch S_1 is pressed first to fully charge the capacitor C_1 and then released. The switch S_2 is then pressed to charge the capacitor C_2. After some time, S_2 is released and then S_3 is pressed. After some time.

चित्र में दर्शाये परिपथ में, दो समानान्तर प्लेटों वाले संधारित्रों में प्रत्येक की धारिता C है। प्रारम्भ में स्विच S_1 को दबाया जाता है ताकि संधारित्र C_1 पूर्ण रूप से आवेशित हो जाए। इसके बाद S_2 को छोड दिया जाता है। इसके पश्चात् संधारित्र C_2 को आवेशित करने के लिये स्विच S_2 को दबाया जाता है। कुछ समय के बाद S_2 को छोडा दिया जाता है तथा S_3 को दबाया जाता है। कुछ समय बाद



(A) the charge on the upper plate of C_1 is $2CV_0$ (B) the charge on the upper plate of C_1 is CV_0
(C) the charge on the upper plate of C_2 is 0 (D) the charge on the upper plate of C_2 is $-CV_0$
(A) C_1 की ऊपरी प्लेट पर $2CV_0$ आवेश है। (B) C_1 की ऊपरी प्लेट पर CV_0 है।
(C) C_2 की ऊपरी प्लेट पर शून्य आवेश है। (D) C_2 की ऊपरी प्लेट पर $-CV_0$ आवेश है।

Ans. (B,D)

Sol. When switch S_1 is released charge on C_1 is $2CV_0$ (on upper plate)
When switch S_2 is released charge on C_1 is CV_0 (on upper plate) and charge on C_2 is CV_0 (on upper plate)
When switch S_3 is released charge on C_1 is CV_0 (on upper plate) and charge on C_2 is $-CV_0$ (on upper plate)

Hindi. जब स्विच S_1 दबाया जाता है, C_1 पर आवेश $2CV_0$ है (ऊपरी प्लेट पर)
जब स्विच S_2 दबाया जाता है, C_1 पर आवेश CV_0 है (ऊपरी प्लेट पर) तथा C_2 पर आवेश CV_0 है (ऊपरी प्लेट पर)
जब स्विच S_3 दबाया जाता है, C_1 पर आवेश CV_0 है (ऊपरी प्लेट पर) तथा C_2 पर आवेश $-CV_0$ है (ऊपरी प्लेट पर)

14. A particle of mass M and positive charge Q, moving with a constant velocity $\vec{u}_1 = 4\,\hat{i}\ ms^{-1}$, enters a region of uniform static magnetic field normal to the x-y plane. The region of the magnetic field extends from x = 0 to x = L for all values of y. After passing through this region, the particle emerges on the other side after 10 milliseconds with a velocity $\vec{u}_2 = 2\left(\sqrt{3}\,\hat{i} + \hat{j}\right)\ ms^{-1}$. The correct statement(s) is (are) :

एक M द्रव्यमान तथा Q धन आवेश का कण, जो $\vec{u}_1 = 4\,\hat{i}\ ms^{-1}$ के एकसमान वेग से गतिशील है, एकसमान स्थिर चुम्बकीय क्षेत्र में x-y तल के अभिलम्बवत् है तथा इसका विस्तार क्षेत्र x = 0 से x = L तक प्रत्येक y के मान के लिए है। इस चुम्बकीय क्षेत्र को यह कण 10 मिली सैकण्ड में पार कर दूसरी ओर $\vec{u}_2 = 2\left(\sqrt{3}\,\hat{i} + \hat{j}\right)\ ms^{-1}$ वेग से प्रकट होता है। सही प्रकथन है/हैं

(A) The direction of the magnetic field is –z direction.
(B) The direction of the magnetic field is +z direction
(C) The magnitude of the magnetic field $\frac{50\pi M}{3Q}$ units.
(D) The magnitude of the magnetic field is $\frac{100\pi M}{3Q}$ units.

(A) चुम्बकीय क्षेत्र –z दिशा में है। (B) चुम्बकीय क्षेत्र +z दिशा में है।
(C) चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण $\frac{50\pi M}{3Q}$ इकाई है। (D) चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण $\frac{100\pi M}{3Q}$ इकाई है।

Ans. (A,C)

www.examrace.com

Sol. Component of final velocity of particle is in positive y direction.
Centre of circle is present on positive y axis. so magnetic field is present in negative z-direction
Angle of deviation is 30° because

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\omega t = \theta$$

$$\theta = \frac{QB}{M}t$$

$$B = \frac{M\theta}{Qt}$$

$$B = \left(\frac{50M\pi}{3Q}\right)$$

Hindi. कण के अन्तिम वेग का घटक धनात्मक y दिशा में है
वत्त का केन्द्र धनात्मक y अक्ष पर उपस्थित है। अतः चुम्बकीय क्षेत्र ऋणात्मक z-दिशा में उपस्थित है
विचलन कोण 30° है क्योंकि

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\omega t = \theta$$

$$\theta = \frac{QB}{M}t$$

$$B = \frac{M\theta}{Qt}$$

$$B = \left(\frac{50M\pi}{3Q}\right)$$

15. A solid sphere of radius R and density ρ is attached to one end of a mass-less spring of force constant k. The other end of the spring is connected to another solid sphere of radius R and density 3ρ. The complete arrangement is placed in a liquid of density 2ρ and is allowed to reach equilibrium. The correct statement(s) is (are)

(A) the net elongation of the spring is $\frac{4\pi R^3\rho g}{3k}$ (B) the net elongation of the spring is $\frac{8\pi R^3\rho g}{3k}$

(C) the light sphere is partially submerged. (D) the light sphere is completely submerged.

एक त्रिज्या R त्रिज्या घनत्व ρ वाले ठोस गोलक को एक द्रव्यमान रहित स्प्रिंग के एक सिरे से जोडा गया है। इस स्प्रिंग का बल नियतांक k है। स्प्रिंग के दूसरे सिरे को दूसरे ठोस गोलक से जोडा गया है जिसकी त्रिज्या R व घनत्व 3ρ है। पूर्ण विन्यास को 2ρ घनत्व के द्रव में रखा जाता है और इसको साम्यावस्था में पहुँचने दिया जाता है। सही प्रकथन है/हैं

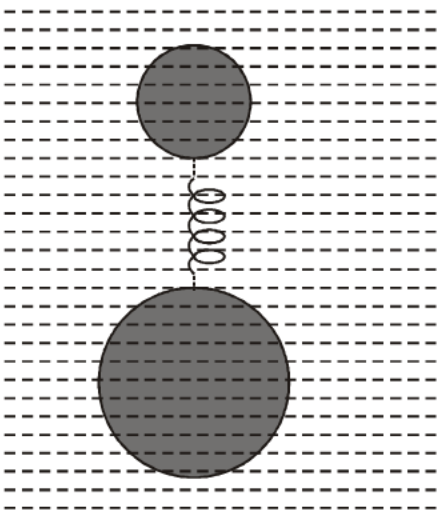
(A) स्प्रिंग की नेट दैर्ध्यवद्धि $\frac{4\pi R^3\rho g}{3k}$ है। (B) स्प्रिंग की नेट दैर्ध्यवद्धि $\frac{8\pi R^3\rho g}{3k}$ है।

(C) हल्का गोलक आंशिक रूप से डूबा हुआ है। (D) हल्का गोलक पूर्ण रूप से डूबा हुआ है।

www.examrace.com

Ans. **(A,D)**

Sol.



On small sphere

$$\frac{4}{3}\pi R^3(\rho)g + kx = \frac{4}{3}\pi R^3(2\rho)g \quad ..(i)$$

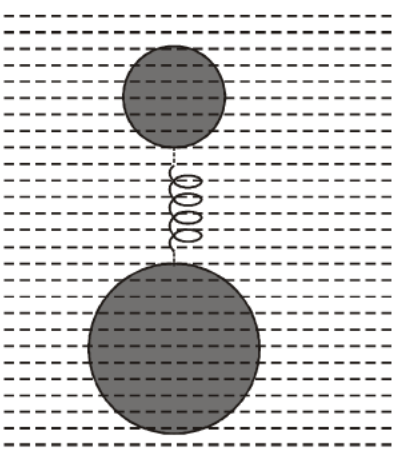
on second sphere (large)

$$\frac{4}{3}\pi R^3(3\rho)g = \frac{4}{3}\pi R^3(2\rho)g + kx \quad ...(ii)$$

by equation (i) and (ii)

$$x = \frac{4\pi R^3\rho g}{3k}$$

Hindi.



छोटे गोले पर

$$\frac{4}{3}\pi R^3(\rho)g + kx = \frac{4}{3}\pi R^3(2\rho)g \quad ..(i)$$

दूसरे बडे गोले पर

$$\frac{4}{3}\pi R^3(3\rho)g = \frac{4}{3}\pi R^3(2\rho)g + kx \quad ...(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) से

$$x = \frac{4\pi R^3\rho g}{3k}$$

www.examrace.com

SECTION-3 : (Integer value correct Type)

खण्ड–3 : (पूर्णांक मान सही प्रकार)

This section contains **5 questions**. The answer to each question is a **single digit integer,** ranging from 0 to 9 (both inclusive)

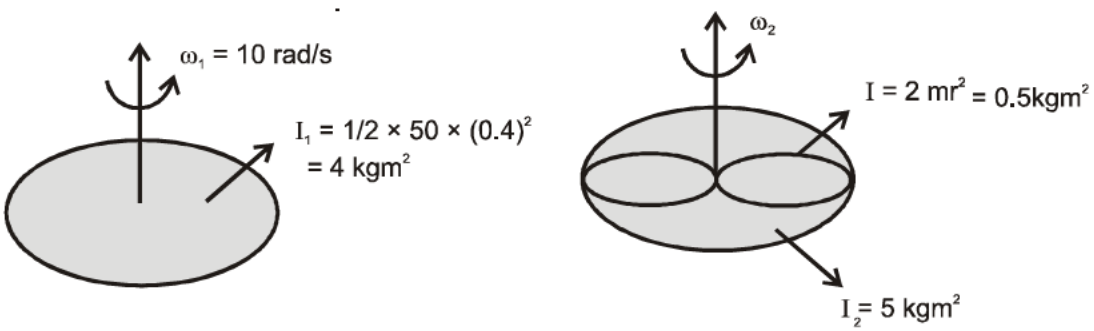
इस खण्ड में 5 प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोंनो शमिल) के बीच का एकल अंकीय पूर्णांक है।

16. A uniform circular disc of mass 50kg and radius 0.4 m is rotating with an angular velocity of 10 rad/s^{-1} about its own axis, which is vertical. Two uniform circular rings, each of mass 6.25 kg and radius 0.2 m, are gently placed symmetrically on the disc in such a manner that they are touching each other along the axis of the disc and are horizontal. Assume that the friction is large enough such that the rings are at rest relative to the disc and the system rotates about the original axis. The new angular velocity (in rad s^{-1}) of the system is :

एक 50 kg व 0.4 m त्रिज्या की एकसमान डिस्क अपनी ऊर्ध्वाधर अक्ष के गिर्द 10 rad/s^{-1} के कोणीय वेग से घूम रही है। दो एकसमान वत्ताकार छल्ले धीर से डिस्क पर सममित तरीके से एक दूसरे को छूते हुए इस प्रकार डिस्क तल पर रखे जाते है कि वे डिस्क के अक्ष को भी स्पर्श करें। प्रत्येक छल्ले का द्रव्यमान 6.25 kg व त्रिज्या 0.2 m है। इस निकाय का नया कोणीय वेग (rad s^{-1} में) निम्न होगा (मान लीजिए कि डिस्क एवम् छल्ले के बीच घर्षण इतना है कि डिस्क व छल्ले के बीच सापेक्ष गति शून्य है और निकाय मूल अक्ष पर घूर्णन कर रहा है)

Ans. **8**

Sol.



$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$

$\omega_2 = \frac{I_1}{I_2}\omega_1 = \frac{4}{5} \times 10 \text{ rad/s} = 8 \text{ rad/s}$

17. The work functions of Silver and Sodium are 4.6 and 2.3 eV, respectively. The ratio of the slope of the stopping potential versus frequency plot for Silver to that of Sodium is :

चॉदी एवं सोडियम के कार्य फलन क्रमशः 4.6 व 2.3 eV है। चॉदी व सोडियम के निरोधी विभव एवं आवत्ति के बीच ग्राफों के ढाल का अनुपात है :

Ans. **1**

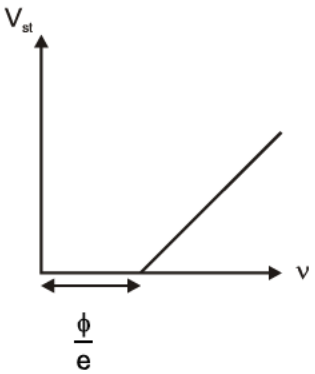
Sol. $KE_{max} = h\nu - \phi$

$eV_{st} = h\nu - \phi$

$V_{st} = \left(\frac{h}{e}\right)\nu - \frac{\phi}{e}$

$y = m x + C$

www.examrace.com



So slope will be $\left(\frac{h}{e}\right)$, and it will be same for both the metals.

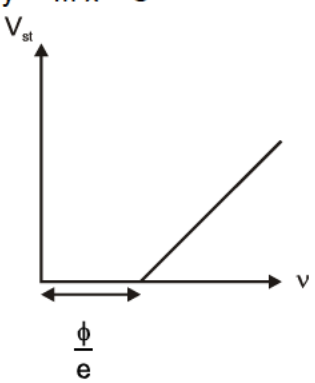
So ratio of the slopes = 1

Hindi. $KE_{max} = h\nu - \phi$

$eV_{st} = h\nu - \phi$

$V_{st} = \left(\frac{h}{e}\right)\nu - \frac{\phi}{e}$

$y = m x + C$



अतः ढाल $\left(\frac{h}{e}\right)$ है, तथा यह दोनों धातुओं के लिए समान है

अतः ढालों के अनुपात = 1

18. A bob of mass m, suspended by a string of length l_1, is given a minimum velocity required to complete a full circle in the vertical plane, At the highest point, it collides elastically with another bob of mass m suspended by a string of length l_2, which is initially at rest. Both the strings are mass-less and inextensible. If the second bob, after collision acquires the minimum speed required to complete a full circle in the vertical plane, the ratio

$\frac{l_1}{l_2}$ is :

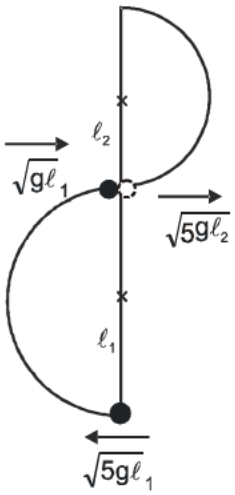
एक m द्रव्यमान का गोलक l_1 लम्बाई की डोरी से लटका हुआ है। इसे एक वेग दिया जाता है जो कि ऊर्ध्वाधर तल में एक वत्त पूरा कराने के लिए न्यूनतम् है। अपने उच्चतम् बिन्दु पर यह गोलक दूसरे m द्रव्यमान के गोलक से प्रत्यास्थ संघटट् करता है। दूसरा गोलक l_2 लम्बाई की डोरी से लटका हुआ है तथा प्रारंभ में विरामावस्था पर है। दोनों डोरियॉ द्रव्यमान रहित व अवितान्य हैं यदि संघटट के बाद दूसरे गोलक को ऐसी गति प्राप्त होती हैं जो कि ऊर्ध्वाधर तल में पूर्ण वत्त पूरा करने के लिए न्यूनतम है, तब

$\frac{l_1}{l_2}$ का अनुपात है :

www.examrace.com

Ans. 5

Sol.

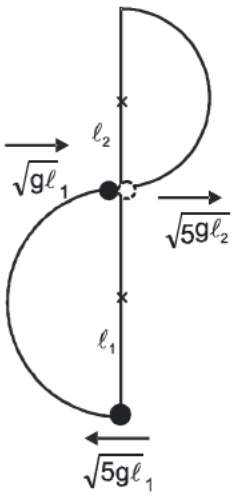


To complete the vertical circle

$\sqrt{g\ell_1} = \sqrt{5g\ell_2}$

$\frac{\ell_1}{\ell_2} = 5$

Hindi.



ऊर्ध्वाधर वत्त पूर्ण करने के लिए

$\sqrt{g\ell_1} = \sqrt{5g\ell_2}$

$\frac{\ell_1}{\ell_2} = 5$

19. A particle of mass 0.2 kg is moving in one dimension under a force that delivers a constant power 0.5 W to the particle. If the initial speed (in ms^{-1}) of the particle is zero, the speed (in ms^{-1}) after 5s is :

एक 0.2 kg द्रव्यमान का कण एक बल के अन्तर्गत, जो कि एक नियत शक्ति 0.5 W कण को देता है, एक दिशा में गतिशील है। यदि कण की प्रारंभिक गति शून्य है तब 5 s बाद इसकी गति (ms^{-1} में) होगा :

Ans. 5

Sol. $E = P.t = 0.5W \times 5s = 2.5\ J \quad = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = 5\ m/s$

www.examrace.com

20. A freshly prepared sample of a radioisotope of half-life 1386 s has activity 10^3 disintegrations per second. Given that ln 2 = 0.693, the fraction of the initial number of nuclei (expressed in nearest integer percentage) that will decay in the first 80s after preparation of the sample is :

एक तुंरत तैयार किया हुआ रेडियों आइसोटोप प्रतिदर्श, जिसकी अर्द्ध आयु 1386 s है, की सक्रियता 10^3 विघटन प्रति सैकण्ड है। यदि ln 2 = 0.693 है, तब प्रथम 80 s में विघटित नाभिकों व प्रारंभिक की संख्याओं का अनुपात (प्रतिशत निकटम पूर्णांक में) है।

Ans. 4

Sol. $\lambda = \frac{0.693}{1386} = 5 \times 10^{-4}$

Number decayed = $N_0 - N(t)$

$$\% \text{ age Decayed} = \frac{N_0 - N(t)}{N_0} \times 100$$

$$= (1 - e^{-\lambda t}) \times 100$$
$$\approx \lambda t \times 100$$
$$= 5 \times 10^{-4} \times 80 \times 100$$
$$= 4$$

Hindi. $\lambda = \frac{0.693}{1386} = 5 \times 10^{-4}$

विघटित नाभिकों की संख्या = $N_0 - N(t)$

$$\text{प्रतिशत विघटित नाभिकों की संख्या} = \frac{N_0 - N(t)}{N_0} \times 100$$

$$= (1 - e^{-\lambda t}) \times 100$$
$$\approx \lambda t \times 100$$
$$= 5 \times 10^{-4} \times 80 \times 100$$
$$= 4$$

www.examrace.com

PART - II : CHEMISTRY

SECTION – 1 : (Only One option correct Type)
खण्ड – 1 : (केवल एक सही विकल्प प्रकार)

This section contains 10 **multiple choice questions.** Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONLY ONE** is correct.

इस खण्ड में 10 **बहुविकल्प प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से **केवल एक** सही है।

21. The standard enthalpies of formation of $CO_2(g)$, $H_2O(l)$ and glucose(s) at 25°C are –400 kJ/mol, –300 kJ/mol and –1300 kJ/mol, respectively. The standard enthalpy of combustion per gram of glucose at 25°C is
$CO_2(g)$, $H_2O(l)$ तथा ग्लूकोस (ठोस) की विरचन मानक एन्थैल्पीज 25°C पर क्रमशः –400 kJ/मोल,, –300 kJ/मोल और –1300 kJ/मोल है। प्रति ग्राम ग्लूकोस की 25°C पर दहन मानक एन्थैल्पी है।

(A) +2900 kJ (B) – 2900 kJ (C) –16.11 kJ (D) + 16.11 kJ

Ans. **(C)**

Sol. $C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2(g) \longrightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(\ell)$

$\Delta_C H = 6 \times \Delta_f H(CO_2) + 6\,\Delta_f H(H_2O) - \Delta_f H(C_6H_{12}O_6) - 6\Delta_f(O_2,g)$

$= 6 \times (-400 - 300) - (-1300) - 0$

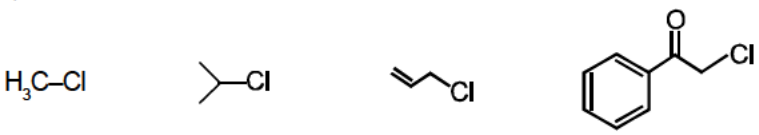
$= -4200 + 1300$

$= -2900$ KJ/ mol

For one gram of glucose, enthalpy of combustion $= -\frac{2900}{180} = -16.11$ KJ/g.

ग्लूकोज के 1 ग्राम के लिए दहन की एन्थैल्पी $= -\frac{2900}{180} = -16.11$ KJ/g.

22. KI in acetone, undergoes S_N2 reaction with each P, Q, R and S. The rates of the reaction vary as
एसिटोन में KI के विलयन की प्रत्येक P, Q, R और S के साथ अलग अलग S_N2 अभिक्रिया होती है।
इन अभिक्रिया की दरों के परिवर्तन का सही क्रम है।

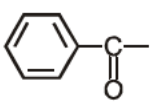


P **Q** **R** **S**

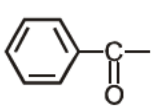
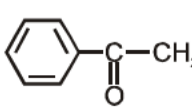
(A) P > Q > R > S (B) S > P > R > Q
(C) P > R > Q > S (D) R > P > S > Q

Ans. **(B)**

Sol. Reaction mechanism (S_N2)

–I effect at ∝ carbon (carbon attached to leaving group) will be exerted by  hence (s) will be most reactive.

Sol. अभिक्रिया क्रियाविधि (S_N2)

 के प्रबल –I प्रभाव के कारण  की क्रियाशीलता की दर S_N2 अभिक्रिया के लिए अधिकतम हो जाती है।

www.examrace.com

23. The compound that does **NOT** liberate CO_2, on treatment with aqueous sodium bicarbonate solution, is

(A) Benzoic acid (B) Benzenesulphonic acid

(C) Salicylic acid (D) Carbolic acid (Phenol)

यौगिक जो जलीय सोडियम बाइकार्बोनेट विलयन द्वारा अभिक्रिया कर CO_2 नहीं देता है, वह है

(A) बेन्जोइक अम्ल (B) बेन्जीनसल्फोनिक अम्ल

(C) सेलिसिलिक अम्ल (D) कारबोलिक अम्ल (फीनॉल)

Ans. **(D)**

Sol. Phenol is less acidic than H_2CO_3 and does not liberate CO_2.

Sol. फिनॉल, H_2CO_3 से कम अम्लीय है। अतः ये CO_2 गैस का निष्कासन नहीं करेगा।

24. Consider the following complex ions, P, Q and R.

$P = [FeF_6]^{3-}$, $Q = [V(H_2O)_6]^{2+}$ and $R = [Fe(H_2O)_6]^{2+}$.

The correct order of the complex ions, according to their spin-only magnetic moment values (in B.M.) is

निम्नलिखित संकुल आयनों P, Q एवं R पर विचार कीजिए :

$P = [FeF_6]^{3-}$, $Q = [V(H_2O)_6]^{2+}$ and $R = [Fe(H_2O)_6]^{2+}$.

संकुल आयनों का सही क्रम उनके प्रचक्रण मात्र चुंम्बकीय आघूर्ण मान (B.M. में) के अनुसार है

(A) R < Q < P (B) Q < R < P

(C) R < P < Q (D) Q < P < R

Ans. **(B)**

Sol. **$P = [FeF_6]^{3-}$** ox. no. of Fe = +3 , configuration : - $3d^5\ 4s^0$

As F^- is weak ligand, pairing does not take place.

so it has 5 unpaired electron

$Q = [V(H_2O)_6]^{2+}$ ox. no. of V = + 2, configuration $3d^3\ 4s^0$

It has 3 unpaired electrons.

$R = [Fe(H_2O)_6]^{2+}$, ox. no. of Fe = +2, configuration $3d^6, 4s^0$

As H_2O is weak ligand, pairing does not take place, so it has 4 unpaired electron

$\Rightarrow$ order of spin only magnetic moment $\Rightarrow$ Q < R < P

so, answer is (B).

Sol. **$P = [FeF_6]^{3-}$** Fe का ऑक्सीकरण अंक = +3 , विन्यास : - $3d^5\ 4s^0$

$\therefore$ F^- दुर्बल लिगैण्ड है अतः युग्मन नही होगा

इसलिए यह 5 अयुग्मित इलेक्ट्रॉन रखता है

$Q = [V(H_2O)_6]^{2+}$ V का ऑक्सीकरण अंक = + 2, विन्यास : $3d^3\ 4s^0$

यह 3 अयुग्मित इलेक्ट्रॉन रखता है

$R = [Fe(H_2O)_6]^{2+}$, Fe का ऑक्सीकरण अंक = +2, विन्यास : $3d^6, 4s^0$

H_2O एक दुर्बल लिगैण्ड है, अतः युग्मन नही होगा, इसलिए यह 4 अयुग्मित इलेक्ट्रॉन रखता है।

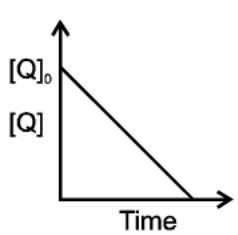
$\Rightarrow$ प्रचक्रण मात्र चुम्बकीय आघूर्ण का क्रम $\Rightarrow$ Q < R < P

अतः उत्तर (B) है।

25. In the reaction,

$$P + Q \longrightarrow R + S$$

the time taken for 75% reaction of P is twice the time taken for 50% reaction of P. The concentration of Q varies with reaction time as shown in the figure. The overall order of the reaction is



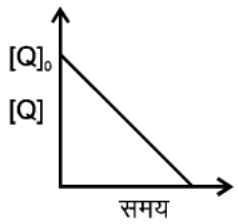
(A) 2 (B) 3 (C) 0 (D) 1

www.examrace.com

निम्न अभिक्रिया,

$$P + Q \longrightarrow R + S$$

में P की 75% अभिक्रिया का समय P की 50% अभिक्रिया में लिए गए समय की तुलना में दोगुना है। Q की विभिन्न सान्द्रता, अभिक्रिया समय अनुसार चित्र में दर्शाई गई है। इस अभिक्रिया की समस्त कोटि है।



(A) 2 (B) 3 (C) 0 (D) 1

Ans. **(D)**

Sol. For P, if $t_{50\%} = x$
then $t_{75\%} = 2x$
This happens only in first order reaction.
so, order with respect to P is 1.
For Q, the graph shows that concentration of Q decreases linearly with time. So rate, with respect to Q, remains constant. Hence, it is zero order wrt Q.
So, overall order is 0 + 1 = 1 → Ans. is D

Sol. P के लिए यदि $t_{50\%} = x$
तब $t_{75\%} = 2x$
यह प्रथम कोटि अभिक्रिया मे ही होता है।
अतः P के सापेक्ष कोटि 1 एक है।
Q के लिए, आरेख दर्शाता है कि समय के साथ Q की सान्द्रता रेखीय रूप से कम हो रही है। अतः Q के सापेक्ष दर नियत है इसलिए Q के सापेक्ष कोटि शून्य है।
अतः अभिक्रिया की कोटि 0 + 1 = 1 होगी → उत्तर D है।

26. Concentrated nitric acid, upon long standing, turns yellow-brown due to the formation of
सान्द्र नाइट्रिक अम्ल का काफी समय बाद पीले भूरे रंग में परिवर्तित होना किसके बनने से होता है ?

(A) NO (B) NO_2 (C) N_2O (D) N_2O_4

Ans. **(B)**

Sol. HNO_3 decomposes by giving NO_2, O_2, H_2O

$$4HNO_3 \longrightarrow 2H_2O + 2NO_2 + 3O_2$$

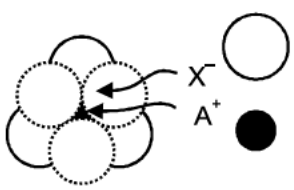
So, Ans is (B).

Sol. HNO_3 विघटित होकर NO_2, O_2, H_2O देता है

$$4HNO_3 \longrightarrow 2H_2O + 2NO_2 + 3O_2$$

अतः उत्तर (B) है।

27. The arrangement of X^- ions around A^+ ion in solid AX is given in the figure (not drawn to scale). If the radius of X^- is 250 pm, the radius of A^+ is
एक ठोस AX में A^+ आयन पर X^- आयनों की व्यवस्था (सही मापसूचक में नहीं) चित्र में दी गई है। यदि X^- का अर्द्धव्यास 250 pm है, तब A^+ का अर्द्धव्यास होगा



(A) 104 pm (B) 125 pm (C) 183 pm (D) 57 pm

www.examrace.com

Ans. **(A)**

Sol. The given arrangement is octahedral void arrangement.
दि गई व्यवस्था अष्टफलकीय रिक्ति की व्यवस्था है।

$$\rightarrow \quad \frac{r_A^+}{r_{x^-}} \geq 0.414 \quad \Rightarrow \quad r_A^+ \geq 0.414 \times 250$$

$$r_A^+ \geq 103.5 \text{ pm.}$$

$$\& \quad \frac{r_A^+}{r_A^-} < 0.732 \quad \Rightarrow \quad r_A^+ < 183 \text{ pm}$$

So, we have to choose from 104 pm and 125 pm. As no other information is given, we consider exact fit, and hence 104 pm is considered as answer.
अतः हम 104 pm तथा 125 pm मे से चुनाव करेगें लेकिन कोई अन्य सूचना नही दी गई, अतः हम 104 pm को उत्तर मानेंगे क्योकि यह सटिक समाहित होने वाला माप है।

28. Upon treatment with ammoniacal H_2S, the metal ion that precipitates as a sulfide is
एमोनिकल H_2S के साथ अभिक्रिया करने पर जिस धातु आयन का अवक्षेपण सल्फाइड के रूप में होता है, वह है
(A) Fe(III) (B) Al (III) (C) Mg(II) (D) Zn(II)

Ans. **(D)**

Sol. Ammoniacal H_2S is group reagent of fourth group cationic radicals. Fe^{3+} & Al^{3+} will precipitate $Fe(OH)_3$ and $Al(OH)_3$ respectively. Only Zinc will form white precipitate of ZnS.
अमोनिकल H_2S, क्षारीय मूलको के चतुर्थ समूह के लिए समूह अभिकर्मक है। Fe^{3+} तथा Al^{3+} क्रमशः $Fe(OH)_3$ तथा $Al(OH)_3$ के रूप में अवक्षेपित होंगे। केवल जिंक ZnS का श्वेत अवक्षेप बनायेगा।

29. Methylene blue, from its aqueous solution, is adsorbed on activated charcoal at 25° C. For this process, the correct statement is
(A) The adsorption requires activation at 25°C.
(B) The adsorption is accompanied by a decreases in enthalpy.
(C) The adsorption increases with increase of temperature.
(D) The adsorption is irreversible.
25°C तापमान पर एक जलीय विलयन से मेथिलिन ब्लू का सक्रियित चारकोल पर अधिशोषण किया गया। इस प्रक्रम के लिए सही कथन है।
(A) अधिशोषण को 25°C पर सक्रियण की आवश्यकता होती है।
(B) अधिशोषण प्रक्रम में एन्थैल्पी घटती है।
(C) अधिशोषण तापमान बढाने पर बढता है।
(D) अधिशोषण अनुत्क्रमणीय है।

Ans. **(B)**

Sol. As the adsorption of methylene blue over activated characoal is physisorption (Reference : NCERT), it is accompanied by decrease in enthalpy.
मेथिलिन ब्यू का सक्रियित चारकोल पर अधिशोषण भौतिक अधिशोषण का उदाहरण है। (Ref. : NCERT) यह एन्थैल्पी में कमी के साथ पूरा होगा।

30. Sulfide ores are common for the metals
(A) Ag, Cu and Pb (B) Ag, Cu and Sn (C) Ag, Mg and Pb (D) Al, Cu and Pb
सामान्यतः सल्फाइड अयस्कों के रूप में पाए जाने वाले धातु हैं
(A) Ag, Cu और Pb (B) Ag, Cu और Sn (C) Ag, Mg और Pb (D) Al, Cu और Pb

Ans. **(A)**

Sol. Common ore of Ag – Ag_2S, Cu – $CuFeS_2$,
Pb – PbS, Sn – SnO_2, Mg – KCl. $MgCl_2.6H_2O$, Al – $Al_2O_3 . xH_2O$
So answer is (A)

Sol. Ag के सामान्य अयस्क – Ag_2S, Cu का सामान्य अयस्क – $CuFeS_2$,
Pb का सामान्य अयस्क – PbS, Sn का सामान्य अयस्क – SnO_2, Mg का सामान्य अयस्क – KCl. $MgCl_2.6H_2O$
Al का सामान्य अयस्क – $Al_2O_3 . xH_2O$
अतः उत्तर (A) है।

SECTION – 2 : (Only or more options correct Type)
खण्ड – 2 : (एक या अधिक सही विकल्प प्रकार)

This section contains 5 **multiple choice questions.** Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONE or MORE** are correct.

इस खण्ड में 5 **बहुविकल्प प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से **एक** या **अधिक** सही है।

---

31. Benzene and naphthalene form an ideal solution at room temperature. For this process, the true statement(s) is (are)
(A) ΔG is positive (B) ΔS_{system} is positive
(C) $\Delta S_{surroundings} = 0$ (D) $\Delta H = 0$
बेन्जीन और नेफ्थलीन साधारण तापमान पर एक आदर्श विलयन बनाते हैं। इस प्रक्रम के लिये सही कथन है (हैं)
(A) ΔG धनात्मक है। (B) $\Delta S_{(निकाय)}$ धनात्मक है।
(C) $\Delta S_{(परिवेश)} = 0$ (D) $\Delta H = 0$

Ans. **(B,C,D)**

Sol. ΔG = – ve, ΔS_{system} = + ve Always for solution formation.
$\Delta S_{surr.} = 0$ No heat exchange between solution and surrounding.
$\Delta H = 0$ For ideal solution.

Sol. ΔG = – ve, ΔS_{system} = + ve विलयन निर्माण के लिए सदैव सत्य है।
$\Delta S_{surr.} = 0$ विलयन एवं परिवेश के मध्य कोई ऊष्मा विनिमय नही।
$\Delta H = 0$ आदर्श विलयन के लिए

32. The pair(s) of coordination complexes/ions exhibiting the same kind of isomerism is(are)
(A) $[Cr(NH_3)_5Cl]Cl_2$ and $[Cr(NH_3)_4Cl_2)Cl$ (B) $[Co(NH_3)_4Cl_2]^+$ and $[Pt(NH_3)_2(H_2O)Cl]^+$
(C) $[CoBr_2Cl_2]^{2-}$ and $[PtBr_2Cl_2]^{2-}$ (D) $[Pt(NH_3)_3(NO_3)Cl$ and $[Pt(NH_3)_3Cl]Br$
उप सहसंयोजक यौगिकों/आयन्स के युग्म समूह में जो एक ही प्रकार की समावयवता दर्शाते हैं, वह हैं
(A) $[Cr(NH_3)_5Cl]Cl_2$ और $[Cr(NH_3)_4Cl_2)Cl$ (B) $[Co(NH_3)_4Cl_2]^+$ और $[Pt(NH_3)_2(H_2O)Cl]^+$
(C) $[CoBr_2Cl_2]^{2-}$ और $[PtBr_2Cl_2]^{2-}$ (D) $[Pt(NH_3)_3(NO_3)Cl$ और $[Pt(NH_3)_3Cl]Br$

Ans. **(B,D)**

Sol. (A) $[Cr(NH_3)_5Cl]Cl_2$ and $[Cr(NH_3)_4Cl_2)Cl$, both compounds will not show either structural or stereoisomerism.
(B) $[Co(NH_3)_4Cl_2]^+$ and $[Pt(NH_3)_2(H_2O)Cl]^+$, Ma_4b_2 type (octahedral), Ma_2bc type (square planar) and both will show geometrical isomerism.
(C) $[CoBr_2Cl_2]^{2-}$ and $[PtBr_2Cl_2]^{2-}$, Ma_2b_2 type (tetrahedral), Ma_2b_2 (square planar).
(D) $[Pt(NH_3)_3(NO_3)]Cl$ and $[Pt(NH_3)_3Cl]Br$ both will show ionisation isomerism.

Sol. (A) दोनो यौगिक $[Cr(NH_3)_5Cl]Cl_2$ तथा $[Cr(NH_3)_4Cl_2)Cl$ न तो संरचनात्मक न ही त्रिविम समावयवता प्रदर्शित करेगें।
(B) $[Co(NH_3)_4Cl_2]^+$ तथा $[Pt(NH_3)_2(H_2O)Cl]^+$, Ma_4b_2 प्रकार (अष्टफलकीय), Ma_2bc प्रकार (वर्ग समतलीय) तथा दोनो ज्यामिति समावयवता प्रदर्शित करेगें।
(C) $[CoBr_2Cl_2]^{2-}$ तथा $[PtBr_2Cl_2]^{2-}$, Ma_2b_2 प्रकार (चतुष्फलकीय), Ma_2b_2 (वर्गसमतलीय)
(D) $[Pt(NH_3)_3(NO_3)]Cl$ तथा $[Pt(NH_3)_3Cl]Br$ आयनन समावयवता प्रदर्शित करेगें

33. The initial rate of hydrolysis of methyl acetate (1M) by a weak acid (HA, 1M) is $1/100^{th}$ of that of a strong acid (HX, 1M), at 25°C. The K_a of HA is
मेथिल एसीटेट (1M) की दुर्बल अम्ल (HA, 1M) द्वारा जल अपघटन की प्रारंभिक दर 25°C पर प्रबल अम्ल (HX, 1M) की तुलना में 1/100 है। HA के K_a का मूल्यांकन है
(A) 1×10^{-4} (B) 1×10^{-5} (C) 1×10^{-6} (D) 1×10^{-3}

Ans. **(A)**

www.examrace.com

Sol. As ester hydrolysis is first order with respect to $[H^+]$.

एस्टर का जल अपघटन $[H^+]$ के सापेक्ष प्रथम कोटि का होता है।

$$\frac{R_{HA}}{R_{HX}} = \frac{[H^+]_{HA}}{[H^+]_{HX}}$$

$$\frac{1}{100} = [H^+]_{HA}$$

$$\underset{1-0.01}{\underset{\approx 1}{HA}} \rightleftharpoons \underset{0.01}{H^+} + \underset{0.01}{A^-}$$

$$K_a = \frac{0.01 \times 0.01}{1} = 10^{-4}$$

34. The hyperconjugative stabilities of tert-butyl cation and 2-butene, respectively, are due to

(A) $\sigma \rightarrow$ p (empty) and $\sigma \rightarrow \pi^*$ electron delocalisations.

(B) $\sigma \rightarrow \sigma^*$ and $\sigma \rightarrow \pi$ electron delocalisations.

(C) $\sigma \rightarrow$ p (filled) and $\sigma \rightarrow \pi$ electron delocalisations.

(D) p (filled) $\rightarrow \sigma^*$ and $\sigma \rightarrow \pi^*$ electron delocalisations.

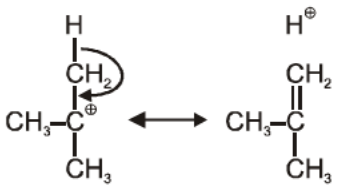
tert-ब्यूटिल धनायन और 2-ब्यूटीन क्रमशः में अतिसंयुग्मन स्थिरता जिन कारणों से होती है, वे हैं

(A) $\sigma \rightarrow$ p (रिक्त) और $\sigma \rightarrow \pi^*$ इलेक्ट्रॉन विस्थानीकरण (B) $\sigma \rightarrow \sigma^*$ और $\sigma \rightarrow \pi$ इलेक्ट्रॉन विस्थानीकरण

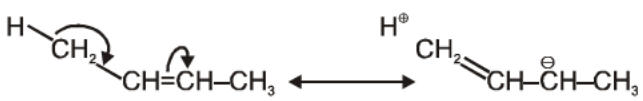
(C) $\sigma \rightarrow$ p (पूरित) और $\sigma \rightarrow \pi$ इलेक्ट्रॉन विस्थानीकरण (D) p (पूरित) $\rightarrow \sigma^*$ and $\sigma \rightarrow \pi^*$ इलेक्ट्रॉन विस्थानीकरण

Ans. **(A)**

Sol.

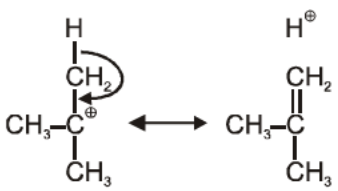


In tert-butyl cation, carbon bearing $\oplus$ charge has one vacant p orbital hence it is σ – p (empty) conjugation or Hyperconjugation.

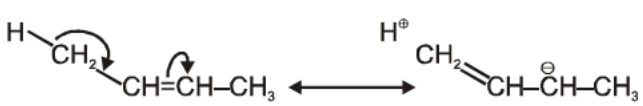


In 2-butene hyperconjugation between σ and π^* bond.

Sol.



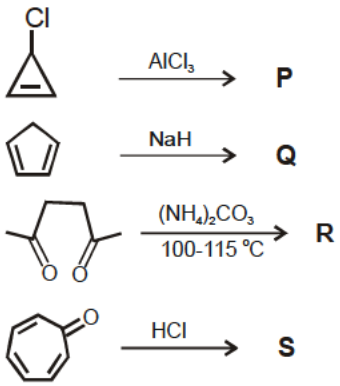
ततीयक ब्यूटिल कार्बधनायन में धनावेशित कार्बन परमाणु के पास एक रिक्त p कक्षक है। अतः ये σ – p (रिक्त) संयुग्मन या अतिसंयुग्मन से स्थायित्व प्राप्त करता है।



2 ब्यूटिन में σ तथा π^* अतिसंयुग्मन द्वारा स्थायित्व प्राप्त होता है।

35. Among **P**, **Q**, **R** and **S**, the aromatic compound(s) is/are

(A) **P** (B) **Q** (C) **R** (D) **S**

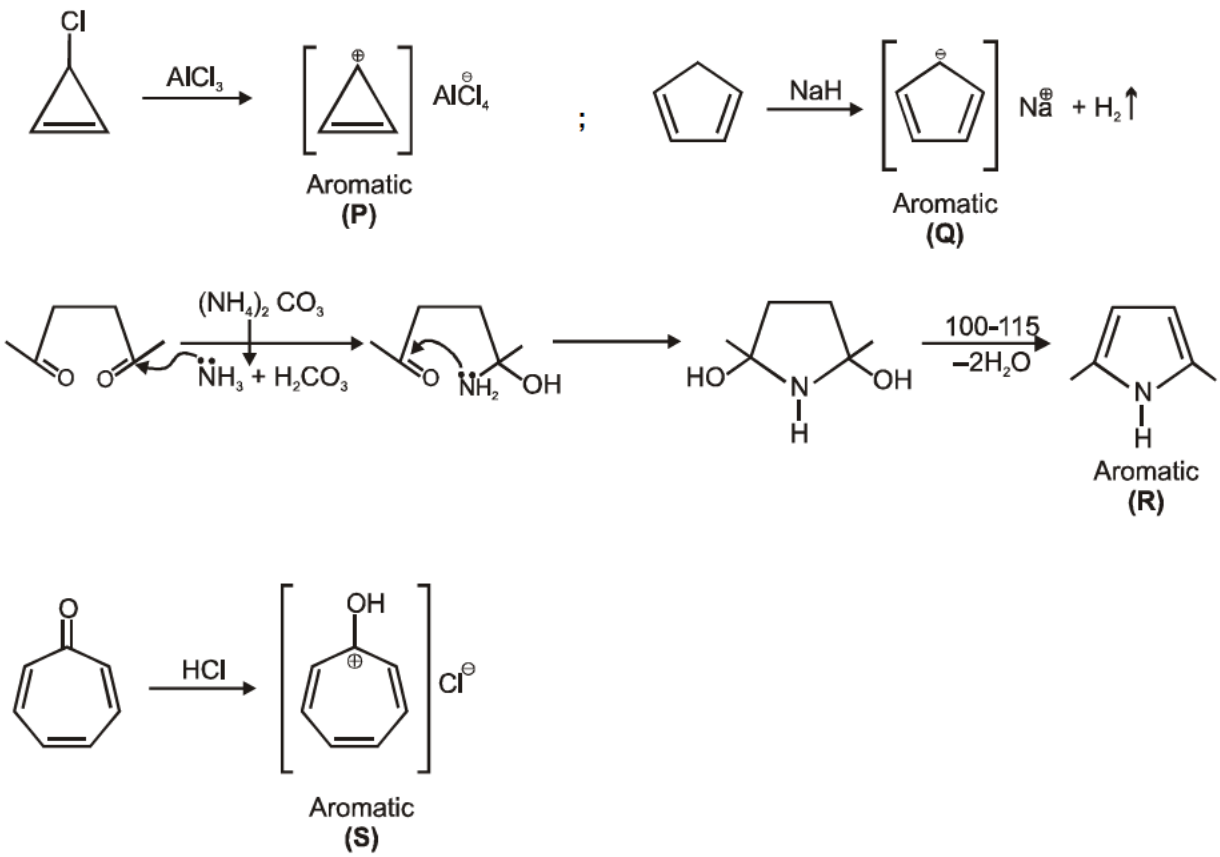


P, **Q**, **R** और **S** में ऐरोमैटिक यौगिक है/हैं

(A) P (B) Q (C) R (D) S

Ans. **(A,B,C,D)**

Sol.



SECTION – 3 : (Integer value correct Type)
खण्ड – 3 : (पूर्णांक मान सही प्रकार)

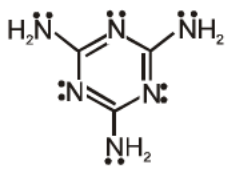
This section contains 5 **questions.** The answer to each question is a **single digit integer,** ranging from 0 to 9 *(both inclusive)*.

इस खण्ड में 5 **प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एकल **अंकीय पूर्णांक** है।

36. The total number of lone-pairs of electrons in melamine is
मैलैमीन पर उपलब्ध इलेक्ट्रॉनों के एकाकी युग्मों की कुल संख्या है

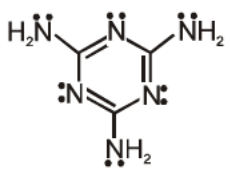
Ans. 6

Sol. Structure of melamine is as follows



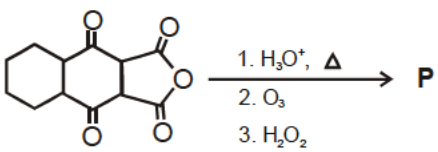
Total no. of lone pairs of electron is '6'.

Sol. मैलैमिन की संरचना निम्न है :



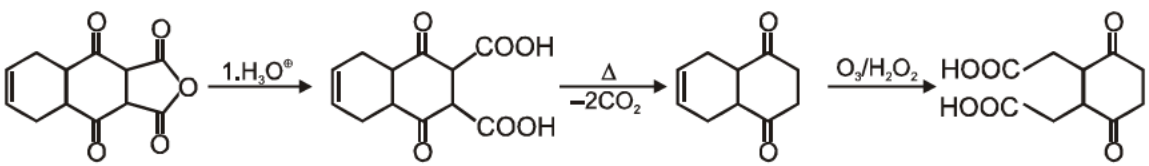
कुल एकाकी इलैक्ट्रॉन युग्मों की संख्या 6 है।

37. The total number of carboxylic acid groups in the product **P** is
उत्पाद **P** में कार्बोक्सिलिक अम्ल समूहों की कुल संख्या है



Ans. 2

Sol.



No. of –COOH group is '2'.
–COOH समूह की संख्या 2 है।

38. The atomic masses of He and Ne are 4 and 20 a.m.u., respectively. The value of the de Broglie wavelength of He gas at –73 °C is "M" times that of the de Broglie wavelength of Ne at 727 °C. M is
He और Ne के परमाणु द्रव्यमान क्रमशः 4 और 20 a.m.u. है।, He गैस की –73 °C पर दे ब्रॉग्ली तरंग लम्बाई Ne की 727 °C पर दे ब्रॉग्ली तरंग लम्बाई से "M" गुना है। M का मान है :

Ans. 5

Sol. $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(KE)}}$ $\qquad KE \propto T$

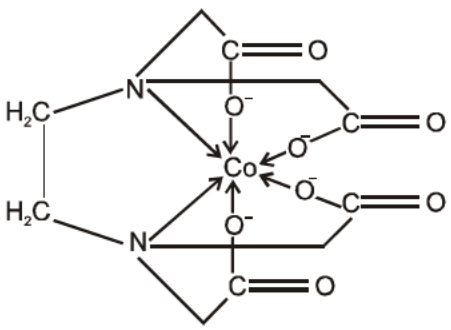
$$\frac{\lambda_{He}}{\lambda_{Ne}} = \sqrt{\frac{m_{Ne}KE_{Ne}}{m_{He}KE_{He}}} = \sqrt{\frac{20\times1000}{4\times200}} = 5.$$

39. *EDTA*$^{4-}$ is ethylenediaminetetraacetate ion. The total number of *N–Co–O* bond angles in *[Co(EDTA)]*$^{1-}$ complex ion is :

EDTA^{4-} एथिलीन डाइऐमीन टेट्राएसीटेट आयन है। संकुल आयन *[Co(EDTA)]*$^{1-}$ में *N–Co–O* आबंध कोणों की कुल संख्या है

Ans. **8**

Sol.



40. A tetrapeptide has – *COOH* group on alanine. This produces glycine (Gly), valine (Val), phenyl alanine (Phe) and alanine (Ala), on complete hydrolysis. For this tetrapeptide, the number of possible sequences (primary structures) with – NH_2 group attached to a chiral center is :

एक टेट्रोपेप्टाइड में एलानीन पर – *COOH* ग्रुप विद्यमान है। इसके संपूर्ण जल अपघटन द्वारा ग्लाइसिन (Gly), वैलीन (Val), फेनिल ऐलानिन (Phe) तथा ऐलानिन (Ala) प्राप्त होते हैं। इस टेट्रापेप्टाइड की संभावित श्रंखलाओं (प्राथमिक संरचनाओं) की संख्या बताएँ जिनमें – NH_2 ग्रुप किरेल केन्द्र के साथ आबंधित है।

Ans. **4**

Sol. Following combinations are possible for tetrapeptide

Val — Phe — Gly — Ala
Val — Gly — Phe — Ala
Phe — Gly — Val — Ala
Phe — Val — Gly — Ala

1. In all above sequences C-terminal is alanine
2. Glycine is optically inactive amino acid, hence It should not be N-terminal so, only above combination are possible.

Sol. टेट्रापेप्टाइड के लिए निम्न चार संयोजन संभव है।

Val — Phe — Gly — Ala
Val — Gly — Phe — Ala
Phe — Gly — Val — Ala
Phe — Val — Gly — Ala

1. ऊपर दिये गये सभी क्रमों में एलानिन C अन्तस्थ है।
2. ग्लाइसिन प्रकाशिक निष्क्रिय एमीनों अम्ल है, अतः ये N अन्तस्थ नहीं हो सकता है। इसलिए ऊपर दिये गये चार संयोजन संभव है।

PART - III MATHEMATICS

SECTION - I
Straight Objective Type

This section contains 10 questions. Each question has 4 choices (A), (B), (C) and (D) for its answer, out of which **ONLY ONE** is correct.

खण्ड- I

सीधे वस्तुनिष्ठ प्रकार

इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के 4 विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं, जिनमें से **सिर्फ एक सही** है।

41. The value of $\cot\left(\sum_{n=1}^{23}\cot^{-1}\left(1+\sum_{k=1}^{n}2k\right)\right)$ is

$\cot\left(\sum_{n=1}^{23}\cot^{-1}\left(1+\sum_{k=1}^{n}2k\right)\right)$ का मान है

(A) $\frac{23}{25}$ (B) $\frac{25}{23}$ (C) $\frac{23}{24}$ (D) $\frac{24}{23}$

Sol. **(B)**

$\cot\sum_{n=1}^{23}\cot^{-1}(1+2+4+6+.....+2n)$

$\cot\Sigma\cot^{-1}(1+n(n+1))$

$\cot\Sigma\tan^{-1}\frac{(n+1)-n}{1+n(n+1)}$

$\cot\sum_{n=1}^{23}\left(\tan^{-1}(n+1)-\tan^{-1}n\right)$

$\cot(\tan^{-1}24-\tan^{-1}1)$

$\cot\left(\tan^{-1}\frac{24-1}{1+24}\right)$

$\cot\left(\cot^{-1}\frac{25}{23}\right)=\frac{25}{23}$

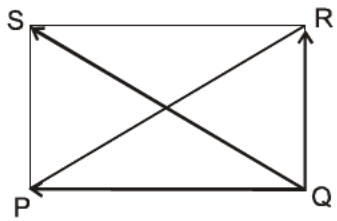
42. Let $\overrightarrow{PR}=3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ and $\overrightarrow{SQ}=\hat{i}-3\hat{j}-4\hat{k}$ determine diagonals of a parallelogram PQRS and $\overrightarrow{PT}=\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ be another vector. Then the volume of the parallelepiped determined by the vectors $\overrightarrow{PT}$, $\overrightarrow{PQ}$ and $\overrightarrow{PS}$ is

मानाकि $\overrightarrow{PR}=3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ तथा $\overrightarrow{SQ}=\hat{i}-3\hat{j}-4\hat{k}$ एक समान्तर चतुर्भुज PQRS के विकर्ण निर्धारित करते है और $\overrightarrow{PT}=\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ एक अन्य सदिश है, तब सदिशों $\overrightarrow{PT}$, $\overrightarrow{PQ}$ तथा $\overrightarrow{PS}$ द्वारा निर्धारित समान्तर षट्फलक का आयतन है

(A) 5 (B) 20 (C) 10 (D) 30

www.examrace.com

Sol. **(C)**



$\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PS}$

$\overrightarrow{SQ} = \overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{PS}$

$\overrightarrow{PS} = \dfrac{\overrightarrow{PR} - \overrightarrow{SQ}}{2}$

$\overrightarrow{PQ} = \dfrac{\overrightarrow{PR} + \overrightarrow{SQ}}{2}$

$V = \left|\left[\overrightarrow{PQ}\ \overrightarrow{PS}\ \overrightarrow{PT}\right]\right|$

$V = \dfrac{1}{4}\left|\left[\overrightarrow{PR}+\overrightarrow{SQ}, \overrightarrow{PR}-\overrightarrow{SQ}, \overrightarrow{PT}\right]\right|$

$V = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{PR}, \overrightarrow{SQ}, \overrightarrow{PT}\right]\right|$

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$\dfrac{1}{2}(-3-7-10) = 10$

43. Let complex numbers α and $\dfrac{1}{\alpha}$ lies on circles $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ and $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = 4r^2$, respectively. If $z_0 = x_0 + iy_0$ satisfies the equation $2|z_0|^2 = r^2 + 2$, then $|\alpha| =$

माना कि सम्मिश्र संख्याएं α तथा $\dfrac{1}{\alpha}$ क्रमशः वृत्त $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ तथा $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = 4r^2$ पर स्थित है। यदि $z_0 = x_0 + iy_0$ समीकरण $2|z_0|^2 = r^2 + 2$ को संतुष्ट करता है, तब $|\alpha| =$

(A) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\dfrac{1}{2}$ (C) $\dfrac{1}{\sqrt{7}}$ (D) $\dfrac{1}{3}$

Sol. **(C)**

$|z - z_0| = r$

$|z - z_0| = 2r$

$|\alpha - z_0| = r$

$\left|\dfrac{1}{\overline{\alpha}} - z_0\right| = 2r$ $\qquad \alpha\overline{\alpha} = |\alpha|^2$

$\left|\dfrac{\alpha}{|\alpha|^2} - z_0\right| = 2r$

$(\alpha - z_0)(\overline{\alpha} - \overline{z}_0) = r^2 \quad \Rightarrow \quad |\alpha|^2 - z_0\overline{\alpha} - \alpha\overline{z}_0 + |z_0|^2 = r^2$

$\left(\dfrac{\alpha}{|\alpha|^2} - z_0\right)\left(\dfrac{\overline{\alpha}}{|\alpha|^2} - \overline{z}_0\right) = 4r^2 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{|\alpha|^2}{|\alpha|^4} - \dfrac{z_0\overline{\alpha}}{|\alpha|^2} - \dfrac{\overline{z}_0\alpha}{|\alpha|^2} + |z_0|^2 = 4r^2$

$1 - z_0\overline{\alpha} - \overline{z}_0\alpha + |z_0|^2|\alpha|^2 = 4r^2|\alpha|^2$

$\Rightarrow (|\alpha^2| - 1) + |z_0|^2(1 - |\alpha|^2) = r^2(1 - 4\alpha^2)$

www.examrace.com

$$(|\alpha|^2 - 1)\left(1 - \frac{r^2+2}{2}\right) = r^2(1 - 4|\alpha|^2)$$

$$(|\alpha|^2 - 1)\left(\frac{-r^2}{2}\right) = r^2(1 - 4|\alpha|^2)$$

$|\alpha|^2 - 1 = -2 + 8|\alpha|^2$

$1 = 7|\alpha|^2 \quad \Rightarrow \quad |\alpha| = \frac{1}{\sqrt{7}}$

44. For $a > b > c > 0$, the distance between (1, 1) and the point of intersection of the lines $ax + by + c = 0$ and $bx + ay + c = 0$ is less than $2\sqrt{2}$. Then

$a > b > c > 0$ के लिए (1, 1) तथा रेखाओं $ax + by + c = 0$ व $bx + ay + c = 0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु के बीच की दूरी $2\sqrt{2}$ से कम है, तब

(A) $a + b - c > 0$ (B) $a - b + c < 0$ (C) $a - b + c > 0$ (D) $a + b - c < 0$

Sol. **(A)**

$(a - b)x + (b - a)y = 0$

$\Rightarrow x = y$

$\Rightarrow$ Point of intersection $\left(\frac{-c}{a+b}, \frac{-c}{a+b}\right)$

Now $\sqrt{\left(1+\frac{c}{a+b}\right)^2 + \left(1+\frac{c}{a+b}\right)^2} < 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow \sqrt{2}\left(\frac{a+b+c}{a+b}\right) < 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow a + b - c > 0$

45. Perpendicular are drawn from points on the line $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ to the plane $x + y + z = 3$. The feet of perpendiculars lie on the line

तल $x + y + z = 3$ पर रेखा $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ पर स्थित बिन्दुओं से लम्ब डाले जाते है। लम्ब-पाद निम्न रेखा पर स्थित है

(A) $\frac{x}{5} = \frac{y-1}{8} = \frac{z-2}{-13}$ (B) $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-5}$ (C) $\frac{x}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-7}$ (D) $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z-2}{5}$

Sol. **(D)**

Any point on line $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3} = \lambda$

Let any two points on this line are

A(– 2, – 1, 0), B (0, – 2, 3) Put ($\lambda = 0, 1$)

Let foot of perpendicular from A(– 2, – 1, 0) on plane is (α, β, γ)

$\Rightarrow \quad \frac{\alpha+2}{1} = \frac{\beta+1}{1} = \frac{\beta-0}{1} = \mu$ (say)

Also, $\alpha + \beta + \gamma = 3$

$\Rightarrow \quad \mu - 2 + \mu - 1 + \mu = 3 \Rightarrow \mu = 2$

$\Rightarrow \quad M(0, 1, 2)$

www.examrace.com

Similarly foot of perpendicular from B(0, – 2, 3) on plane is N $\left(\frac{2}{3}, \frac{-4}{3}, \frac{11}{3}\right)$

So, equation of MN is $\frac{x-0}{\frac{2}{3}} = \frac{y-1}{\frac{-7}{3}} = \frac{z-2}{\frac{5}{3}}$.

46. Four persons independently solve a certain problem correctly with probabilities $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$. Then the probability that the problem is solved correctly by at least one of them is

चार व्यक्ति स्वतंत्रतया किसी एक समस्या को प्रायिकताओं $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ के साथ ठीक हल करते है, तब समस्या के उनमें से कम से कम एक व्यक्ति द्वारा ठीक हल किये जाने की प्रायिकता है

(A) $\frac{235}{256}$ (B) $\frac{21}{256}$ (C) $\frac{3}{256}$ (D) $\frac{253}{256}$

Sol. **(A)**

P (problem solved by at least one) = 1 – P(problem is not solved by by all)

$= 1 - P(\overline{A})\ P(\overline{B})\ P(\overline{C})\ P(\overline{D})$

$= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{7}{8}\right) = 1 - \frac{21}{256} = \frac{235}{256}$

47. The area enclosed by the curves y = sinx + cosx and y = |cosx – sinx| over the interval $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ is

अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ पर वक्रों y = sinx + cosx तथा y = |cosx – sinx| द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल है

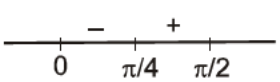
(A) $4\left(\sqrt{2}-1\right)$ (B) $2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)$ (C) $2\left(\sqrt{2}+1\right)$ (D) $2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)$

Sol. **(B)**

Given y = sin x + cos x $\quad x \in [0, \pi/2]$

$\frac{dy}{dx} = \cos x - \sin x$

$y = |\cos x - \sin x| = \begin{bmatrix} \cos x - \sin x & x \in [0, \pi/4] \\ \sin x - \cos x & x \in [\pi/4, \pi/2] \end{bmatrix}$



required area = $\int_0^{\pi/4} |(\sin x + \cos x) - (\cos x - \sin x)| dx + \int_{\pi/4}^{\pi/2} |2\cos x| dx$

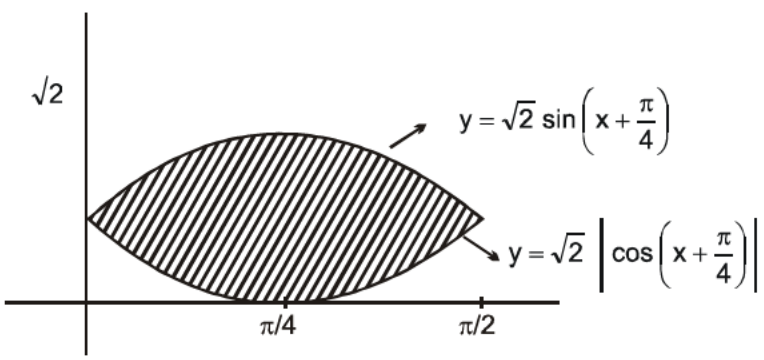
$= \int_0^{\pi/4} |2\sin x| dx + \int_{\pi/4}^{\pi/2} |2\cos x| dx$

$= 2(-\cos x)_0^{\pi/4} + 2(\sin x)_{\pi/4}^{\pi/2}$

$= 2\left[-\frac{1}{\sqrt{2}} + 1 + 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

$= 2\left(2 - \frac{2}{\sqrt{2}}\right)$

$= 2\left(2 - \sqrt{2}\right) = 4 - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\left(\sqrt{2} - 1\right)$



www.examrace.com

48. A curve passes through the point $\left(1, \frac{\pi}{6}\right)$. Let the slope of the curve at each point (x, y) be $\frac{y}{x} + \sec\left(\frac{y}{x}\right)$, $x > 0$. Then the equation of the curve is

एक वक्र बिन्दु $\left(1, \frac{\pi}{6}\right)$ से गुजरता है। माना कि प्रत्येक बिन्दु (x, y) पर वक्र की प्रवणता $\frac{y}{x} + \sec\left(\frac{y}{x}\right)$, $x > 0$ है, तब वक्र का समीकरण है

(A) $\sin\left(\frac{y}{x}\right) = \log x + \frac{1}{2}$ (B) $\text{cosec}\left(\frac{y}{x}\right) = \log x + 2$

(C) $\sec\left(\frac{2y}{x}\right) = \log x + 2$ (D) $\cos\left(\frac{2y}{x}\right) = \log x + \frac{1}{2}$

Sol. **(A)**

Given slope at (x, y) is

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \sec(y/x)$$

let $\frac{y}{x} = t \Rightarrow y = xt \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = t + x\frac{dt}{dx}$

$$t + x\frac{dt}{dx} = t + \sec(t)$$

$$\int \cot t \, dt = \int \frac{1}{x} dx$$

$\sin t = \ell n\, x + c$
$\sin(y/x) = \ell n\, x + c$
This curve passes through $(1, \pi/6)$
$\sin(\pi/6) = \ell n(1) + c \Rightarrow c = 1/2$
$\sin(y/x) = \ell n\, x + 1/2$

49. Let $f : \left[\frac{1}{2}, 1\right] \to R$ (the set of all real numbers) be a positive, non-constant and differentiable function such that $f'(x) < 2f(x)$ and $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$. Then the value of $\int_{1/2}^{1} f(x)dx$ lies in the interval

माना कि $f : \left[\frac{1}{2}, 1\right] \to R$ (सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय) एक धनात्मक, अचरेतर तथा अवकलनीय फलन है जिसके लिए $f'(x) < 2f(x)$ तथा $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ है, तब $\int_{1/2}^{1} f(x)dx$ का मान निम्न अन्तराल में है

(A) $(2e - 1, 2e)$ (B) $(e - 1, 2e - 1)$ (C) $\left(\frac{e-1}{2}, e - 1\right)$ (D) $\left(0, \frac{e-1}{2}\right)$

www.examrace.com

Sol. **(D)**

$f'(x) - 2f(x) < 0$

$\frac{d}{dx}(e^{-2x} f(x)) < 0$

$\Rightarrow e^{-2x} f(x)$ is decreasing $\Rightarrow x > 1/2$

$e^{-2x} f(x) < 1/e \Rightarrow f(x) < e^{2n-1} \Rightarrow 0 < \int_{1/2}^{1} f(x)dx < \int_{1/2}^{1} (e^{2x-1})dx \Rightarrow 0 < \int_{1/2}^{1} f(x)dx < \frac{e-1}{2}$

50. The number of points in $(-\infty, \infty)$, for which $x^2 - x\sin x - \cos x = 0$, is

$(-\infty, \infty)$ में बिन्दुओं की संख्या, जिनके लिए $x^2 - x\sin x - \cos x = 0$, है

(A) 6 (B) 4 (C) 2 (D) 0

Sol. **(C)**

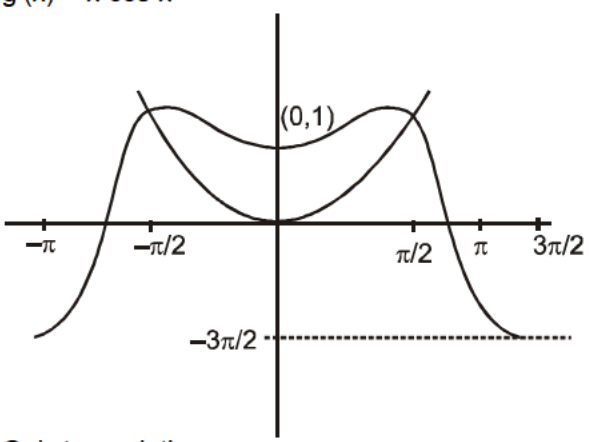
$x^2 = x\sin x + \cos x$

$f(x) = x^2$

$g(x) = x\sin x + \cos x$

$g'(x) = \sin x + x\cos x - \sin x$

$g'(x) = x\cos x$



Only two solution.

SECTION - II

Multiple Correct Answer Type

This section contains 5 questions. Each question has 4 choices (A), (B), (C) and (D) for its answer, out of which **ONE OR MORE** is/are correct.

खण्ड- II

बहुल सही विकल्प प्रकार

इस खण्ड में 5 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के लिए 4 विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं, जिनमें से **एक या एक से अधिक सही** है।

51. A rectangular sheet of fixed perimeter with sides having their lengths in the ratio 8 : 15 is converted into an open rectangular box by folding after removing squares of equal area from all four corners. If the total area of removed squares is 100, the resulting box has maximum volume. The lengths of the sides of the rectangular sheet are

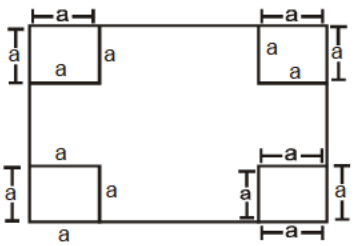
(A) 24 (B) 32 (C) 45 (D) 60

एक निश्चित परिमाप की आयताकार चादर को, जिसकी भुजाओं की लम्बाइयाँ 8 : 15 के अनुपात में हैं, सभी चारों किनारों से समान क्षेत्रफल के वर्ग निकाल कर एक खुली आयताकार पेटी में परिवर्तित किया जाता है। यदि निकाले गये वर्गो का कुल क्षेत्रफल 100 है, तब परिणामी पेटी का आयतन महत्तम है। तब आयताकार चादर की भुजाओं की लम्बाइयाँ निम्न है

(A) 24 (B) 32 (C) 45 (D) 60

www.examrace.com

Sol. **(A,C)**



Let $\ell = 8x$, $b = 15x$

$\therefore$ Volume $= (8x - 2a)(15x - 2a)(a) = 4a^3 - 46a^2x + 120ax^2$

$$\frac{dV}{da} = 6a^2 - 46ax + 60x^2$$

$$\left(\frac{dV}{da}\right)_{\text{at } x=5} = 0$$

$\therefore$ $x = 3$ and $\frac{5}{6}$

$$\frac{d^2V}{da^2} = 6a - 23x$$

$$\left(\frac{d^2V}{da^2}\right)_{\text{at } a=5 \,\&\, x=3} < 0,$$

So, at $x = 3$ gives maxima

$$\left(\frac{d^2V}{da^2}\right)_{\text{at } a=5 \,\&\, x=\frac{5}{6}} > 0$$

So, at $x = \frac{5}{6}$ gives minima.

$\frac{dV}{da} = 0$ when $a = 5$ given ($\because 4a^2 = 100$ given for maximum volume)

at $a = 5$

by $\frac{dV}{da} = 0 \Rightarrow 6x^2 - 23x + 15 = 0$

$x = 3$ or $5/6$

So by $x = 3$ (for max volume)

$8x = 24$, $15x = 45$ **Ans. (A, C)**

52. Let $S_n = \sum_{2}^{4n} (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} k^2$. Then S_n can take value(s)

(A) 1056 (B) 1088 (C) 1120 (D) 1332

माना कि $S_n = \sum_{2}^{4n} (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} k^2$, तब S_n निम्न मान ले सकता है:

(A) 1056 (B) 1088 (C) 1120 (D) 1332

www.examrace.com

Sol. **(A D)**

$$S_n = \sum_{k=1}^{4n} (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} k^2$$

$= -1^2 - 2^2 + 3^2 + 4^2 - 5^2 - 6^2 + 7^2 + 8^2 + ...$

$= (3^2 - 1) + (4^2 - 2^2) + (7^2 - 5^2) + (8^2 - 6^2).....$

$= 2[\underbrace{4 + 6 + 12 + 14 + 20 + 22 + ...}_{2n \text{ terms}}]$

$= 2[(4 + 12 + 20 .....)_{n \text{ terms}} + (6 + 14 + 22 .....)_{n \text{ terms}}]$

$= 2\left[\frac{n}{2}(4 \times 2 + (n-1)8)\frac{n}{2}(2 \times 6 + (n+1)8)\right]$

$= 2[n(4 + 4n - 4) + n(6 + 4n - 4)]$

$= 2(4n^2 + (4n + 2)n)$

$= 2(8n^2 + 2n)$

$= 4n(4n + 1)$

(A) 1056 $= 32 \times 33$ $n = 8$

(B) 1088 $= 32 \times 34$ $n = 8$

(C) 1120 $= 32 \times 35$ $n = 8$

(D) 1332 $= 36 \times 37$ $n = 8$

53. A line l passing through the origin is perpendicular to the lines

$l_1 : (3 + t)\,\hat{i} + (-1 + 2t)\,\hat{j} + (4 + 2t)\hat{k}$, $-\infty < t < \infty$

$l_2 : (3 + 2t)\,\hat{i} + (3 + 2t)\,\hat{j} + (2 + s)\hat{k}$, $-\infty < s < \infty$

Then, the coordinate(s) of the point(s) on l_2 at a distance of $\sqrt{17}$ from the point of intersection of l and l_1 is(are)

(A) $\left(\frac{7}{3}, \frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$ (B) (–1, ,–1, 0) (C) (1, 1, 1) (D) $\left(\frac{7}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}\right)$

एक रेखा l, जो मूलबिन्दु से गुजरती है, रेखाओं

$l_1 : (3 + t)\,\hat{i} + (-1 + 2t)\,\hat{j} + (4 + 2t)\hat{k}$, $-\infty < t < \infty$

$l_2 : (3 + 2t)\,\hat{i} + (3 + 2t)\,\hat{j} + (2 + s)\hat{k}$, $-\infty < s < \infty$

पर लम्बवत है। तब, l_2 पर स्थित बिन्दु (बिन्दुओं) के निर्देशांक, जो रेखाओं l तथा l_1 के प्रतिच्छेद बिन्दु से $\sqrt{17}$ की दूरी पर हैं (हैं), निम्न है (हैं) :

(A) $\left(\frac{7}{3}, \frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$ (B) (–1, ,–1, 0) (C) (1, 1, 1) (D) $\left(\frac{7}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}\right)$

Sol. **(B,D)**

Let equation of line ℓ is

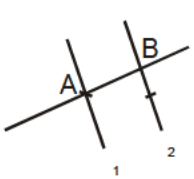
$$\ell : \frac{x-0}{a} = \frac{y-0}{b} = \frac{z-0}{c} = k$$

This line ℓ is perpendicular to given line ℓ_1 and ℓ_2.

Hence $a + 2b + 2c = 0$

$2a + 2b + c = 0$

$$\frac{a}{-2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{-2}$$



www.examrace.com

Hence equation of ℓ is $\frac{x}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2} = k_1, \quad k_2$

$\downarrow \quad \downarrow$

for ℓ_1 for ℓ_2

Now $A(-2k_1, 3k_1, -2k_1)$ $B(-2k_2, 3k_2, -2k_2)$

Point A satisfied ℓ_1

$-2k_1\hat{i} + 3k_1\hat{j} - 2k_1\hat{k} = (3 + t)\hat{i} + (-1 + 2t)\hat{j} + (4 + 2t)\hat{k}$

$3 + t = -2k_1$ .....(1)

$-1 + 2t = 3k_1$ .....(2)

$4 + 2t = -2k_1$ .....(3)

(2) & (3) $-5 = 5k_1 \Rightarrow k_1 = -1 \Rightarrow A(2, -3, 2)$

Let any point on ℓ_2 $(3 + 2S, 3 + 2S, 2 + S)$

Given $\sqrt{(1+2S)^2 + (6+2S)^2 + (S)^2} = \sqrt{17}$

$9S^2 + 28S + 37 = 17$

$9S^2 + 28S + 20 = 0$

$9S^2 + 18S + 10S + 20 = 0$

$9S(S + 2) + 10(S + 2) = 0$

$S = -2, -10/9$

Hence $(-1, -1, 0)$, $(7/9, 7/9, 8/9)$

Ans. (B) & (D)

54. Let $f(x) = x \sin \pi x$, $x > 0$. Then for all natural numbers n, $f'(x)$ vanishes at

(A) a unique point in the interval $\left(n, n+\frac{1}{2}\right)$ (B) a unique point in the interval $\left(n+\frac{1}{2}, n+1\right)$

(C) a unique point in the interval (n, n +1) (D) two points in the interval (n, n +1)

माना कि $f(x) = x \sin \pi x$, $x > 0$, तब सभी घन पूर्णांकों n के लिए $f'(x)$ निम्न पर शून्य होता है :

(A) अंतराल $\left(n, n+\frac{1}{2}\right)$ में एकमात्र एक बिन्दु पर (B) अंतराल $\left(n+\frac{1}{2}, n+1\right)$ में एकमात्र एक बिन्दु पर

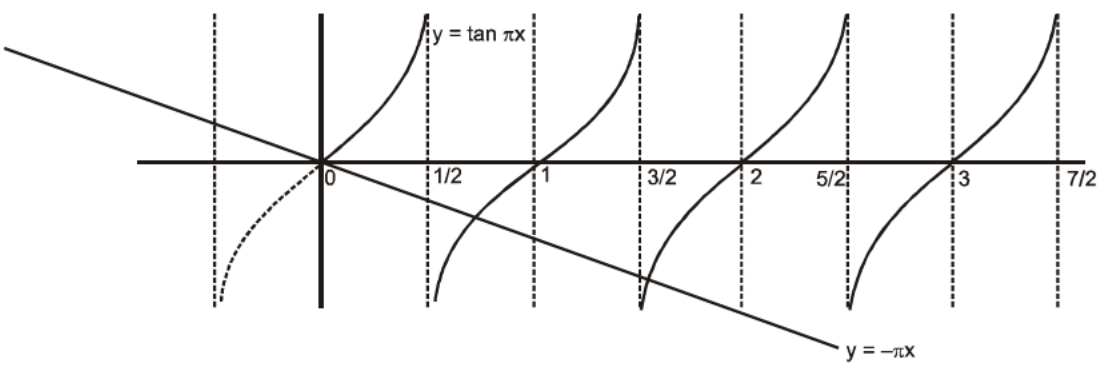
(C) अंतराल (n, n +1) में एकमात्र एक बिन्दु पर (D) अंतराल (n, n +1) में दो बिन्दुओं पर

Sol. **(B,C)**

$f(x) = x \sin \pi x$, $x > 0$

$f'(x) = \sin \pi x + \pi x \cos \pi x = 0$

$\tan \pi x = -\pi x$



www.examrace.com

55. For 3×3 matrices M and N, which of the following statement(s) is (are) **NOT** correct ?
(A) N^T M N is symmetric or skew symmetric, according as M is symmetric or skew symmetric
(B) M N – N M is symmetric for all symmetric matrices M and N
(C) M N is symetric for all symmetric matrices M and N
(D) (adj M) (adj N) = adj(MN) for all invertible matrices M and N

3×3 आव्यूहों M तथा N के लिए निम्न में से कौन प्रकथन सत्य **नहीं** हैं (हैं) ?
(A) M के सममित या विषम सममित होने के अनुसार N^T M N सममित या विषम सममित है।
(B) सभी सममित आव्यूहों M तथा N के लिए MN – NM विषम सममित है।
(C) सभी सममित आव्यूहों M तथा N के लिए MN सममित है।
(D) सभी व्युत्क्रमणीय आव्यूहों M तथा N के लिए (adj M) (adj N) = adj(MN)

Sol. **(C,D)**
(A) $(N^TMN)^T = N^T M^T N$ is symmetric if M is symmetric and skew-symmetric if M is skew-symmetric.
(B) $(MN - NM)^T = (MN)^T - (NM)^T$
$= NM - MN$
$= -(MN - NM)$
skew symmetric
(C) $(MN)^T = N^T M^T$
$= NM$
$\neq$ MN hence NOT correct
(D) standard result is
adj(MN) = (adjN) (adj M)]
$\neq$ (adjM) (adjN)

SECTION - III : (Integer value correct Type)
खण्ड – III : (पूर्णांक मान सही प्रकार)

This section contains 5 **questions.** The answer to each question is a **single digit integer,** ranging from 0 to 9 *(both inclusive)*.

इस खण्ड में 5 **प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एकल **अंकीय पूर्णांक** है।

---

56. A vertical line passing through the point (h, 0) intersects the ellipse $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ at the points P and Q. Let the tangents to the ellipse at P and Q meet at the point R. If $\Delta(h)$ = area of the triangle PQR, $\Delta_1 = \max_{1/2 \le h \le 1} \Delta(h)$ and $\Delta_2 = \min_{1/2 \le h \le 1} \Delta(h)$, then $\frac{8}{\sqrt{5}}\Delta_1 - 8\Delta_2 =$

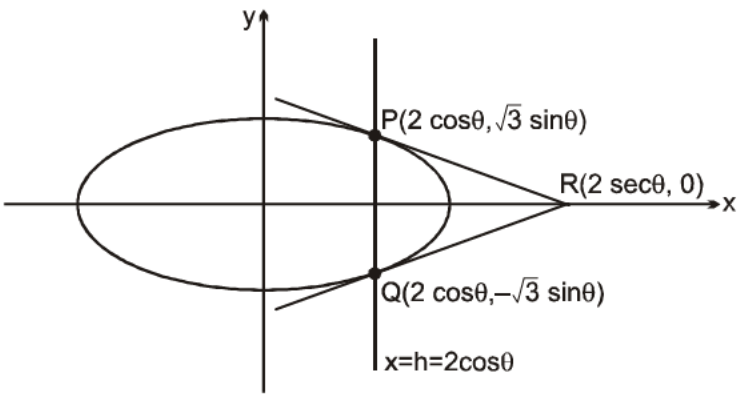
बिन्दु (h, 0) से गुजरने वाली ऊर्ध्वाधर रेखा दीर्घवत्त $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ को बिन्दुओं P तथा Q पर काटती है। माना कि बिन्दुओं P तथा Q पर दीर्घवत्त की स्पर्श रेखाएँ बिन्दु R पर मिलती है। यदि $\Delta(h)$ = त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल $\Delta_1 = \min_{1/2 \le h \le 1} \Delta(h)$ और $\Delta_2 = \max_{1/2 \le h \le 1} \Delta(h)$ है, तब $\frac{8}{\sqrt{5}}\Delta_1 - 8\Delta_2 =$

www.examrace.com

Sol. Point of intersection of tangents at P and Q is R(2 secθ, 0)

Area of $\Delta PQR = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \sin\theta \cdot (2\sec\theta - 2\cos\theta)$

$\Rightarrow \quad \Delta = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sin^3\theta}{\cos\theta}$; where $\cos\theta \in \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$



Now $\frac{d\Delta}{d\theta} = \frac{2\sqrt{3}\left[\cos\theta.3\sin^2\theta\cos\theta - \sin^3\theta(-\sin\theta)\right]}{\cos^2\theta} > 0$

As $\theta \uparrow, \Delta \uparrow \Rightarrow \cos \downarrow \Delta \uparrow$

$\therefore \quad B_{min} = A_2 = 2\sqrt{3} \cdot \frac{(1-1/4)^{3/2}}{1/2} = 4\sqrt{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} = \frac{36}{8}$

Occues at cos = 1/2

$$\Delta_{min} = \Delta_1 = 2\sqrt{3} \cdot \frac{(1-1/16)^{3/2}}{1/4} = 8\sqrt{3} \cdot \frac{15.\sqrt{15}}{4.4.4} = \frac{2\sqrt{3}.15.\sqrt{3}\sqrt{5}}{16}$$

Occues cos = 1/4

$\Rightarrow \quad \Delta_1 = \frac{45}{8}\sqrt{5}$

57. The coefficients of three consecutive terms of $(1 + x)^{n+5}$ are in the ratio 5 : 10 : 14. Then n =

$(1 + x)^{n+5}$ के तीन क्रमागत पदों के गुणांक 5 : 10 : 14 के अनुपात में है, तब n =

Sol. ${}^{n+5}C_{r-1} : {}^{n+5}C_r : {}^{n+5}C_{r+1} = 5 : 10 : 14$

$\Rightarrow \quad \frac{{}^{n+5}C_r}{{}^{n+5}C_{r-1}} = \frac{10}{5} \quad \& \quad \frac{{}^{n+5}C_{r+1}}{{}^{n+5}C_r} = \frac{14}{10}$

$\Rightarrow \quad \frac{(n+5)-r+1}{r} = 2 \quad \& \quad \frac{(n+5)-(r+1)+1}{r+1} = \frac{7}{5}$

$\Rightarrow \quad \frac{n+6}{r} = 3 \quad \& \quad \frac{n+6}{r+1} = \frac{12}{5}$

$\Rightarrow \quad 3r = \frac{12}{5}(r + 1)$

$\Rightarrow \quad r = 4$

$\therefore \quad n + 6 = 12 \quad \Rightarrow \quad n = 6$

58. Consider the set of eight vectors V = $\{a\hat{i}+b\hat{j}+c\hat{k}:a,b,c\in\{-1,1\}\}$. Three non-coplanar vectors can be chosen from V in 2^p ways. Then p is

आठ सदिशों का समुच्चय V = $\{a\hat{i}+b\hat{j}+c\hat{k}:a,b,c\in\{-1,1\}\}$. लीजिए । V से तीन असमतलीय सदिश 2^p प्रकार से चुने जा सकते है। तब p का मान है:

58. Among set of eight vectors four vectors form body diagonals of a cube, remaining four will be parallel (unlike) vectors.

Numbers of ways of selecting three vectors will be $^4C_3 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

Hence p = 5

Alternative

Eight vectors

$\vec{x} \equiv \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$

$\vec{y} \equiv \hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$

$\vec{z} \equiv \hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$

$\vec{\omega} = \hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$

$\vec{x}' = -\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$

$\vec{y}' = -\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$

$\vec{z}' = -\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$

$\vec{\omega}' = -\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$

If we take $\vec{x}, \vec{x}'$ and any one of remaining sin x, vectors will always be coplaner

$\therefore$ No. of coplaner vectors = 6

similarly on taking $\vec{y}, \vec{y}'$ = 6

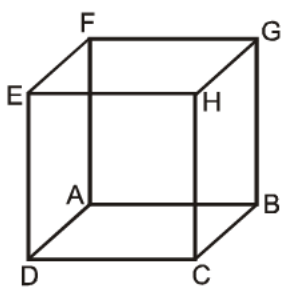
$z, \vec{z}'$ = 6

$\omega, \vec{\omega}'$ = 6 $\quad\quad$ $\therefore$ No. of set of coplaner vectors = 24

Ans. $^8C_3 - 24 = 32$

Alternative

A(0, 0, 0)
B(1, 0, 0)
C(1, 0, 1)
D(0, 0, 1)
E(0, 1, 1)
F(0, 1, 0)
G(1, 1, 0)
H(1, 1, 1)



$\overrightarrow{AH} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$

$\overrightarrow{BE} = -\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$

$\overrightarrow{CF} = -\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$

$\overrightarrow{DG} = \hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$

Non-coplaner

59. Of the three independent events E_1, E_2 and E_3, the probability that only E_1 occurs is α, only E_2 occurs is β and only E_3 occurs is γ. Let the probability p that none of events E_1, E_2 or E_3 occurs satisfy the equations $(\alpha - 2\beta)p = \alpha\beta$ and $(\beta - 3\gamma)p = 2\beta\gamma$. All the given probabilities are assumed to lie in the interval (0, 1).

Then $\dfrac{\text{Probability of occurrence of } E_1}{\text{Probability of occurrence of } E_3} =$

तीन स्वतंत्र घटनाओं E_1, E_2 तथा E_3 में से केवल E_1 के घटने की प्रायिकता α है, केवल E_2 के घटने की प्रायिकता β है तथा केवल E_3 के घटने की प्रायिकता γ है। माना कि घटनाओं E_1, E_2 या E_3 में से किसी के भी न घटने की प्रायिकता p, समीकरणों $(\alpha - 2\beta)p = \alpha\beta$ तथा $(\beta - 3\gamma)p = 2\beta\gamma$ को सन्तुष्ट करती है। सभी प्रायिकताएँ अन्तराल (0, 1) में स्थित माना जाती है।, तब

$\dfrac{E_1 \text{ के घटने की प्रायिकता}}{E_3 \text{ के घटने की प्रायिकता}} =$

Sol. Let x, y, z be probability of E_1, E_2, E_3 respectively

$\Rightarrow \quad x(1 - y)(1 - z) = \alpha$

$\Rightarrow \quad y(1 - x)(1 - z) = \beta$

$\Rightarrow \quad z(1 - x)(1 - y) = \gamma$

$\Rightarrow \quad (1 - x)(1 - y)(1 - z) = P$

Putting in the given relation we get $x = 2y$ and $y = 3z$

$\Rightarrow \quad x = 6z \Rightarrow \dfrac{x}{z} = 6$

60. A pack contains n card numbered from 1 to n. Two consecutive numbered card are removed from the pack and the sum of the numbers on the remaining cards is 1224. If the smaller of the numbers on the removed cards is k, then $k - 20 =$

एक गड्डी में n कार्ड हैं जो संख्याओं 1 से n द्वारा चिन्हित है। दो क्रमागत संख्याओं वाले कार्ड गड्डी से निकाल दिये जाते है और अवशिष्ट कार्डो की संख्याओं का योग 1224 है। यदि निकाले गए कार्डो की चिन्हित संख्याओं में से लघुत्तर संख्या k है, तब $k - 20 =$

Sol. Numbers removed are k and k + 1

now $\dfrac{n(n+1)}{2} - k - (k + 1) = 1224$

$\Rightarrow \quad n^2 + n - 4k = 2450$

$\Rightarrow \quad n^2 + n - 2450 = 4k$

$\Rightarrow \quad (n + 50)(n - 49) = 4k$

$\Rightarrow \quad n > 49$

Alternative

$\therefore$ To satisfy this equation n should be of the form of (4p + 1) or (4p + 2) taking n = 50

$\Rightarrow \quad 4k = 100$

$\Rightarrow \quad k = 25$

$\therefore \quad k - 20 = 5$

Now if we take n = 53

k = 103

n < k

so not possible

Hence $n \geq 53$ will not be possible.