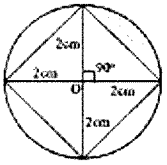
भाग A

1. *छायित क्षेत्र का क्षेत्रफल सेमी^{2} में है*



1. $\left(\pi-\sqrt{2}\right)$ 2. $(\pi-2)$

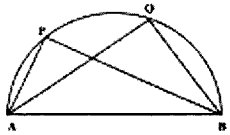
3. $\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 4. $(\pi+2)$

2. *एक समकोण त्रिभुजीय आकृति के बाग के कोण समांतर श्रेणी में हैं और सबसे छोटी भुजा 10-00 मीटर है। बाग की बाड़ की कुल लंबाई, मीटर में, है*

1. 60.00 2. 47.32

3. 12.68 4. 22.68

3. *चित्र में दर्शाये अनुसार किसी अर्धवृत्त का व्यास AB है। यदि AQ = 2AP तो निम्न में से कौनसा विकल्प सही है ?*



1. $\angle APB=\frac{1}{2}\angle AQB$
2. $\angle APB=2\angle AQB$
3. $\angle APB=\angle AQB$
4. $\angle APB=\frac{1}{4}\angle AQB$

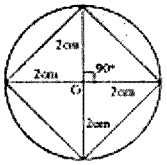
4. *खरगोशों के एक समूह A की जनसंख्या 25% प्रतिवर्ष की दर से बढ़ती है जबकि समूह B की वृद्धि दर 50% प्रतिवर्ष है। यदि समूह A और B की वर्तमान जनसंख्याएँ समान हैं तो दो वर्ष पश्चात् समूह B और समूह A के खरगोशों की संख्या का अनुपात होगा :*

1. 1.44 2. 1.72

3. 1.90 4. 1.25

PART A

1. The area of the shaded region in cm^2 is



1. $\left(\pi-\sqrt{2}\right)$ 2. $(\pi-2)$

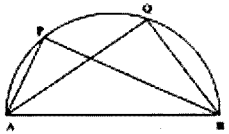
3. $\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 4. $(\pi+2)$

2. The angles of a right-angled triangle shaped garden are in arithmetic progression and the smallest side is 10.00 m. The total length of the fencing of the garden in m is

1. 60.00 2. 47.32

3. 12.68 4. 22.68

3. AB is the diameter of the semicircle as shown in the diagram. If AQ = 2AP then which of the following is correct?



1. $\angle APB=\frac{1}{2}\angle AQB$
2. $\angle APB=2\angle AQB$
3. $\angle APB=\angle AQB$
4. $\angle APB=\frac{1}{4}\angle AQB$

4. The rabbit population in community A increases at 25% per year while that in B increases at 50% per year. If the present populations of A and B are equal, the ratio of the number of the rabbits in B to that in A after 2 years will be

1. 1.44 2. 1.72

3. 1.90 4. 1.25

www.examrace.com

5. O_2 व H_2 प्रत्येक की दो मोल मात्रा समान आयतन वाले दो पात्रों में 150° से. और 1 वायुमण्डलीय दाब पर हैं। ये दोनों गैस एक तीसरे पात्र में क्रिया कर तब तक जल बनाते हैं जब तक कि H_2 पूर्ण रूप से युक्त नहीं जाती। जब तीसरे पात्र के मिश्रण का तापमान 150° से. पर लाया जाता है तो इसका दाब 1 वायुमण्डल हो जाता है। तीसरे पात्र का आयतन होना चाहिये

1. V_0
2. $5V_0/4$
3. $3V_0/2$
4. $2V_0$

6. हीलियम व आर्गन गैसें दो अलग पात्रों में समान तापमान पर हैं। अतः इनके वर्ग-माध्य-मूल वेग का मान भी विभिन्न है। ये दोनों गैस एक तीसरे पात्र में उसी तापमान पर मिलाई जाती हैं। मिश्रण के हीलियम परमाणुओं का वर्ग माध्य-मूल वेग होगा

1. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उससे ज्यादा
2. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उससे कम
3. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उसके समान
4. मिश्रण के आर्गन परमाणुओं के वेग के समान

7. साबुन के उत्पादन में सिलखड़ी खनिज का उपयोग किया जाता है क्योंकि यह

(a) उत्पाद का परिमाण बढ़ाता है
(b) जीवाणुओं को मारता है
(c) सुगंध देता है
(d) मुलायम है और त्वचा को खरोंचता नहीं है

उपर्युक्त में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/हैं ?

1. (d)
2. (a) और (c)
3. (a) और (b)
4. (a) और (d)

8. 100 ग्राम अकार्बनिक यौगिक $X \cdot 5H_2O$ को जिसमें एक वाष्पशील अशुद्धि है, एक भट्टी में 150° से. पर 60 मिनट तक रखा गया। गर्म करने के पश्चात अवशेष का भार 8 ग्राम रहता है। X में अशुद्धि की प्रतिशतता थी

1. 10
2. 8
3. 20
4. 80

9. एक विशेष रात्रि में शुक्लपक्षीय चंद्र एक अर्ध-चंद्र था। उस मध्य रात्रि को चंद्र

1. पूर्वी क्षितिज पर होगा
2. पूर्वी क्षितिज की 45° कोणीय ऊँचाई पर होगा
3. आकाश के शिरोबिंदु पर होगा
4. पश्चिमी क्षितिज पर होगा

5. Two moles each of O_2 and H_2 are in two separate containers, each of volume V_0 and at 150 °C and 1 atmosphere. The two are made to react in a third container to form water vapour until H_2 is exhausted. When the temperature of the mixture in the third container was restored to 150 °C, its pressure became 1 atmosphere. The volume of the third container must be

1. V_0
2. $5V_0/4$
3. $3V_0/2$
4. $2V_0$

6. Helium and argon gases in two separate containers are at the same temperature and so have different root-mean-square (r.m.s.) velocities. The two are mixed in a third container keeping the same temperature. The r.m.s. velocity of the helium atoms in the mixture is

1. more than what it was before mixing.
2. less than what it was before mixing.
3. equal to what it was before mixing.
4. equal to that of argon atoms in the mixture.

7. The mineral talc is used in the manufacture of soap because it

(a) gives bulk to the product
(b) kills bacteria
(c) gives fragrance
(d) is soft and does not scratch the skin

Which of the above statements is/are correct?

1. (d)
2. (a) and (c)
3. (a) and (b)
4. (a) and (d)

8. 100 g of an inorganic compound $X \cdot 5H_2O$ containing a volatile impurity was kept in an oven at 150 °C for 60 minutes. The weight of the residue after heating is 8 g. The percentage of impurity in X was

1. 10
2. 8
3. 20
4. 80

9. On a certain night the moon in its waning phase was a half-moon. At midnight the moon will be

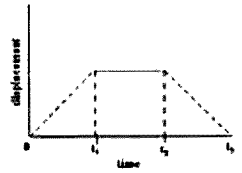
1. on the eastern horizon.
2. at 45° angular height above the eastern horizon.
3. at the zenith.
4. on the western horizon.

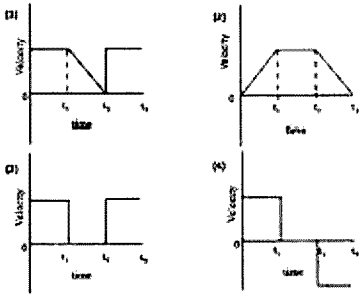
www.examrace.com

10. *नाभिकीय रिएक्टर में एक रत्न को 5 दिन तक विकिरणित किया जाता है । विकिरणन के 10 दिन बाद रत्न के रेडियो समस्थानिक क्रोमियम की सक्रियता 600 विघटन प्रति घंटे है । किरणन के 5 दिन बाद रेडियोक्रोमियम की सक्रियता कितनी होगी यदि इसकी अर्धायु 5 दिन है ?*

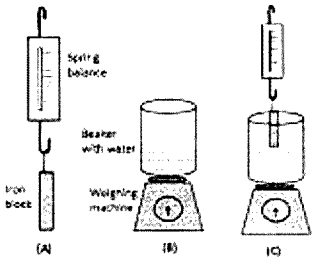
1. 300
2. 150
3. 2400
4. 1200

11. *एक पिण्ड के सरकान विरुद्ध समय का ग्राफ चित्र में दर्शाये अनुसार है । उस ग्राफ को चुनिये जो कि इस पिण्ड के वेग का समय के साथ परिवर्तन सही सही दर्शाता है*





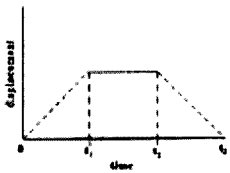
12.

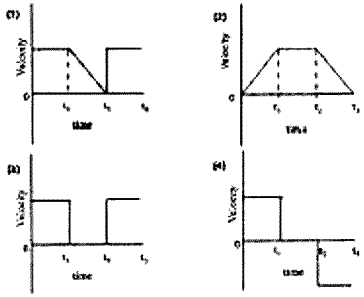


10. A gemstone is irradiated in a nuclear reactor for 5 days. Ten days after irradiation, the activity of the chromium radioisotope in the gemstone is 600 disintegrations per hour. What is the activity of chromium radioisotope 5 days after irradiation if its half life is 5 days?

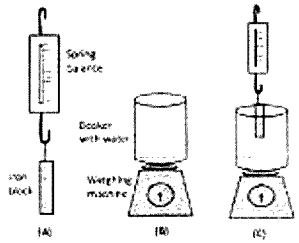
1. 300
2. 150
3. 2400
4. 1200

11. Displacement versus time curve for a body is shown in the figure. Select the graph that correctly shows the variation of the velocity with time





12.



www.examrace.com

चित्र A की कमानीदार तुला 0.5 कि.ग्रा. दर्शाती है तथा चित्र B की पलड़ेदार तुला 3.0 कि.ग्रा. दर्शाती है। कमानीदार तुला से लटकाया लोहे का खण्ड चित्र C के बीकर के पानी में आंशिक रूप से डुबाया जाता है। कमानीदार तुला अब 0.4 कि.ग्रा. दर्शाती है। चित्र C में पलड़ेदार तुला दर्शाएगी

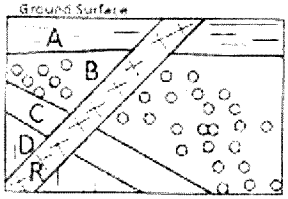
1. 3.0 कि.ग्रा
2. 2.9 कि.ग्रा
3. 3.1 कि.ग्रा
4. 3.5 कि.ग्रा

The spring balance in Fig. A reads 0.5 kg and the pan balance in Fig. B reads 3.0 kg. The iron block suspended from the spring balance is partially immersed in the water in the beaker (Fig. C). The spring balance now reads 0.4 kg. The reading on the pan balance in Fig. C is

1. 3.0 kg
2. 2.9 kg
3. 3.1 kg
4. 3.5 kg

13. एक रस्सी के दोनों सिरे दो अलग खूंटों से इस तरह बांधे जाते हैं कि रस्सी पर्याप्त ढीली रहती है। एक पेंसिल इस रस्सी से इस तरह सटा कर घुमाई जाती है कि रस्सी हमेशा तनी रहे। पेंसिल को घुमाने से बनने वाली आकृति किसकी भाग होगी?

1. एक वृत्त
2. एक लम्बवृत्त
3. एक वर्ग
4. एक त्रिभुज



13. The ends of a rope are fixed to two pegs, such that the rope remains slack. A pencil is placed against the rope and moved, such that the rope always remains taut. The shape of the curve traced by the pencil would be a part of

1. a circle
2. an ellipse
3. a square
4. a triangle

14. बर्फ पर स्केटिंग के दौरान बर्फ स्केटर के जूतों की पत्तियाँ बर्फ पर दबाव डालती हैं। बर्फ स्केटर निपुणतापूर्वक स्केट कर सकता है क्योंकि

1. लगने वाले दबाव के बढ़ने से बर्फ पानी में परिवर्तित हो जाता है
2. लगने वाले दबाव के घटने से बर्फ पानी में परिवर्तित हो जाता है
3. पत्तियों के सम्पर्क वाले बर्फ का घनत्व घट जाता है
4. पत्तियाँ बर्फ को भेद नहीं पातीं

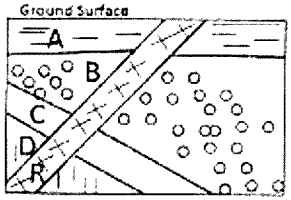
14. During ice skating, the blades of the ice skater's shoes exert pressure on the ice. Ice skater can efficiently skate because

1. ice gets converted to water as the pressure exerted on it increases.
2. ice gets converted to water as the pressure exerted on it decreases.
3. the density of ice in contact with the blades decreases.
4. blades do not penetrate into ice.

15. अनुप्रस्थकाट चित्र में दर्शाये अनुसार चार तलछटी शैल A, B, C और D में एक आग्नेय शैल R घुसी है। उनकी आयु के संबंध में निम्न में से कौन-सा कथन सही है?

1. A नवीनतम है उसके बाद क्रमश: B, C, D और R हैं।
2. R नवीनतम है उसके बाद क्रमश: A, B, C और D हैं।
3. D नवीनतम है उसके बाद क्रमश: C, B, A और R हैं।
4. A नवीनतम है उसके बाद क्रमश: R, B, C और D हैं।

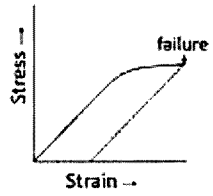
15. Four sedimentary rocks A, B, C and D are intruded by an igneous rock R as shown in the cross-section diagram. Which of the following is correct about their ages?



1. A is the youngest followed by B, C, D and R.
2. R is the youngest followed by A, B, C and D.
3. D is the youngest followed by C, B, A and R.
4. A is the youngest followed by R, B, C and D.

www.examrace.com

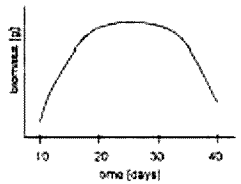
16. एक ठोस पदार्थ जो कि लगातार तनाव में है उसकी टान संलग्न चित्र में अंकित की गई है ।



निम्न में से कौनसा कथन सत्य है ?

1. विफलता बिन्दु तक ठोस प्रत्यास्थतापूर्वक विकृत होता है ।
2. विफलता बिन्दु तक ठोस प्लास्टिकता पूर्वक विकृत होता है ।
3. विफलता होने पर ठोस अपने मूल आकार व स्वरूप में आ जाता है ।
4. विफलता होने पर ठोस हमेशा के लिये विकृत हो जाता है ।

17. एक जीव की वृद्धि जिसे कि समय के नियत अंतरालों पर जांचा गया था नीचे दिये गये ग्राफ में दर्शाया गया है । किस समय के दौरान वृद्धि दर शून्य है ?

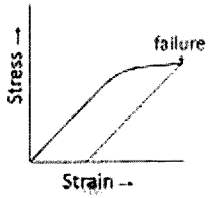


1. दसवें दिन के आसपास
2. 20 वे दिन
3. 20 से 30 दिनों के बीच
4. 30से 40 दिनों के बीच

18. लाल (R) बीजों वाले एक लंबे (T) पौधे (दोनों प्रमुख विशेषताएं) को एक सफेद (r) बीजों वाले बौने (t) पौधे से संकरित किया गया था । यदि पृथक्करणी संतति ने समान संख्या में लंबे लाल व बौने सफेद पौधे पैदा किये तो उनके जनकों का जीन प्रारूप होगा ?,

1. TtRr × TtRR
2. TtRr × ttrr
3. TTRR × ttrr
4. TTRR × TtRr

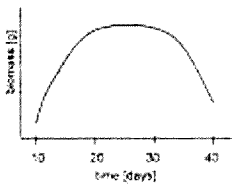
16. The strain in a solid subjected to continuous stress is plotted.



Which of the following statements is true?

1. The solid deforms elastically till the point of failure.
2. The solid deforms plastically till the point of failure.
3. The solid comes back to original shape and size on failure.
4. The solid is permanently deformed on failure.

17. Growth of an organism was monitored at regular intervals of time, and is shown in the graph below. Around which time is the rate of growth zero?



1. Close to day 10
2. On day 20
3. Between days 20 and 30
4. Between days 30 and 40

18. A *Tall* plant with *Red* seeds (both dominant traits) was crossed with a dwarf plant with white seeds. If the segregating progeny produced equal number of tall red and dwarf white plants, what would be the genotype of the parents?

1. TtRr × TtRR
2. TtRr × ttrr
3. TTRR × ttrr
4. TTRR × TtRr

www.examrace.com

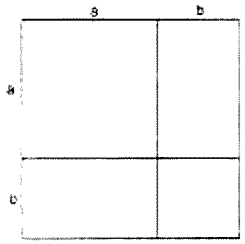
19. *तीन सूर्यमुखी पौधों को नीचे दर्शायी गयी परिस्थितियों में रखा गया था*

पौधा A : निश्चल हवा में
पौधा B : साधारण रूप से प्रक्षुब्ध हवा में
पौधा C : अंधेरे व निश्चल हवा में

निम्न में से कौनसा कथन सही है ?

1. *पौधे B की वाष्पोत्सर्जन दर > पौधे A की दर से*
2. *पौधे A की वाष्पोत्सर्जन दर > पौधे B की दर से*
3. *पौधे C की वाष्पोत्सर्जन दर = पौधे A की वाष्पोत्सर्जन दर*
4. *पौधे C की वाष्पोत्सर्जन दर > पौधे A की वाष्पोत्सर्जन दर > पौधे B की वाष्पोत्सर्जन दर*

20. *संलग्न चित्र के द्वारा निम्न में से कौनसा इंगित होता है*



1. $a + ab + ab^2 + \ldots = a/(1-b)$ for $|b|<1$
2. $a > b$ से तात्पर्य $a^3 > b^3$
3. $(a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4. $a > b$ से तात्पर्य $-a < -b$

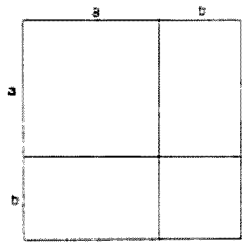
19. Three sunflower plants were placed in conditions as indicated below.

Plant A : still air
Plant B : moderately turbulent air
Plant C : still air in the dark

Which of the following statements is correct?

1. Transpiration rate of plant B > that of plant A.
2. Transpiration rate of plant A > that of plant B.
3. Transpiration rate of plant C = that of plant A.
4. Transpiration rate of plant C > that of plant A > that of plant B.

20. Which of the following is indicated by the accompanying diagram?



1. $a + ab + ab^2 + \ldots = a/(1-b)$ for $|b|<1$
2. $a > b$ implies $a^3 > b^3$
3. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4. $a > b$ implies $-a < -b$

www.examrace.com

भाग B

21. शब्द 'MATHEMATICS' के अक्षरों के क्रमचय से कितने शब्द बनाये जा सकते हैं ?

1. 5040 2. 4989600
3. 11! 4. 8!

22. 50,000 के धनात्मक भाजक कितने हैं ?

1. 20 2. 30
3. 40 4. 50

23. मानें कि A व B दो nxn वास्तविक आव्यूह हैं । निम्न कथनों में कौन सही है ?

1. जाति (A+B) = जाति (A) + जाति (B).
2. जाति (A+B) ≤ जाति (A) + जाति (B).
3. जाति (A+B) = न्यूनतम {जाति (A), जाति (B)}.
4. जाति (A+B) = महत्तम {जाति (A), जाति (B)}.

24. मानें कि

$$f_n(x)=\begin{cases}1-nx & for\ x\in[0,1/n]\\ 0 & for\ x\in[1/n,1]\end{cases}$$ तो

1. $\lim_{n\to\infty} f_n(x)$, $[0,1]$ पर सतत फलन की परिभाषा करता है ।
2. $\{f_n\}$, $[0,1]$ पर एकसमान अभिसरित होता है ।
3. सभी $x\in[0,1]$ के लिए $\lim_{n\to\infty} f_n(x)=0$ है ।
4. सभी $x\in[0,1]$ के लिए $\lim_{n\to\infty} f_n(x)$ का अस्तित्व है ।

25. संख्या $\sqrt{2}e^{i\pi}$ एक

1. परिमेय संख्या है ।
2. अभिगमनांक है ।
3. अपरिमेय संख्या है ।
4. अधिकल्पित संख्या है ।

PART B

21. The number of words that can be formed by permuting the letters of 'MATHEMATICS' is

1. 5040 2. 4989600
3. 11! 4. 8!

22. The number of positive divisors of 50,000 is

1. 20 2. 30
3. 40 4. 50

23. Let A, B be nxn real matrices. Which of the following statements is correct?

1. rank (A+B) = rank (A) + rank (B).
2. rank (A+B) ≤ rank (A) + rank (B).
3. rank (A+B) = min {rank (A), rank (B)}.
4. rank (A+B) = max {rank (A), rank (B)}.

24. Let $f_n(x)=\begin{cases}1-nx & for\ x\in[0,1/n]\\ 0 & for\ x\in[1/n,1]\end{cases}$

Then

1. $\lim_{n\to\infty} f_n(x)$ defines a continuous function on $[0,1]$.
2. $\{f_n\}$ converges uniformly on $[0,1]$.
3. $\lim_{x\to 0} f_n(x)=0$ for all $x\in[0,1]$.
4. $\lim_{n\to 0} f_n(x)$ exists for all $x\in[0,1]$.

25. The number $\sqrt{2}e^{i\pi}$ is

1. a rational number.
2. a transcendental number.
3. an irrational number.
4. an imaginary number.

www.examrace.com

26. माने कि ζ एक का आदिम घनमूल है । A की परिभाषा है ।

$$A=\begin{pmatrix}\zeta^{-1} & 0\\ 0 & \zeta\end{pmatrix}.$$

सदिश $v=(v_1, v_2, v_3)\in\mathbb{R}^3$ के लिये $|v|_A$ की परिभाषा है $\sqrt{|vAv^T|}$ जहाँ v^T, v का परिवर्त है । अगर $w=(1,1,1)$ तो $|w|_A$

1. 0 के समान है ।
2. 1 के समान है ।
3. -1 के समान है ।
4. 2 के समान है ।

27. माने कि $M=\{(a_1, a_2, a_3): a_i\in\{1, 2, 3, 4\}, a_1+a_2+a_3=6\}$. M के अवयवों की संख्या है

1. 8 2. 9
3. 10 4. 12

28. $(38)^{2011}$ का अंतिम अंक है ।

1. 6 2. 2
3. 4 4. 8

29. वास्तविक प्रविष्टि व शून्य अनुरेख वाले $n\times n$ $(n\geq 2)$ कोटि के सभी सममित आव्यूहों $A=(a_{ij})$, $a_{11}=0$ के सदिश समष्टि की विमा है ।

1. $(n^2+n-4)/2$ 2. $(n^2-n+4)/2$
3. $(n^2+n-3)/2$ 4. $(n^2-n+3)/2$

30. माने कि $I=[0,1]\subset\mathbb{R}$ । $x\in\mathbb{R}$ के लिये माने कि $\phi(x)=$ दूरी $(x, I)=$ निम्नतम $\{|x-y|: y\in I\}$ । तो

1. $\mathbb{R}$ पर कहीं $\phi(x)$ असतत है ।
2. $\mathbb{R}$ पर $\phi(x)$ संतत है परन्तु ठीकठीक $x=0$ पर सतत अवकलनीय नहीं है ।
3. $\mathbb{R}$ पर $\phi(x)$ संतत है परन्तु ठीकठीक $x=0$ व $x=1$ पर सतत अवकलनीय नहीं है ।
4. $\mathbb{R}$ पर $\phi(x)$ अवकलनीय है ।

26. Let ζ be a primitive cube root of unity. Define

$$A=\begin{pmatrix}\zeta^{-1} & 0\\ 0 & \zeta\end{pmatrix}.$$

For a vector $v=(v_1, v_2, v_3)\in\mathbb{R}^3$ define $|v|_A=\sqrt{|vAv^T|}$ where v^T is transpose of v. If $w=(1,1,1)$ then $|w|_A$ equals

1. 0
2. 1
3. -1
4. 2

27. Let $M=\{(a_1, a_2, a_3): a_i\in\{1, 2, 3, 4\}, a_1+a_2+a_3=6\}$. Then the number of elements in M is

1. 8 2. 9
3. 10 4. 12

28. The last digit of $(38)^{2011}$ is

1. 6 2. 2
3. 4 4. 8

29. The dimension of the vector space of all symmetric matrices $A=(a_{ij})$ of order $n\times n$ $(n\geq 2)$ with real entries, $a_{11}=0$ and trace zero is

1. $(n^2+n-4)/2$. 2. $(n^2-n+4)/2$
3. $(n^2+n-3)/2$. 4. $(n^2-n+3)/2$

30. Let $I=[0,1]\subset\mathbb{R}$. For $x\in\mathbb{R}$, let $\phi(x)=$ dist $(x, I)=\inf\{|x-y|: y\in I\}$. Then

1. $\phi(x)$ is discontinuous somewhere on $\mathbb{R}$.
2. $\phi(x)$ is continuous on $\mathbb{R}$ but not continuously differentiable exactly at $x=0$.
3. $\phi(x)$ is continuous on $\mathbb{R}$ but not continuously differentiable exactly at $x=0$ and at $x=1$
4. $\phi(x)$ is differentiable on $\mathbb{R}$.

www.examrace.com

31. माने कि $a_n = \sin \pi/n$ / क्रम $a_1, a_2, \cdots$ के लिए उच्चक

1. 0 है व यह प्राप्त होता है /
2. 0 है व यह प्राप्त नहीं होता /
3. 1 है व यह प्राप्त होता है /
4. 1 है व यह प्राप्त नहीं होता /

32. तथ्य $\sum_1^\infty \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ का उपयोग करके

$\sum_1^\infty \frac{1}{(2n+1)^2}$ का मूल्य होगा :

1. $\frac{\pi^2}{12}$
2. $\frac{\pi^2}{12} - 1$
3. $\frac{\pi^2}{8}$
4. $\frac{\pi^2}{8} - 1$

33. माने कि $f(x,y) = u(x,y) + i\, v(x, y)$ रूप का एक सम्मिश्रमानी फलन $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ है /

माने कि $u(x, y) = 3x^2y$, तो

1. $\mathbb{C}$ पर v के किसी भी चयन पर f होलोमार्फिक नहीं हो सकता /
2. $\mathbb{C}$ पर v के उचित चयन पर f होलोमार्फिक होगा /
3. $\mathbb{C}$ पर v के सभी चयन पर f होलोमार्फिक होगा /
4. u अवकलनीय नहीं है /

34. माने कि $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ एक द्विरैखिक प्रतिचित्र है, अर्थात हर चर में अलग से रैखिक है / तो $(V, W) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ के लिये $(H, K) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ पर मूल्यांकित अवकलज $Df(V, W)$ निम्न से दिया जाता है :

1. $f(V, K) + f(H, W)$
2. $f(H, K)$
3. $f(V, H) + f(W, K)$
4. $f(H, V) + f(W, K)$

35. अधिकतम 3 घात वाले, सभी वास्तविक बहुपदों की सदिश समष्टि N माना जाये / $S: N \to N$ की परिभाषा है $(Sp)(x) = p(x + 1)$, $p \in N$ / तो $\{1, x, x^2, x^3\}$ जो स्तंभ सदिश के रूप में है, इस आधार में S का आव्यूह, इस प्रकार दिया जाता है :

31. Let $a_n = \sin \pi/n$. For the sequence $a_1, a_2, \cdots$ the supremum is

1. 0 and it is attained.
2. 0 and it is not attained.
3. 1 and it is attained
4. 1 and it is not attained.

32. Using the fact that

$\sum_1^\infty \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, $\sum_1^\infty \frac{1}{(2n+1)^2}$ equals

1. $\frac{\pi^2}{12}$
2. $\frac{\pi^2}{12} - 1$
3. $\frac{\pi^2}{8}$
4. $\frac{\pi^2}{8} - 1$

33. Let $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ be a complex valued function of the form $f(x,y) = u(x,y) + i\, v(x, y)$.

Suppose that $u(x, y) = 3x^2y$.

Then

1. f cannot be holomorphic on $\mathbb{C}$ for any choice of v.
2. f is holomorphic on $\mathbb{C}$ for a suitable choice of v.
3. f is holomorphic on $\mathbb{C}$ for all choices of v.
4. u is not differentiable.

34. Let $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ be a bilinear map, i.e., linear in each variable separately. Then for $(V, W) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$, the derivative $Df(V, W)$ evaluated on $(H, K) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ is given by

1. $f(V, K) + f(H, W)$
2. $f(H, K)$
3. $f(V, H) + f(W, K)$
4. $f(H, V) + f(W, K)$

35. Let N be the vector space of all real polynomials of degree at most 3. Define

$S: N \to N$ by $(Sp)(x) = p(x + 1)$, $p \in N$.

Then the matrix of S in the basis $\{1, x, x^2, x^3\}$, considered as column vectors, is given by:

www.examrace.com

1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

36. माने कि F, 8 अवयव वाला एक क्षेत्र है एवं $A = \{x \in F \mid x^7 = 1$ व $x^k \neq 1$, $k < 7$ वाले सभी प्राकृतिक अंकों के लिये $\}$। तो A के अवयवों की संख्या है

1. 1
2. 2
3. 3
4. 6

37. घात श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n} (z-1)^{2n}$ तभी अभिसारित होती है जब

1. $|z| \leq 3$
2. $|z| < \sqrt{3}$
3. $|z-1| < \sqrt{3}$
4. $|z-1| \leq \sqrt{3}$

38. समूह $G = \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ के बारे में विचारें जहाँ $\mathbb{Q}$ व $\mathbb{Z}$ क्रमशः परिमेय व पूर्ण अंकों के समूह हैं। माने कि n एक धनात्मक संख्या है। तो क्या कोटि n का एक चक्रीय उपसमुच्चय है ?

1. आवश्यक नहीं।
2. हाँ, एक अनन्य।
3. हाँ, परन्तु अनन्य होने की आवश्यकता नहीं।
4. कभी नहीं।

39. माने कि $f(x) = x^3+2x^2+1$ एवं $g(x) = 2x^3+x+2$ तो $\mathbb{Z}_{11}$ पर

1. f(x) व g(x) अलघुकरणीय हैं।
2. f(x) अलघुकरणीय है परन्तु g(x) नहीं।
3. g(x) अलघुकरणीय है परन्तु f(x) नहीं।
4. न तो f(x) या, न तो g(x) अलघुकरणीय हैं।

1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

36. Let F be a field of 8 elements and $A = \{x \in F \mid x^7 = 1$ and $x^k \neq 1$ for all natural numbers $k < 7\}$. Then the number of elements in A is

1. 1
2. 2
3. 3
4. 6

37. The power series $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n} (z-1)^{2n}$ converges if

1. $|z| \leq 3$
2. $|z| < \sqrt{3}$
3. $|z-1| < \sqrt{3}$
4. $|z-1| \leq \sqrt{3}$

38. Consider the group $G = \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ where $\mathbb{Q}$ and $\mathbb{Z}$ are the groups of rational numbers and integers respectively. Let n be a positive integer. Then is there a cyclic subgroup of order n?

1. not necessarily.
2. yes, a unique one.
3. yes, but not necessarily a unique one.
4. never

39. Let $f(x) = x^3+2x^2+1$ and $g(x) = 2x^3+x+2$. Then over $\mathbb{Z}_{11}$,

1. f(x) and g(x) are irreducible
2. f(x) is irreducible, but g(x) is not.
3. g(x) is irreducible, but f(x) is not.
4. neither f(x) nor g(x) is irreducible.

www.examrace.com

40. $\mathbb{Z}_{(12)}$ से $\mathbb{Z}_{(28)}$ तक के अतुच्छ वलय समाकारिता की संख्या है :

1. 1
2. 3
3. 4
4. 7

41. प्रारंभिक मान समस्या $y'(t) = f(t)\, y(t)$, $y(0) = 1$ जहाँ $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ संतत है, पर विचारें । तो इस प्रारंभिक मान समस्या के

1. कुछ f के लिये अनंततः बहुत हल होते है ।
2. $\mathbb{R}$ पर एक अनन्य हल होता है ।
3. $\mathbb{R}$ पर कुछ f के लिये कोई हल नहीं होता ।
4. 0 को अन्तर्विष्ट करते एक अंतराल में एक हल होता है परन्तु कुछ f के लिये $\mathbb{R}$ पर नहीं ।

42. माने कि साधारण अवकल समीकरण $u''(t) - 4u'(t) + 3u(t) = 0, t \in \mathbb{R}$ के सभी परिबद्ध हलों का समुच्चय V है । तो V

1. विमा 2 की एक वास्तविक सदिश समष्टि है ।
2. विमा 1 की एक वास्तविक सदिश समष्टि है ।
3. केवल एक तुच्छ फलन $u \equiv 0$ को अन्तर्विष्ट करता है ।
4. ठीक-ठीक दो ही फलनों को अन्तर्विष्ट करता है ।

43. फलन $u(x,t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}} e^{\frac{-x^2}{4t}} & , t>0, x \in \mathbb{R} \\ 0 & , t \le 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$

ऊष्मा समीकरण का निम्न अंतराल में एक हल है :

1. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R},\ t \in \mathbb{R}\}$.
2. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R},\ t > 0\}$ परन्तु समुच्चय $\{(x,t) : x \in \mathbb{R},\ t < 0\}$ में नहीं ।
3. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R},\ t \in \mathbb{R}\} \setminus \{(0,0)\}$.
4. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R},\ t > -1\}$.

40. The number of non-trivial ring homomorphisms from $\mathbb{Z}_{(12)}$ to $\mathbb{Z}_{(28)}$ is

1. 1
2. 3
3. 4
4. 7

41. Consider the initial value problem

$$y'(t) = f(t)\, y(t), \qquad y(0) = 1$$

where $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is continuous. Then this initial value problem has

1. infinitely many solutions for some f.
2. a unique solution in $\mathbb{R}$.
3. no solution in $\mathbb{R}$ for some f.
4. a solution in an interval containing 0, but not on $\mathbb{R}$ for some f.

42. Let V be the set of all bounded solutions of the ODE

$u''(t) - 4u'(t) + 3u(t) = 0, t \in \mathbb{R}$

Then V

1. is a real vector space of dimension 2.
2. is a real vector space of dimension 1.
3. contains only the trivial function $u \equiv 0$.
4. contains exactly two functions.

43. The function

$$u(x,t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}} e^{\frac{-x^2}{4t}} & , t>0, x \in \mathbb{R} \\ 0 & , t \le 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

is a solution of the heat equation in

1. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R},\ t \in \mathbb{R}\}$.
2. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R},\ t > 0\}$ but not in the set $\{(x,t) : x \in \mathbb{R},\ t < 0\}$.
3. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R},\ t \in \mathbb{R}\} \setminus \{(0,0)\}$.
4. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R},\ t > -1\}$.

www.examrace.com

44. दूसरी कोटि के आंशिक अवकल समीकरण

$$u_{yy} - yu_{xx} + x^3u = 0$$

है

1. सभी $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ के लिये दीर्घवृत्तीय है ।
2. सभी $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ के लिये परवलयिक है ।
3. सभी $x \in \mathbb{R}$, $y < 0$ के लिये दीर्घवृत्तीय है ।
4. सभी $x \in \mathbb{R}$, $y < 0$ के लिये अतिपरवलयिक है ।

45. दूसरी कोटि के एक साधारण अवकल समीकरण व उसके परिमित अंतर निरूपण के बारे में विचारें । निम्न में से एक सही कथन को पहचानें ।

1. परिमित अंतर निरूपण अनन्य है ।
2. कुछ साधारण अवकल समीकरणों के लिये परिमित अंतर निरूपण अनन्य है ।
3. साधारण अवकल समीकरणों के लिये कोई अनन्य परिमित अंतर निरूपण नहीं है ।
4. परिमित अंतर आयोजना की अनन्यता निर्धारित नहीं हो सकती ।

46. फलनक

$$I(y(x)) = \int_1^3 y(3x - y)dx; \quad y(3) = 4\frac{1}{2}, \; y(1) = 1$$

के चरमसीमाकरण की विचरणी समस्या का

1. एक अनन्य हल होता है ।
2. ठीक–ठीक दो ही हल होते हैं ।
3. अनन्त संख्या के हल होते हैं ।
4. कोई हल नहीं होता ।

47. रैखिक समाकल समीकरण $\phi(x) = x + \int_0^{1/2} \phi(\xi)d\xi$, के लिये साधक अष्टि $R(x, \xi; 1)$ है

1. 1/2
2. 2
3. 3/2
4. 4

48. एक गतिकीय तंत्र की हैमिल्टनी $H = pq - q^2$ दी जाती है तो जब $t \to \infty$,

1. $q \to \infty, p \to \infty$
2. $q \to 0, p \to 0$
3. $q \to \infty, p \to 0$
4. $q \to 0, p \to \infty$

44. The second order PDE

$$u_{yy} - yu_{xx} + x^3u = 0$$

is

1. elliptic for all $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$.
2. parabolic for all $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$.
3. elliptic for all $x \in \mathbb{R}$, $y < 0$.
4. hyperbolic for all $x \in \mathbb{R}$, $y < 0$.

45. Consider a second order ordinary differential Equation (ODE) and its finite difference representation. Identify which of the following statements is correct.

1. The finite difference representation is unique.
2. The finite difference representation is unique for some ODE.
3. There is no unique finite difference scheme for the ODE.
4. The uniqueness of a finite difference scheme can not be determined.

46. The variational problem of extremizing the functional

$$I(y(x)) = \int_1^3 y(3x - y)dx; \quad y(3) = 4\frac{1}{2}, \; y(1) = 1$$

has

1. a unique solution.
2. exactly two solutions.
3. an infinite number of solutions.
4. no solution.

47. For the linear integral equation

$$\phi(x) = x + \int_0^{1/2} \phi(\xi)d\xi,$$

the resolvent kernel $R(x, \xi; 1)$ is

1. 1/2
2. 2
3. 3/2
4. 4

48. If the Hamiltonian of a dynamical system is given by $H = pq - q^2$, then as $t \to \infty$

1. $q \to \infty, p \to \infty$
2. $q \to 0, p \to 0$
3. $q \to \infty, p \to 0$
4. $q \to 0, p \to \infty$

www.examrace.com

49. संचयी बंटन फलन $F_1(t)$ व $F_2(t)$ एवं प्रायिकता घनत्व फलन $f_1(t)$ व $f_2(t)$ के दो जीवकाल चर T_1 व T_2 की जोखिम गतियाँ क्रमशः $h_1(t) = 3t^2$ व $h_2(t) = 4t^3$, $t > 0$ हैं । तो

1. सभी $t > 0$ के लिये $F_1(t) \ge F_2(t)$.
2. सभी $t > 1$ के लिये $F_1(t) < F_2(t)$.
3. $E(T_1) < E(T_2)$.
4. सभी $t > 0$ के लिये $f_1(t) < f_2(t)$.

50. मानें कि $X_1, X_2, \cdots$ $N(1,1)$ के अनुसार सर्वसमरूप स्वतंत्र रूप से बंटित यादृच्छिक चर हैं । मानें कि $n \ge 1$ के लिये $S_n = X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2$ है । तो $\lim_{n \to \infty} \frac{\text{प्रसरण}(S_n)}{n}$ का मूल्य है ।

1. 4
2. 6
3. 1
4. 0

51. मानें कि $\{X_n : n \ge 0\}$ एक परिमित अवस्था समष्टि S पर स्तब्ध संक्रमण प्रायिकता आव्यूह वाला एक मार्कोव श्रृंखला है । मानें कि श्रृंखला अलघुकरणीय नहीं है । तो यह मार्कोव श्रृंखला

1. के अनंततः बहुत स्तब्ध बंटन ग्राह्य हैं ।
2. का एक ही अनन्य स्तब्ध बंटन ग्राह्य है ।
3. का कोई भी स्तब्ध बंटन ग्राह्य नहीं है ।
4. के ठीक–ठीक दो स्तब्ध बंटन ग्राह्य नहीं हैं ।

52. मानें कि X व Y दो स्वतंत्र यादृच्छिक चर हैं, जहाँ 0 के दोनों तरफ Y सममित है । मानें कि $U = X + Y$ व $V = X - Y$ तो

1. U व V हमेशा स्वतंत्र हैं ।
2. U व V दोनों का बंटन समान है ।
3. U हमेशा 0 के दोनों तरफ सममित है ।
4. V हमेशा 0 के दोनों तरफ सममित है ।

53. एक चुनाव में दो राजनैतिक पक्षों के प्रति मतदाताओं की पसंद की आवृत्तियाँ निम्न 2×2 तालिका में लिंगानुसार वर्गीकृत दी गयी हैं । सही कथन को पहचानें :

लिंग	पक्ष B	पक्ष C	कुल
पुरुष	200	400	600
स्त्री	100	300	400
कुल	300	700	1000

49. The hazard rates of two life time variables T_1 and T_2 with respective c.d.f.s $F_1(t)$ and $F_2(t)$ and p.d.f.s $f_1(t)$ and $f_2(t)$, are $h_1(t) = 3t^2$ and $h_2(t) = 4t^3$, $t > 0$ respectively. Then

1. $F_1(t) \ge F_2(t)$ for all $t > 0$.
2. $F_1(t) < F_2(t)$ for all $t > 1$.
3. $E(T_1) < E(T_2)$.
4. $f_1(t) < f_2(t)$ for all $t > 0$.

50. Let $X_1, X_2, \cdots$ be i.i.d. $N(1,1)$ random variables. Let $S_n = X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2$ for $n \ge 1$. Then $\lim_{n \to \infty} \frac{Var(S_n)}{n}$ is

1. 4
2. 6
3. 1
4. 0

51. Let $\{X_n : n \ge 0\}$ be a Markov chain on a finite state space S with stationary transition probability matrix. Suppose that the chain is not irreducible. Then the Markov chain

1. admits infinitely many stationary distributions.
2. admits a unique stationary distribution.
3. may not admit any stationary distribution.
4. cannot admit exactly two stationary distributions.

52. Suppose X and Y are independent random variables where Y is symmetric about 0. Let $U = X + Y$ and $V = X - Y$. Then

1. U and V are always independent.
2. U and V have the same distribution.
3. U is always symmetric about 0.
4. V is always symmetric about 0.

53. Consider the following 2×2 table of frequencies of voter preferences to two parties classified by gender, in an election. Identify the correct statement:

Gender	Party B	Party C	Total
Male	200	400	600
Female	100	300	400
Total	300	700	1000

www.examrace.com

1. अगर पक्ष व लिंग के बीच कोई सम्पर्क नहीं है तो अपेक्षित आवृत्तियाँ होंगी

180	420
120	280

2. सम्पर्क की अनुपस्थिति के परीक्षण हेतु काई-वर्ग प्रतिदर्शज 0 है।
3. लिंग व पक्ष सम्बन्धित नहीं हैं।
4. पुरुष व स्त्री दोनों समानतः पक्ष C को पसंद करते हैं।

54. मान लें कि $X_1, X_2, \cdots, X_n$, n (≥ 2), $N(\mu, \sigma^2)$ बंटन से सर्वसमान स्वतंत्र रूप से बंटित प्रेक्षण हैं, जहाँ $-\infty < \mu < \infty$ व $0 < \sigma^2 < \infty$ अज्ञात प्राचल हैं। मानें कि $\hat{\sigma}^2_{MLE}$ व $\hat{\sigma}^2_{UMVUE}$ क्रमशः σ^2 के अधिकतम संभाविता व एकसमान न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकल हैं। सही कथन को पहचानें :

1. $\hat{\sigma}^2_{MLE}$ का प्रसरण $\hat{\sigma}^2_{UMVUE}$ के प्रसरण के समान है।
2. $\hat{\sigma}^2_{UMVUE}$ की तुलना में $\hat{\sigma}^2_{MLE}$ का प्रसरण अधिक है।
3. $\hat{\sigma}^2_{UMVUE}$ की तुलना में $\hat{\sigma}^2_{MLE}$ का त्रुटि वर्ग माध्य कम है।
4. $\hat{\sigma}^2_{MLE}$ व $\hat{\sigma}^2_{UMVUE}$ दोनों के त्रुटि वर्ग माध्य समान हैं।

55. मानें कि हमारे पास $X_1, X_2, \ldots, X_n$ एक प्रसामान्य बंटन वाले सर्वसमान स्वतंत्र रूप से बंटित प्रेक्षण हैं। इसके अतिरिक्त मानें कि हमारे पास उसी प्रसामान्य बंटन वाले स्वतंत्र प्रेक्षण समुच्चय $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ भी हैं जो भी सर्वसमान स्वतंत्ररूप से बंटित हैं। मानें कि R_X = X व Y मूल्यों के युग्मित समुच्चय में Xओं की जातियों (रैंकों) का योगफल है एवं R_Y = युग्मित समुच्चय में Yओं की जातियों का योगफल है। तो

1. $P(R_X - R_Y > 0) > \frac{1}{2}$.
2. $P(R_Y - R_X > 0) > \frac{1}{2}$.
3. $E(R_X) = E(R_Y)$.
4. $P(R_Y = R_X) = 1$.

56. एक साधारण समाश्रयण निदर्श $Y = \beta X + \varepsilon$ पर विचार करें। मानें कि $\hat{Y}_0$, $X = x_0$ पर n प्रेक्षणों (Y_i, X_i), $i = 1, \cdots, n$ व $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ पर आधारित Y का न्यूनतम वर्ग प्रागुक्ता है। तो प्रागुक्ता $\hat{Y}_0$ की मानक त्रुटि

1. If there is no association between party and gender, the expected frequencies are

180	420
120	280

2. The chi-square statistic for testing no association is 0.
3. Gender and party are not associated.
4. Both males and females equally prefer party C.

54. Let $X_1, X_2, \cdots, X_n$ be n (≥ 2) i.i.d. observations from $N(\mu, \sigma^2)$ distribution, where $-\infty < \mu < \infty$ and $0 < \sigma^2 < \infty$ are unknown parameters. Let $\hat{\sigma}^2_{MLE}$ and $\hat{\sigma}^2_{UMVUE}$ denote the maximum likelihood and uniformly minimum variance unbiased estimates of σ^2 respectively. Identify the correct statement:

1. $\hat{\sigma}^2_{MLE}$ has the same variance as that of $\hat{\sigma}^2_{UMVUE}$.
2. $\hat{\sigma}^2_{MLE}$ has larger variance than that of $\hat{\sigma}^2_{UMVUE}$.
3. $\hat{\sigma}^2_{MLE}$ has smaller mean squared error than that of $\hat{\sigma}^2_{UMVUE}$.
4. $\hat{\sigma}^2_{MLE}$ and $\hat{\sigma}^2_{UMVUE}$ have the same mean squared error.

55. Suppose that we have i.i.d. observations $X_1, X_2, \cdots, X_n$ with a normal distribution. Suppose further that we have an independent set of observations $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ which are also i.i.d. with the same normal distribution. Let R_X = the sum of the ranks of the X's when they are ranked in the combined set of X and Y values, and R_Y = the sum of the ranks of the Y's in the combined set. Then

1. $P(R_X - R_Y > 0) > \frac{1}{2}$.
2. $P(R_Y - R_X > 0) > \frac{1}{2}$.
3. $E(R_X) = E(R_Y)$.
4. $P(R_Y = R_X) = 1$.

56. Consider a simple linear regression model $Y = \beta X + \varepsilon$. Let $\hat{Y}_0$ be the least squares predictor of Y at $X = x_0$ based on n observations (Y_i, X_i), $i = 1, \cdots, n$ and $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$.

Then the standard error of the predictor $\hat{Y}_0$

www.examrace.com

1. जब $\bar{X}$ से x_0 दूर हटता है तो कम होती है।
2. जब $\bar{X}$ से x_0 दूर हटता है तो अधिक होती है।
3. जब 0 के पास x_0 आता है तो अधिक होती है।
4. जब 0 के पास x_0 आता है तो कम होती है।

57. एक बक्से में 1, 2,⋯, N संख्यादाले N टिकट अंतर्विष्ट हैं। N का मूल्य तथापि अज्ञात है। बक्से में से वापस रखे बिना एक साधारण यादृच्छिक n टिकटों का प्रतिदर्श निकाला गया। मानें कि $X_1, X_2,\cdots,X_n$ टिकटों पर दिये गये संख्या हैं जो क्रमशः पहले, दूसरे ⋯, n वें बार निकालने में पाये जाते हैं। निम्न में से कौन N का अनभिनत आकलन है?

1. $2\bar{X}-1$ जहाँ $\bar{X}=\frac{1}{N}(X_1+\ldots+X_n)$
2. $2\bar{X}+1$
3. $2\bar{X}+\frac{1}{2}$
4. $2\bar{X}-\frac{1}{2}$

58. यह देखने के लिए कि क्या दो अलग वर्म क्रीम A व B मानव शरीर पर अलग परिणाम देते हैं, एक नैदानिक परीक्षण किया गया जिसमें यादृच्छिक रूप से चुने n व्यक्ति शामिल किये गये। क्रीम A हर व्यक्ति के यादृच्छिक रूप से चुनी गयी एक भुजा में लगाया गया, व क्रीम B दूसरी भुजा में। मानें कि मापी गयी प्रतिक्रिया एक संतत चर है। अंतर के परीक्षण हेतु किस सांख्यिकीय परीक्षण का उपयोग करना चाहिये?

1. अगर प्रसामान्यता मानी जा सकती है तो दो –प्रतिदर्श टी–परीक्षण
2. अगर प्रसामान्यता मानी जा सकती है तो युगल टी –परीक्षण
3. दो प्रतिदर्श कोल्मोगोरोव–स्मिर्नोव परीक्षण
4. यादृच्छिकता का परीक्षण

59. मानें कि चर $x_1 \geq 0$ व $x_2 \geq 0$ व्यवरोधों $x_1+x_2 \geq 3$ व $x_1+2x_2 \geq 4$ का समाधान करते हैं। तो निम्न में से कौन सा सही है?

1. $5x_1 + 7x_2$ का उच्चतम मूल्य 21 है व उसका कोई परिमित न्यूनतम नहीं है।
2. $5x_1+7x_2$ का न्यूनतम मूल्य 17 है व उसका कोई परिमित उच्चतम नहीं है।
3. $5x_1+7x_2$ का उच्चतम मूल्य 21 है व उसका न्यूनतम मूल्य 17 है।
4. $5x_1+7x_2$ का न तो कोई परिमित न्यूनतम है न तो उच्चतम।

1. decreases as x_0 moves away from $\bar{X}$.
2. increases as x_0 moves away from $\bar{X}$.
3. increases as x_0 moves closer to 0.
4. decreases as x_0 moves closer to 0.

57. A box contains N tickets which are numbered 1, 2,⋯, N. The value of N is however, unknown. A simple random sample of n tickets is drawn without replacement from the box. Let $X_1, X_2,\cdots,X_n$ be numbers on the tickets obtained in the 1^{st}, 2^{nd}, ⋯, n^{th} draws respectively. Which of the following is an unbiased estimator of N?

1. $2\bar{X}-1$ where $\bar{X}=\frac{1}{N}(X_1+\ldots+X_n)$
2. $2\bar{X}+1$
3. $2\bar{X}+\frac{1}{2}$
4. $2\bar{X}-\frac{1}{2}$

58. In a clinical trial n randomly chosen persons were enrolled to examine whether two different skin creams, A and B, have different effects on the human body. Cream A was applied to one of the randomly chosen arms of each person, cream B to the other arm. Which statistical test is to be used to examine the difference? Assume that the response measured is a continuous variable.

1. Two-sample t-test if normality can be assumed.
2. Paired t-test if normality can be assumed.
3. Two-sample Kolmogorov-Smirnov test.
4. Test for randomness.

59. Suppose that the variables $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$ satisfy the constraints $x_1+x_2 \geq 3$ and $x_1+2x_2 \geq 4$. Which of the following is true?

1. The maximum value of $5x_1 + 7x_2$ is 21 and it does not have any finite minimum.
2. The minimum value of $5x_1+7x_2$ is 17 and it does not have any finite maximum.
3. The maximum value of $5x_1+7x_2$ is 21 and its minimum value is 17.
4. $5x_1+7x_2$ neither has a finite maximum nor a finite minimum.

AH

www.examrace.com

60. आगमन गति $\lambda > 0$ व सेवा गति $\mu > 0$ के एक M/M/1 कतार प्रणाली में माने कि X(t) ग्राहकों की संख्या है । प्रक्रिया X(t) एक

1. गति $\lambda-\mu$ का पायसों प्रक्रिया है ।
2. जनन गति $\lambda-\mu$ की शुद्ध जनन प्रक्रिया है ।
3. जनन गति λ व मरण गति μ की जनन-मरण प्रक्रिया है ।
4. जनन गति $\frac{1}{\lambda}$ व मरण गति $\frac{1}{\mu}$ की जनन-मरण प्रक्रिया है ।

60. Let X(t) be the number of customers in an M/M/1 queuing system with arrival rate $\lambda > 0$ and service rate $\mu > 0$. The process X(t) is a

1. Poisson process with rate $\lambda-\mu$.
2. pure birth process with birth rate $\lambda-\mu$.
3. birth and death process with birth rate λ and death rate μ.
4. birth and death process with birth rate $\frac{1}{\lambda}$ and death rate $\frac{1}{\mu}$.

www.examrace.com

भाग/Part C

एकक I/Unit I

61. *फलन* $f(x) = \cos(|x-5|) + \sin(|x-3|) + |x+10|^3 - (|x|+4)^2$ *पर विचार कीजिए । f निम्न बिन्दुओं में कहाँ अवकलनीय नहीं है ?*

1. $x = 5$ 2. $x = 3$ 3. $x = -10$ 4. $x = 0$

61. Consider the function

$$f(x) = \cos(|x-5|) + \sin(|x-3|) + |x+10|^3 - (|x|+4)^2.$$

At which of the following points is f not differentiable?

1. $x = 5$ 2. $x = 3$ 3. $x = -10$ 4. $x = 0$

62. $\mathbb{R}^2$ *के निम्न उपसमुच्चयों में कौन से सुसंहत हैं ?*

1. $\{(x, y) : |x| \le 1, |y| \ge 2\}$
2. $\{(x, y) : |x| \le 1, |y|^2 \le 2\}$
3. $\{(x, y) : x^2 + 3y^2 \le 5\}$
4. $\{(x, y) : x^2 \le y^2 + 5\}$

62. Which of the following subsets of $\mathbb{R}^2$ are compact?

1. $\{(x, y) : |x| \le 1, |y| \ge 2\}$
2. $\{(x, y) : |x| \le 1, |y|^2 \le 2\}$
3. $\{(x, y) : x^2 + 3y^2 \le 5\}$
4. $\{(x, y) : x^2 \le y^2 + 5\}$

63 *निम्न में कौन से* $C = \{f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ *जो एक संतत फलन है*$\}$ *में दूरीक हैं ?*

1. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0,1]\}$.
2. $d(f, g) = \inf\{|f(x) - g(x)| : x \in [0,1]\}$.
3. $d(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)|\,dx$.
4. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0,1]\} + \int_0^1 |f(x) - g(x)|\,dx$.

www.examrace.com

63 Which of the following are metrics on $C = \{f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ is a continuous function$\}$

1. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0,1]\}$.
2. $d(f, g) = \inf\{|f(x) - g(x)| : x \in [0,1]\}$.
3. $d(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)|\,dx$.
4. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0,1]\} + \int_0^1 |f(x) - g(x)|\,dx$.

64. हर $j = 1, 2, 3 \ldots$ के लिये माने कि A_j एक परिमित समुच्चय है जिसमें कम से कम दो अवयव हैं । तो

1. $\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$ एक गणनीय समुच्चय है ।
2. $\bigcup_{n=1}^{\infty} \prod_{j=1}^{n} A_j$ अगणनीय है ।
3. $\prod_{j=1}^{\infty} A_j$ अगणनीय है ।
4. $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_j$ अगणनीय है ।

64. For each $j = 1, 2, 3, \ldots$, let A_j be a finite set containing at least two distinct elements. Then

1. $\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$ is a countable set.
2. $\bigcup_{n=1}^{\infty} \prod_{j=1}^{n} A_j$ is uncountable.
3. $\prod_{j=1}^{\infty} A_j$ is uncountable.
4. $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_j$ is uncountable.

65. निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं ?

1. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \to e$ जब $n \to \infty$.
2. $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n} \to e$ जब $n \to \infty$.
3. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \to e$ जब $n \to \infty$.
4. $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{n} \to e$ जब $n \to \infty$.

65. Which of the following is/are correct?

1. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \to e$ as $n \to \infty$.
2. $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n} \to e$ as $n \to \infty$.
3. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \to e$ as $n \to \infty$.
4. $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{n} \to e$ as $n \to \infty$.

www.examrace.com

66. *निम्न में से कौन सही है/हैं ?*

1. $\log\frac{x+y}{2} \le \frac{\log x+\log y}{2}$ *सभी* $x, y > 0$ *के लिये ।*
2. $e^{\frac{x+y}{2}} \le \frac{e^x+e^y}{2}$ *सभी* $x, y > 0$ *के लिये ।*
3. $\sin\frac{x+y}{2} \le \frac{\sin x+\sin y}{2}$ *सभी* $x, y > 0$ *के लिये ।*
4. $\frac{(x+y)^k}{2^k} \le \max\left\{x^k, y^k\right\}$ *सभी* $x, y > 0$ *व सब* $k \ge 1$ *के लिये ।*

66. Which of the following is/are true?

1. $\log\frac{x+y}{2} \le \frac{\log x+\log y}{2}$ for all $x, y > 0$.
2. $e^{\frac{x+y}{2}} \le \frac{e^x+e^y}{2}$ for all $x, y > 0$.
3. $\sin\frac{x+y}{2} \le \frac{\sin x+\sin y}{2}$ for all $x, y > 0$.
4. $\frac{(x+y)^k}{2^k} \le \max\left\{x^k, y^k\right\}$ for all $x, y > 0$ and all $k \ge 1$.

67. $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ *एक मेय फलन है, तो करीब-करीब सर्वत्र*

1. *सभी* $a \le c < d \le b$ *के लिए अगर* $\int_c^d f(x)dx = 0$ *तो* $f = 0$ *है ।*
2. *सभी* $a \le c \le b$ *के लिए अगर* $\int_a^c f(x)dx = 0$ *तो* $f = 0$ *है ।*
3. *सभी* $a \le c < d \le b$ *के लिए अगर* $\int_c^d f(x)dx = 0$ *तो यह आवश्यक नहीं है कि* $f = 0$ *हो ।*
4. *सभी* $a \le c \le b$ *के लिये अगर* $\int_a^c f(x)dx = 0$ *तो यह आवश्यक नहीं है कि* $f = 0$ *हो ।*

67. Let $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ be a measurable function. Then

1. If $\int_c^d f(x)dx = 0$ for all $a \le c < d \le b$ then $f = 0$ *a.e.*
2. If $\int_a^c f(x)dx = 0$ for all $a \le c \le b$, then $f = 0$ *a.e.*

www.examrace.com

3. If $\int_c^d f(x)dx = 0$ for all $a \le c < d \le b$, does not necessarily imply that $f = 0$ *a.e.*

4. If $\int_a^c f(x)dx = 0$ for all $a \le c \le b$ does not necessarily imply that $f = 0$ *a.e.*

68. $\mathbb{R}^n$ में $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ व $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$, $1 \le p < \infty$ के लिये माने कि

$d_p(x, y) = \left(\sum_{j=1}^{n} |x_j - y_j|^p \right)^{1/p}$ व $d_\infty(x, y) =$ उच्चतम $\{|x_j - y_j| : j = 1, 2, \ldots, n\}$ है । माने कि $B_p = \{x \in \mathbb{R}^n : d_p(x, 0) < 1\}$, $1 \le p \le \infty$. निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं ?

1. d_∞-दूरीक में B_1 विवृत है ।
2. d_∞-दूरीक में B_2 विवृत है ।
3. d_2-दूरीक में B_1 विवृत नहीं है ।
4. d_2-दूरीक में B_2 विवृत नहीं है ।

68. For $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ and $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ in $\mathbb{R}^n$ let $d_p(x, y) = \left(\sum_{j=1}^{n} |x_j - y_j|^p \right)^{1/p}$ for $1 \le p < \infty$,

and $d_\infty(x, y) = \max \{|x_j - y_j| : j = 1, 2, \ldots, n\}$.

Let $B_p = \{x \in \mathbb{R}^n : d_p(x, 0) < 1\}$, $1 \le p \le \infty$.

Which of the following are correct?

1. B_1 is open in the d_∞-metric.
2. B_2 is open in the d_∞-metric.
3. B_1 is not open in the d_2-metric.
4. B_2 is not open in the d_2-metric.

69. $f(x, y) = (7x + x^4, 3x + 4y + y^4)$ द्वारा परिभाषित प्रतिचित्र $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ पर विचारे । तो

1. $(0, 0)$ पर f असतत है ।
2. $(0, 0)$ पर f सतत है व $(0, 0)$ पर सभी दिक्-अवकलज के अस्तित्व है ।
3. $(0, 0)$ पर f अवकलनीय है परन्तु अवकलज $Df(0, 0)$ व्युत्क्रमणीय नहीं है
4. $(0, 0)$ पर f अवकलनीय है परन्तु अवकलन $Df(0, 0)$ व्युत्क्रमणीय है

69. Consider the map $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ defined by

$$f(x, y) = (7x + x^4, 3x + 4y + y^4).$$

Then

1. f is discontinuous at $(0, 0)$.
2. f is continuous at $(0, 0)$ and all directional derivatives exist at $(0, 0)$.
3. f is differentiable at $(0, 0)$ but the derivative $Df(0, 0)$ is not invertible .
4. f is differentiable at $(0, 0)$ and the derivative $Df(0, 0)$ is invertible.

www.examrace.com

70. *[0, 1] पर सतत फलनों की समष्टि $C[0, 1]$ निम्न मानक के विषय में पूर्ण है :*

1. $\|f\|_\infty := sup\{|f(x)| : x \in [0, 1]\}$.
2. $\|f\|_1 := \int_0^1 |f(x)|dx$.
3. $\|f\|_\infty^{0,1} := \|f\|_\infty + |f(1)| + |f(0)|$.
4. $\|f\|_2 = \sqrt{\int_0^1 |f(x)|^2 dx}$.

70. The space $C[0, 1]$ of continuous functions on $[0, 1]$ is complete with respect to the norm

1. $\|f\|_\infty := sup\{|f(x)| : x \in [0, 1]\}$.
2. $\|f\|_1 := \int_0^1 |f(x)|dx$.
3. $\|f\|_\infty^{0,1} := \|f\|_\infty + |f(1)| + |f(0)|$.
4. $\|f\|_2 = \sqrt{\int_0^1 |f(x)|^2 dx}$.

71. *मानें कि $D_{(a,b)}(r) = \{(x, y) : (x - a)^2 + (y - b)^2 < r\}$ । $\mathbb{R}$ के निम्न उपसमुच्चयों में कौन सा/से संबद्ध है/हैं ?*

1. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(2,0)}(1)$
2. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(2,0)}(1)$
3. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(0,2)}(1)$
4. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(0, 2)}(1)$

71. Let $D_{(a,b)}(r) = \{(x, y) : (x - a)^2 + (y - b)^2 < r\}$. Which of the following subsets of $\mathbb{R}$ are connected?

1. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(2,0)}(1)$
2. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(2,0)}(1)$
3. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(0,2)}(1)$
4. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(0, 2)}(1)$

72. *मानें कि $X = \{x \in [0,1] : x \neq 1/n, n \in \mathbb{N}\}$ दिया हुआ उपसमष्टि सांस्थितिकी है । तो*

1. *X संबद्ध है परन्तु सहत नहीं है ।*
2. *X न तो संबद्ध है, न तो सहत ।*
3. *X संबद्ध व सहत है ।*
4. *X सहत है, परन्तु संबद्ध नहीं ।*

www.examrace.com

72. Let $X = \{x \in [0,1] : x \neq 1/n, n \in \mathbb{N}\}$ be given the subspace topology. Then

1. X is connected but not compact.
2. X is neither compact nor connected.
3. X is compact and connected.
4. X is compact but not connected.

73. निम्न आव्यूहों में से कौन से धनात्मक–निश्चित है ?

1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

73. Which of the following matrices are positive definite?

1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

74. मानें कि n-विमीय वास्तविक सदिश समष्टि V में A एक शून्येतर रैखिक रूपान्तरण है । मानें कि उपसमष्टि $V_0 \subset V$, A के अंतर्गत V का प्रतिबिम्ब है । मानें कि k = विमा $(V_0) < n$ एवं मानें कि कुछ $\lambda \in \mathbb{R}$ के लिये $A^2 = \lambda A$ । तो

1. $\lambda = 1$.
2. सारणिक $A = |\lambda|^n$
3. λ, A का एक मात्र अभिलाक्षणिक मान है ।
4. एक अतुच्छ उपसमष्टि $V_1 \subset V$ है ताकि सभी $x \in V_1$ के लिये $Ax = 0$

74. Let A be a non-zero linear transformation on a real vector space V of dimension n. Let the subspace $V_0 \subseteq V$ be the image of V under A. Let $k = dim\ V_0 < n$ and suppose that for some $\lambda \in \mathbb{R}$, $A^2 = \lambda A$. Then

1. $\lambda = 1$.
2. $\det A = |\lambda|^n$
3. λ is the only eigenvalue of A.
4. There is a nontrivial subspace $V_1 \subset V$ such that $Ax = 0$ for all $x \in V_1$.

www.examrace.com

75. मानें कि C एक $n \times n$ वास्तविक आव्यूह है । मानें कि W, $\{I, C, C^2, \ldots, C^{2n}\}$ द्वारा विस्तृत एक सदिश समष्टि है । सदिश समष्टि W की विमा है :

1. $2n$
2. अधिक से अधिक n
3. n^2
4. अधिक से अधिक $2n$

75. Let C be a $n \times n$ real matrix. Let W be the vector space spanned by $\{I, C, C^2, \ldots, C^{2n}\}$. The dimension of the vector space W is

1. $2n$
2. at most n
3. n^2
4. at most $2n$

76. मानें कि V_1 व V_2 एक सदिश समष्टि V की उपसमष्टियाँ हैं । निम्न में से कौन आवश्यकतः V की उपसमष्टि है?

1. $V_1 \cap V_2$.
2. $V_1 \cup V_2$.
3. $V_1 + V_2 = \{x + y : x \in V_1, y \in V_2\}$.
4. $V_1 \setminus V_2 = \{x \in V_1 \text{ and } y \notin V_2\}$.

76. Let V_1, V_2 be subspaces of a vector space V. Which of the following is necessarily a subspace of V?

1. $V_1 \cap V_2$.
2. $V_1 \cup V_2$.
3. $V_1 + V_2 = \{x + y : x \in V_1, y \in V_2\}$.
4. $V_1 \setminus V_2 = \{x \in V_1 \text{ and } y \notin V_2\}$.

77. मानें कि N एक 3×3 शून्येतर आव्यूह है जिसका गुण है $N^2 = 0$. निम्न में से कौन सा/से सही है/है ?

1. N एक विकर्ण–आव्यूह से समरूप नहीं है ।
2. N एक विकर्ण–आव्यूह से समरूप है ।
3. N का एक शून्येतर अभिलक्षणिक सदिश है ।
4. N के तीन रैखिकी स्वतंत्र अभिलक्षणिक सदिश हैं ।

77. Let N be a nonzero 3×3 matrix with the property $N^2 = 0$. Which of the following is/are true?

1. N is not similar to a diagonal matrix.
2. N is similar to a diagonal matrix.
3. N has one non-zero eigenvector.
4. N has three linearly independent eigenvectors.

78. मानें कि $x, y \in \mathbb{C}^n$ । $f(x,y) = \sup_{\theta,\varphi} \left\{ \left\| e^{i\theta} x + e^{i\varphi} y \right\|^2 : \theta, \varphi \in \mathbb{R} \right\}$ पर विचारें । निम्न में से कौन–सा/से सही है/हैं ?

1. $f(x,y) \le \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y\rangle|$.
2. $f(x,y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\,\mathrm{Re}\langle x, y\rangle$.
3. $f(x,y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y\rangle|$.
4. $f(x,y) > \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y\rangle|$.

www.examrace.com

78. Let $x, y \in \mathbb{C}^n$. Consider $f(x,y) = \sup_{\theta,\varphi}\left\{\left\|e^{i\theta}x + e^{i\varphi}y\right\|^2 : \theta, \varphi \in \mathbb{R}\right\}$. Which of the following is/are correct?

1. $f(x,y) \le \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y\rangle|$.
2. $f(x,y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\,\mathrm{Re}\langle x, y\rangle$.
3. $f(x,y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y\rangle|$.
4. $f(x,y) > \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y\rangle|$.

एकक II/Unit II

79. निम्न में से कौन-से समुच्चय $C[0, 1]$ में सघन हैं ? (उच्चक-मानक सांस्थितिकी के विषय में $[0, 1]$ पर वास्तविक मूल्यवाले सतत फलनों की समष्टि)

1. $\{f \in C[0, 1] : f$ एक बहुपद है $\}$
2. $\{f \in C[0, 1] : f(0) = 0\}$
3. $\{f \in C[0, 1] : f(0) \neq 0\}$
4. $\{f \in C[0, 1] : \int_0^1 f(x)dx = 5\}$

79. Which of the following sets are dense in $C[0, 1]$ (the space of real valued continuous functions on $[0, 1]$ with respect to sup-norm topology)?

1. $\{f \in C[0, 1] : f$ is a polynomial$\}$
2. $\{f \in C[0, 1] : f(0) = 0\}$
3. $\{f \in C[0, 1] : f(0) \neq 0\}$
4. $\{f \in C[0, 1] : \int_0^1 f(x)dx = 5\}$

80. मानें कि $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $n \ge 1$ के लिये $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n}{2n+1}$ का समाधान करता हुआ एक मेरोमार्फिक फलन है जो 0 पर विश्लेषक है ।

1. $f(0) = 1/2$
2. $z = -2$ पर f का एक साधारण अनंतक है ।
3. $f(2) = 1/4$
4. ऐसा कोई मेरोमार्फिक फलन का अस्तित्व नहीं है।

80. Let $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ be a meromorphic function analytic at 0 satisfying $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n}{2n+1}$ for $n \ge 1$. Then

1. $f(0) = 1/2$
2. f has a simple pole at $z = -2$
3. $f(2) = 1/4$
4. no such meromorphic function exists

www.examrace.com

81. *माने कि f एक सर्वत्र वैश्लेषिक फलन है । अगर f का अधिकल्पित भाग ≥ 0, तो*

1. *f का वास्तविक भाग स्थिर है ।*
2. *f स्थिर है ।*
3. $f = 0$.
4. *f' एक शून्येतर स्थिरांक है ।*

81. Let f be an entire function. If $\text{Im } f \geq 0$, then

1. $\text{Re } f$ is constant
2. f is constant
3. $f = 0$
4. f' is a nonzero constant

82. *माने कि $f: \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ $f(0) = 0$ व $f(1/2) = 0$ के साथ होलोमार्फिक है, जहाँ $\mathbb{D} = \{z: |z| < 1\}$. निम्न में से कौन से कथन सही हैं ?*

1. $|f'(1/2)| \leq 4/3$
2. $|f'(0)| \leq 1$
3. $|f'(1/2)| \leq 4/3$ and $|f'(0)| \leq 1$
4. $f(z) = z, z \in \mathbb{D}$

82. Let $f: \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ be holomorphic with $f(0) = 0$ and $f(1/2) = 0$, where $\mathbb{D} = \{z: |z| < 1\}$. Which of the following statements are correct?

1. $|f'(1/2)| \leq 4/3$
2. $|f'(0)| \leq 1$
3. $|f'(1/2)| \leq 4/3$ and $|f'(0)| \leq 1$
4. $f(z) = z, z \in \mathbb{D}$

83. *$z = x + iy$ रूप के $z \in \mathbb{C}$ के लिये परिभाषित करें :*

$$\mathbb{H}^+ = \{z \in \mathbb{C} : y > 0\},$$

$$\mathbb{H}^- = \{z \in \mathbb{C} : y < 0\},$$

$$\mathbb{L}^+ = \{z \in \mathbb{C} : x > 0\},$$

$$\mathbb{L}^- = \{z \in \mathbb{C} : x < 0\}.$$

फलन $f(z) = \dfrac{2z+1}{5z+3}$

1. *$\mathbb{H}^+$ को $\mathbb{H}^+$ के ऊपर व $\mathbb{H}^-$ को $\mathbb{H}^-$ ऊपर प्रतिचित्रित करता है ।*
2. *$\mathbb{H}^+$ को $\mathbb{H}^-$ के ऊपर व $\mathbb{H}^-$ को $\mathbb{H}^+$ के ऊपर प्रतिचित्रित करता है ।*
3. *$\mathbb{H}^+$ को $\mathbb{L}^+$ के ऊपर व $\mathbb{H}$ को $\mathbb{L}^-$ के ऊपर प्रतिचित्रित करता है ।*
4. *$\mathbb{H}^+$ को $\mathbb{L}^-$ के ऊपर व $\mathbb{H}^-$ को $\mathbb{L}^+$ के ऊपर प्रतिचित्रित करता है ।*

www.examrace.com

83. For $z \in \mathbb{C}$ of the form $z = x + iy$, define

$\mathbb{H}^+ = \{z \in \mathbb{C} : y > 0\}$,

$\mathbb{H}^- = \{z \in \mathbb{C} : y < 0\}$,

$\mathbb{L}^+ = \{z \in \mathbb{C} : x > 0\}$,

$\mathbb{L}^- = \{z \in \mathbb{C} : x < 0\}$.

The function $f(z) = \dfrac{2z+1}{5z+3}$

1. maps $\mathbb{H}^+$ onto $\mathbb{H}^+$ and $\mathbb{H}^-$ onto $\mathbb{H}^-$.
2. maps $\mathbb{H}^+$ onto $\mathbb{H}^-$ and $\mathbb{H}^-$ onto $\mathbb{H}^+$.
3. maps $\mathbb{H}^+$ onto $\mathbb{L}^+$ and $\mathbb{H}^-$ onto $\mathbb{L}^-$.
4. maps $\mathbb{H}^+$ onto $\mathbb{L}^-$ and $\mathbb{H}^-$ onto $\mathbb{L}^+$.

84. $z = 0$ पर फलन $f(z) = \exp\left(\dfrac{z}{1-\cos z}\right)$ का

1. एक अपनेय विचित्रता है ।
2. एक ध्रुवांतक है ।
3. एक अनिवार्य विचित्रता है ।
4. $z = 0$ के आस पास $f(z)$ के लॉरेन्ट विस्तरीकरण के अनन्ततः बहुत धनात्मक व ऋणात्मक घात z के हैं।

84. At $z = 0$, the function $f(z) = \exp\left(\dfrac{z}{1-\cos z}\right)$ has

1. a removable singularity.
2. a pole.
3. an essential singularity.
4. the Laurent expansion of $f(z)$ around $z = 0$ has infinitely many positive and negative powers of z.

85. मानें कि $R = Q[x]/I$ जहाँ I, $1 + x^2$ द्वारा जनित एक आदर्श है । माने कि R में x का सहसमुच्चय y है । तो R पर अल्पुकरणीय है

1. $y^2 + 1$
2. $y^2 + y + 1$
3. $y^2 - y + 1$
4. $y^3 + y^2 + y + 1$

85. Let $R = Q[x]/I$ where I is the ideal generated by $1 + x^2$. Let y to the coset of x in R. Then

1. $y^2 + 1$ is irreducible over R.
2. $y^2 + y + 1$ is irreducible over R.
3. $y^2 - y + 1$ is irreducible over R.
4. $y^3 + y^2 + y + 1$ is irreducible over R.

www.examrace.com

86. *निम्न में से कौन-सा सही है ?*

1. $\sin 7^0$, $\mathbb{Q}$ *पर बीजीय है ।*
2. $\cos \pi/17$, $\mathbb{Q}$ *पर बीजीय है ।*
3. $\sin^{-1} 1$, $\mathbb{Q}$ *पर बीजीय है ।*
4. $\sqrt{2}+\sqrt{\pi}$, $\mathbb{Q}(\pi)$ *पर बीजीय है ।*

86. Which of the following is true?

1. $\sin 7^0$ is algebraic over $\mathbb{Q}$.
2. $\cos \pi/17$ is algebraic over $\mathbb{Q}$.
3. $\sin^{-1} 1$ is algebraic over $\mathbb{Q}$.
4. $\sqrt{2}+\sqrt{\pi}$ is algebraic over $\mathbb{Q}(\pi)$.

87. *मानें कि* $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ *एवं* $g(x) = x^3 + 1$ *। तो* $\mathbb{Q}[x]$ *में*

1. *महत्तम आम भाजक* $(f(x), g(x)) = x + 1$.
2. *महत्तम आम भाजक* $(f(x), g(x)) = x^2 - 1$.
3. *लघुत्तम समापवर्त्य* $(f(x), g(x)) = x^5 + x^3 + x^2 + 1$.
4. *लघुत्तम समापवर्त्य* $(f(x), g(x)) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$.

87. Let $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ and $g(x) = x^3 + 1$. Then in $\mathbb{Q}[x]$,

1. g.c.d. $(f(x), g(x)) = x + 1$.
2. g.c.d. $(f(x), g(x)) = x^2 - 1$.
3. l.c.m. $(f(x), g(x)) = x^5 + x^3 + x^2 + 1$.
4. l.c.m. $(f(x), g(x)) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$.

88. *कोटि 36 के कोई समूह* G *व उसके उपसमूह* H *जो* G *कोटि 4 के लिये*

1. $H \subset Z(G)$.
2. $H = Z(G)$.
3. G *में* H *प्रसामान्य है ।*
4. H *एक आबेली समूह है ।*

88. For any group G of order 36 and any subgroup H of G order 4,

1. $H \subset Z(G)$.
2. $H = Z(G)$.
3. H is normal in G.
4. H is an abelian group.

89. *मानें कि* G *समूह* $S_4 \times S_3$ *का निर्दिष्ट करता है । तो*

1. G *का 2-सैलो उपसमूह प्रसामान्य है ।*
2. G *का 3-सैलो उपसमूह प्रसामान्य है ।*
3. G *का एक अतुच्छ प्रसामान्य उपसमूह है ।*
4. G *का एक प्रसामान्य उपसमूह कोटि 72 का है*

www.examrace.com

89. Let G denote the group $S_4 \times S_3$. Then

1. a 2-Sylow subgroup of G is normal.
2. a 3-Sylow subgroup of G is normal.
3. G has a nontrivial normal subgroup.
4. G has a normal subgroup of order 72.

90 मानें कि X एक प्रसामान्य हाउसडॉर्फ समष्टि है । मानें कि A_1, A_2, A_3, X के संवृत्त उपसमुच्चय हैं जो युग्मतः असंयुक्त हैं । तो X पर एक संतत वास्तविक मूल्यवाला फलन f हमेशा रहता है ताकि $f(x) = a_i$ यदि $x \in A_i$, $i = 1, 2, 3$.

1. हर a_i या तो 0 या 1 होने पर ही ।
2. कम से कम a_1, a_2, a_3 में कोई भी दो संख्याओं के समान होने पर ही ।
3. a_1, a_2, a_3 के सभी वास्तविक मूल्यों के लिये ।
4. तभी जब समुच्चयों A_1, A_2 एवं A_3 में से एक रिक्त हो ।

90 Let X be a normal Hausdorff space. Let A_1, A_2, A_3 be closed subsets of X which are pairwise disjoint. Then there always exists a continuous real valued function f on X such that $f(x) = a_i$ if $x \in A_i$, $i = 1, 2, 3$

1. iff each a_i is either 0 or 1.
2. iff at least two of the numbers a_1, a_2, a_3 are equal.
3. for all real values of a_1, a_2, a_3.
4. only if one among the sets A_1, A_2 and A_3 is empty.

एकक III/Unit III

91. साधारण अवकल समीकरण प्रणाली $\frac{d}{dx}Y = AY$, $Y(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, पर विचार करें जहाँ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ एवं $Y = \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{bmatrix}$ तो

1. $y_1(x) \to \infty$ एवं $y_2(x) \to 0$ जब $x \to \infty$.
2. $y_1(x) \to 0$ एवं $y_2(x) \to 0$ जब $x \to \infty$.
3. $y_1(x) \to \infty$ एवं $y_2(x) \to -\infty$ जब $x \to -\infty$.
4. $y_1(x), y_2(x) \to -\infty$ जब $x \to -\infty$.

91. Consider the system of ODE

$$\frac{d}{dx}Y = AY, \quad Y(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

where $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ and $Y = \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{bmatrix}$. Then

1. $y_1(x) \to \infty$ and $y_2(x) \to 0$ as $x \to \infty$.
2. $y_1(x) \to 0$ and $y_2(x) \to 0$ as $x \to \infty$.

www.examrace.com

3. $y_1(x) \to \infty$ and $y_2(x) \to \infty$ as $x \to -\infty$.
4. $y_1(x), y_2(x) \to -\infty$ as $x \to -\infty$.

92. *परिसीमा मान समस्या* $y'' + \lambda y = 0$; $y(0) = 0$, $y(1) = 0$, *के लिये ऐसा एक अभिलक्षणिक मान* λ *का अस्तित्व है, जिसके* $(0, 1)$ *में एक अभिलक्षणिक फलन संगत है, जो*

1. *चिह्न नहीं बदलता ।*
2. *चिह्न बदलता है ।*
3. *धनात्मक है ।*
4. *ऋणात्मक है ।*

92. For the boundary value problem

$$y'' + \lambda y = 0; y(0) = 0, y(1) = 0,$$

there exists an eigenvalue λ for which there corresponds an eigenfunction in $(0, 1)$ that

1. does not change sign.
2. changes sign.
3. is positive.
4. is negative.

93. *परिसीमा मान समस्या* $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = \text{cosec}\, x; \quad 0 < x < \dfrac{\pi}{2}, \; y(0) = 0, \quad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$ *का हल है :*

1. *अवमुख* 2. *उन्मुख* 3. *ऋणात्मक* 4. *धनात्मक*

93. The solution of the boundary value problem $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = \text{cosec}\, x; \quad 0 < x < \dfrac{\pi}{2}$

$y(0) = 0, \quad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$ is

1. convex 2. concave 3. negative 4. positive

94. *कौशी समस्या* $\left.\begin{array}{l} xu_x + yu_y = 0 \\ u(x, y) = x, \quad x^2 + y^2 = 1 \text{ के ऊपर} \end{array}\right\}$ *का*

1. *सभी* $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ *के लिये एक हल है ।*
2. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ *पर एक अनन्य हल है ।*
3. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ *पर एक परिबद्ध हल है ।*
4. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ *पर एक अनन्य हल है, परन्तु हल अपरिबद्ध है ।*

www.examrace.com

94. The Cauchy problem

$$\left.\begin{aligned} xu_x + yu_y &= 0 \\ u(x,y) &= x, \quad \text{on } x^2 + y^2 = 1 \end{aligned}\right\}$$

has

1. a solution for all $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$.
2. an unique solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$
3. a bounded solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$
4. an unique solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$, but the solution is unbounded.

95. *माने कि u ऊष्मा समीकरण*

$$\left.\begin{aligned} u_t - u_{xx} &= 0, \qquad 0 < x < \pi \text{ and } t > 0 \\ u(0,t) = u(\pi,t) &= 0, \qquad t > 0 \\ u(x,0) &= \sin x + \sin 2x, \quad 0 \le x \le \pi \end{aligned}\right\}$$

का एक हल है । तो

1. *सभी* $x \in (0, \pi)$ *के लिये* $u(x, t) \to 0$ *जब* $t \to \infty$
2. *सभी* $x \in (0, \pi)$ *के लिये* $t^2 u(x, t) \to 0$ *जब* $t \to \infty$
3. $x \in (0, \pi)$, $t > 0$ *के लिये* $e^t u(x, t)$ *एक परिबद्ध फलन है ।*
4. *सभी* $x \in (0, \pi)$ *के लिये* $e^{2t} u(x, t) \to 0$ *जब* $t \to \infty$

95. Let u be a solution of the heat equation

$$\left.\begin{aligned} u_t - u_{xx} &= 0, \qquad 0 < x < \pi \text{ and } t > 0 \\ u(0,t) = u(\pi,t) &= 0, \qquad t > 0 \\ u(x,0) &= \sin x + \sin 2x, \quad 0 \le x \le \pi \end{aligned}\right\}$$

Then

1. $u(x, t) \to 0$ as $t \to \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.
2. $t^2 u(x, t) \to 0$ as $t \to \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.
3. $e^t u(x, t)$ is a bounded function for $x \in (0, \pi)$, $t > 0$.
4. $e^{2t} u(x, t) \to 0$ as $t \to \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.

96. *माने कि u परिसीमा मान समस्या*

$$\left.\begin{aligned} u'' + \frac{1}{t} u' &= f(t), \quad t \in (0,1) \\ u'(0) = a,\ u(1) &= b \end{aligned}\right\}$$

www.examrace.com

का हल है । $x^2 + y^2 \le 1$ के लिये परिभाषित करें कि $v(x, y) = u\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$ एवं $g(x, y) = f\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$, तो v आंशिक अवकल समीकरण

$$\left.\begin{aligned} v_{xx} + v_{yy} &= g \quad \{(x,y) : x^2 + y^2 < 1\} \text{ में} \\ v(x,y) &= 0 \quad \{(x,y) : x^2 + y^2 = 1\} \text{ पर} \end{aligned}\right\}$$

का हल तब होगा यदि

1. $a > 0$ व $b > 0$
2. $a > 0$ व $b = 0$
3. $a = 0$ व $b = 0$
4. $a < 0$ व $b = 0$

96. Let u be a solution of the boundary value problem

$$\left.\begin{aligned} u'' + \frac{1}{t}u' &= f(t), \quad t \in (0,1) \\ u'(0) = a,\ u(1) &= b \end{aligned}\right\}$$

Define for $x^2 + y^2 \le 1$, $v(x, y) = u\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$ and $g(x, y) = f\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$, then v is a solution of the PDE

$$\left.\begin{aligned} v_{xx} + v_{yy} &= g \quad \text{in } \{(x,y) : x^2 + y^2 < 1\} \\ v(x,y) &= 0 \quad \text{on } \{(x,y) : x^2 + y^2 = 1\} \end{aligned}\right\} \text{if}$$

1. $a > 0$ and $b > 0$
2. $a > 0$ and $b = 0$
3. $a = 0$ and $b = 0$
4. $a < 0$ and $b = 0$

97. यह दिया हुआ है कि एक उपरि त्रिभुज आव्यूह (UTM) व्युत्क्रमणीय तभी है जब उसके सभी विकर्णी अवयव शून्य से भिन्न है । निम्न रैखिक प्रणाली पर-विचारें ।

$$\left.\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 5 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 3 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

तो प्रणाली (1)

1. एक UTM में रूपांतरित की जा सकती है, परन्तु यह व्युत्क्रमणीय नहीं है क्योंकि उसके विकर्णी प्रविष्टियाँ शून्य से भिन्न नहीं है ।
2. व्युत्क्रमणीय है हालांकि UTM में रूपान्तरित की नहीं जा सकती ।

www.examrace.com

3. UTM में रूपान्तरित की जा सकती है क्योंकि सभी उपरि विकर्णीय प्रविष्टियाँ शून्य से भिन्न हैं।
4. UTM में रूपान्तरित की जा सकती है एवं UTM का हल (1) का भी हल है ।

97. Given that an upper triangular matrix (UTM) is invertible if and only if all its diagonal elements are different from zero, consider the linear system

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 5 \\ 4x_1 - 4x_2 - 3x_3 &= 3 \qquad (1) \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Then system (1)

1. can be transformed into an UTM but is not invertible because the diagonal entries of the UTM are not different from zero.
2. is invertible though cannot be transformed into an UTM.
3. can be transformed into an UTM because above diagonal entries are all different from zero.
4. can be transformed into an UTM and the solution of the UTM is the solution of (1).

98. माना $f(x) = x^2 - x - 2 = 0 \ldots (1)$ के बारे में विचार । माने कि $x = g(x)$ जबकि $g(x)$ का कोई भी स्थिर बिन्दु (1) का हल है । तो $g(x)$ के सम्भव वरण से

1. $g(x) = x - \dfrac{x^2 - x - 2}{m}$, $m \in \{-a, a\}$ एक सम्भव वरण है जहाँ a एक धनात्मक स्थिरांक है ।
2. $g(x) = x^2 - 2$, $g(x) = 1 + \dfrac{2}{x}$ सम्भव वरण है ।
3. $g(x) = x - \dfrac{x^2 - x - 2}{K}$, $K \neq 0$, $K \in \mathbb{R}$ एक सम्भव वरण है ।
4. $g(x) = x^2 - 2$, $g(x) = 1 + \dfrac{2}{x}$ एक मात्र सम्भव वरण है ।

98. Consider the function

$$f(x) = x^2 - x - 2 = 0 \qquad (1)$$

Let $x = g(x)$, so that any fixed point of $g(x)$ is a solution of (1). Then

1. $g(x) = x - \dfrac{x^2 - x - 2}{m}$, $m \in [-a, a]$ is a possible choice where a is positive constant.
2. $g(x) = x^2 - 2$, $g(x) = 1 + \dfrac{2}{x}$ are possible choices.
3. $g(x) = x - \dfrac{x^2 - x - 2}{K}$, $K \neq 0$, $K \in \mathbb{R}$ is a possible choice.
4. $g(x) = x^2 - 2$, $g(x) = 1 + \dfrac{2}{x}$ are the only possible choices.

www.examrace.com

99. समाकल समीकरण $\phi(x)=\lambda\int_0^{\pi}K(x,\zeta)\phi(\zeta)d\zeta$

जहाँ λ एक प्राचल है,

एवं $K(x,\zeta)=\begin{cases}\cos x\sin\zeta, & \text{for } 0\le x<\zeta\\ \cos\zeta\sin x, & \text{for } \zeta\le x\le\pi\end{cases}$

है, एक परिसीमा मान समस्या $\phi''(x)-f(\lambda)\phi(x)=0$, $\phi(\pi)=0$, $\phi'(0)=0$ की ओर ले जाता है, जहाँ $f(\lambda)$ ज्ञात है । तो इस परिसीमा मान समस्या का

1. जब $f(\lambda)=0$, एक अनन्य हल है ।
2. जब $f(\lambda)>0$, अनंत संख्या के हल हैं ।
3. जब $f(\lambda)<0$, कोई हल नहीं ।
4. जब $\lambda>1$, एक अनन्य हल है ।

99. The integral equation

$$\phi(x)=\lambda\int_0^{\pi}K(x,\zeta)\phi(\zeta)d\zeta$$

where λ is a parameter, and $K(x,\zeta)=\begin{cases}\cos x\sin\zeta, & \text{for } 0\le x<\zeta\\ \cos\zeta\sin x, & \text{for } \zeta\le x\le\pi\end{cases}$

leads to a boundary value problem $\phi''(x)-f(\lambda)\phi(x)=0$, $\phi(\pi)=0$, $\phi'(0)=0$, where $f(\lambda)$ is known. Then the boundary value problem has

1. a unique solution when $f(\lambda)=0$.
2. infinite number of solutions when $f(\lambda)>0$.
3. no solution when $f(\lambda)<0$.
4. a unique solution when $\lambda>1$.

100. फलनिक $I(z(x,y))=\iint_D\left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2-2z\right]dxdy$ जहाँ D एक वक्र है, जिसकी परिसीमा पर $-1\le x\le 1$, $-1\le y\le 1$, एवं $z=0$ है, के चरमसानीकरण की समस्या का सन्निकटित हल $z=z_0(x,y)$ इस रूप में है

1. $z_0=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\phi_i(x,y)$, जहाँ α_i स्थिरांक है एवं D पर फलनें ϕ_i एकघातः स्वतंत्र हैं ।
2. $z_0=\alpha_1\phi_1(x,y)+\alpha_2\phi_2(x,y)$, जहाँ α_1 एवं α_2 स्थिरांक है एवं ϕ_1 व ϕ_2 के संतत आंशिक अवकलज होते हैं ।
3. $z_0=\alpha\phi(x,y)$ जहाँ α स्थिरांक है एवं D पर ϕ संतत है ।
4. $z_0=(x^2-1)(y^2-1)/16$.

www.examrace.com

100. An approximate solution $z = z_0(x, y)$ to the problem of extremizing the functional

$$I(z(x, y)) = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 - 2z \right] dx\,dy,$$

where D is the square, $-1 \le x \le 1, -1 \le y \le 1$, and $z = 0$ on the boundary of the square, is of the form

1. $z_0 = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \phi_i (x, y)$, where α_i are constants and functions ϕ_i are linearly independent in D.
2. $z_0 = \alpha_1 \phi_1(x, y) + \alpha_2 \phi_2(x, y)$, where α_1 and α_2 are constants, and ϕ_1 and ϕ_2 have continuous partial derivatives.
3. $z_0 = \alpha\phi(x, y)$ where α is a constant and ϕ is continuous in D
4. $z_0 = (x^2 - 1)(y^2 - 1)/16$.

101. निम्न में कौन-सा/से सही है/हैं ?

1. हैमिल्टन नियम डिलम्बर्ट सिद्धांत का अनुगामी है ।
2. जब तक व्यापकीकृत निर्देशांक के अवकलों के बीच के सम्बन्ध दिया नहीं जाता, हैमिल्टन नियम नॉनहोलोनोमिक प्रणाली के लिये लागू नहीं होता ।
3. हैमिल्टन नियम लग्रान्जी समीकरणों का अनुगामी है ।
4. न्यूटन का द्वितीय नियम हैमिल्टन नियम का अनुगामी है ।

101. Which of the following is/are correct?

1. Hamilton's principle follows from the D'Alembert's principle.
2. Hamilton's principle is not usually applicable to nonholonomic system, unless a relation connecting the differentials of generalized coordinates is given.
3. Hamilton's principle follows from Lagrange's equations.
4. Newton's second law of motion follows from the Hamilton's principle.

102. मानें कि L एक प्रणाली की लग्रान्जी है । तो

1. लग्रान्जी समीकरणें द्वितीय कोटि के अवकल समीकरणें हैं ।
2. समीकरणों की कुल संख्या व्यापकीकृत निर्देशांकों की संख्या के समान है ।
3. लग्रान्जी L अपने फलनिक रूप में अनन्य नहीं है, परन्तु लग्रान्जी गति समीकरणों के रूप का परिरक्षण सम्भव है ।
4. जब समभाव्य अवस्थित है, लग्रान्जी फलन व्यापकीकृत गति का एक द्विघातीय फलन है ।

102. Let L denote the Lagrangian of a system. Then the

1. Lagrange's equations are second order differential equations.
2. Total number of equations is equal to the number of generalized coordinates.
3. Lagrangian L is not unique in its functional form, but the form of the Lagrange's equation of motion can be preserved.
4. Lagrangian function is a quadratic function of generalized velocity when the potential exists.

www.examrace.com

एकक / Unit IV

103. *मानें कि* F(x, y), G(x) *एवं* H(y) *क्रमशः* (X, Y) *का संयुक्त संचयी बंटन फलन,* X *का उपांत संचयी बंटन फलन एवं* Y *का उपांत संचयी बंटन फलन है । परिभाषित करें कि*

$$U=\begin{cases}1 & \text{यदि } X\le a\\ -1 & \text{यदि } X>a\end{cases} \qquad \text{एवं} \qquad V=\begin{cases}1 & \text{यदि } Y\le b\\ -1 & \text{यदि } Y>b\end{cases}$$

जहाँ a *व* b *नियत वास्तविक अंक हैं । तो*

1. *अगर सहप्रसरण* (U, V) = 0 *तो सभी* x *व* y *के लिये* F(x, y) = G(x) H(y)
2. *अगर सभी* x *व* y *के लिये* F(x, y) = G(x) H(y) *तो सहप्रसरण* (U,V) = 0
3. *अगर* U *व* V *स्वतंत्र हैं तो* X *व* Y *स्वतंत्र हैं ।*
4. *अगर* X *व* Y *स्वतंत्र हैं तो* U *व* V *स्वतंत्र हैं ।*

103. Let F(x, y), G(x) and H(y) be the joint c.d.f. of (X, Y), marginal c.d.f. of X and marginal c.d.f. of Y respectively.
Define

$$U=\begin{cases}1 & \text{if } X\le a\\ -1 & \text{if } X>a\end{cases} \qquad \text{and} \qquad V=\begin{cases}1 & \text{if } Y\le b\\ -1 & \text{if } Y>b\end{cases}$$

where a and b are fixed real numbers. Then

1. If Cov(U, V) = 0 then F(x, y) = G(x) H(y) for all x and y.
2. If F(x, y) = G(x)H(y) for all x and y then Cov (U,V) = 0.
3. If U and V are independent then X and Y are independent.
4. If X and Y are independent then U and V are independent.

104. *निम्न में से कौन से प्रतिबंध यादृच्छिक चर* X *व* Y *की स्वतंत्रता की ओर संकेत करते हैं ?*

1. *सभी* $a \in \mathbb{R}$ *के लिये* $P(X > a \mid Y > a) = P(X > a)$
2. *सभी* $a, b \in \mathbb{R}$ *के लिये* $P(X > a \mid Y < b) = P(X > a)$
3. X *व* Y *सहसंबंधित नहीं हैं ।*
4. *सभी* $a, b \in \mathbb{R}$ *के लिये* $E[(X - a)(Y - b)] = E(X - a)\ E(Y - b)$

104. Which of the following conditions imply independence of the random variables X and Y?

1. $p(X > a \mid Y > a) = P(X > a)$ for all $a \in \mathbb{R}$.
2. $p(X > a \mid Y < b) = P(X > a)$ for all $a, b \in \mathbb{R}$.

www.examrace.com

3. X and Y are uncorrelated.
4. $E[(X - a)(Y - b)] = E(X - a)\ E(Y - b)$ for all $a, b \in \mathbb{R}$.

105. अवस्था समष्टि S = {1,2,3,4,5} एवं स्थायी संक्रमण प्रायिकता P जो नीचे दिया गया है, वाले एक मार्कोव श्रृंखला पर विचारें

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0.2 & 0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

मानें कि $p_{ij}^{(n)}$, P^n का (i, j) वाला अवयव है। तो

1. $\sum_{i=1}^{5} \lim_{n \to \infty} p_{ii}^{(n)} = 1.$
2. मार्कोव श्रृंखला के लिये (0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0) एक स्थायी बंटन है।
3. $\sum_{n=1}^{\infty} p_{55}^{(n)} < \infty.$
4. $\lim_{n \to \infty} p_{14}^{(n)} = 1/3$

105. Consider a Markov chain with state space S = {1,2,3,4,5} and stationary transition probability matrix P given by

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0.2 & 0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Let $p_{ij}^{(n)}$ be the (i, j) th element of P^n

Then

1. $\sum_{i=1}^{5} \lim_{n \to \infty} p_{ii}^{(n)} = 1.$
2. (0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0) is a stationary distribution for the Markov chain.

www.examrace.com

3. $\sum_{n=1}^{\infty} p_{33}^{(n)} < \infty$.

4. $\lim_{n\to\infty} p_{14}^{(n)} = 1/3$.

106. $x \in \mathbb{R}$, के लिये मानें कि $g(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2}$ एवं $\mathbb{R}$ पर u एक इस प्रकार का संतत फलन है :

(i) सभी $x \in \mathbb{R}$ एवं शून्येतर u के लिये $u(-x) = -u(x)$

(ii) $x \notin (-1, 1)$ के लिये $u(x) = 0$

(iii) सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिये $|u(x)| \le \frac{1}{2\sqrt{2\pi e}}$

मानें कि सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिये $f(x) = g(x) + u(x)$, तो

1. f ऋणात्मक मूल्य ले सकता है ।
2. सभी x के लिये $f(x) > 0$ एवं f असमाकलनीय है ।
3. $\mathbb{R}$ पर f एक प्रायिकता घनत्व फलन है ।
4. f एक समाकलनीय फलन है ।

106. Let $g(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2}$ for $x \in \mathbb{R}$ and u be a continuous function on $\mathbb{R}$ such that

(i) $u(-x) = -u(x)$, for all $x \in \mathbb{R}$, and u non-zero

(ii) $u(x) = 0$ for $x \notin (-1, 1)$,

(iii) $|u(x)| \le \frac{1}{2\sqrt{2\pi e}}$, for all $x \in \mathbb{R}$.

Let $f(x) = g(x) + u(x)$, for all $x \in \mathbb{R}$. Then

1. f can take negative values.
2. $f(x) > 0$ for all x and f is not integrable.
3. f is a probability density function on $\mathbb{R}$.
4. f is an integrable function.

107. मानें कि $X_1, X_2, \ldots$ स्वतंत्र यादृच्छिक चर है, जहाँ X_n, $-n$ व $3n$ ($n = 1, 2, \ldots$) के बीच मे एकसमानतः बंटित है । मानें कि $N = 1, 2, \ldots$ के लिये $S_N = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=1}^{N}\frac{X_n}{n}$ एवं S_N का बंटन फलन F_N है । तथा मानें कि Φ एक मानक प्रसामान्य यादृच्छिक चर के बंटन फलन को निर्दिष्ट करता है । निम्न मे से कौन-सा/से सही है/हैं ?

www.examrace.com

1. $\lim_{N\to\infty} F_N(0) \le \Phi(0)$
2. $\lim_{N\to\infty} F_N(0) \ge \Phi(0)$
3. $\lim_{N\to\infty} F_N(1) \le \Phi(1)$
4. $\lim_{N\to\infty} F_N(1) \ge \Phi(1)$

107. Let $X_1, X_2, \ldots$ be independent random variables with X_n being uniformly distributed between $-n$ and $3n$, $n = 1, 2, \ldots$

Let $S_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{N} \frac{X_n}{n}$ for $N = 1, 2, \ldots$ and let F_N be the distribution function of S_N. Also let Φ denote the distribution function of a standard normal random variable. Which of the following is/are true?

1. $\lim_{N\to\infty} F_N(0) \le \Phi(0)$
2. $\lim_{N\to\infty} F_N(0) \ge \Phi(0)$
3. $\lim_{N\to\infty} F_N(1) \le \Phi(1)$
4. $\lim_{N\to\infty} F_N(1) \ge \Phi(1)$

108. *माने कि X_1 व X_2 स्वतंत्र हैं एवं उनके घनत्व क्रमशः $f_1(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x > 0$ व $f_2(x) = \frac{2}{\theta} e^{-2x/\theta}, x > 0$ हैं । तो*

1. *$X_1 - X_2$, θ के लिये पर्याप्त है ।*
2. *$X_1 + 2X_2$, θ के लिये पर्याप्त है ।*
3. *$X_1 + 2X_2$, θ के लिये पूर्ण है ।*
4. *$\frac{1}{2}(X_1 + 2X_2)$, θ के लिये अनभिनत है ।*

108. Suppose X_1 has density $f_1(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x > 0$ and X_2 has density $f_2(x) = \frac{2}{\theta} e^{-2x/\theta}, x > 0$ and X_1, X_2 are independent. Then

1. $X_1 + X_2$ is sufficient for θ.
2. $X_1 + 2X_2$ is sufficient for θ.
3. $X_1 + 2X_2$ is complete for θ.
4. $\frac{1}{2}(X_1 + 2X_2)$ is unbiased for θ.

109. *माने कि हमारे पास n (≥ 2) एकसमानतः स्वतंत्र रूप से वंटित प्रेक्षण $X_1, X_2, \ldots, X_n$ हैं, हर एक, एक ज्ञात $N(\mu, \sigma^2)$ वंटन के साथ, जहाँ $-\infty < \mu < \infty$ एवं $0 < \sigma^2 < \infty$ दोनों अज्ञात हैं । तो*

1. *σ^2 का अधिकतम संभाविता आकलन σ^2 का अनभिनत आकलक है ।*
2. *σ^2 का एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलन की σ^2 के अधिकतम संभाविता आकलन की तुलना में कम उच्च माध्य त्रुटि होती है ।*
3. *σ^2 के अधिकतम संभाविता आकलन एवं एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण आकलन, दोनों उपयोगी सरल आकलन हैं ।*
4. *σ^2 के किसी भी अनभिनत आकलन के लिये σ^2 का एक दूसरा आकलन है जिसकी कम माध्य त्रुटि कम है ।*

www.examrace.com

109. Suppose that we have n (≥ 2) i.i.d. observations $X_1, X_2, \ldots, X_n$ each with a common $N(\mu, \sigma^2)$ distribution, where $-\infty < \mu < \infty$ and $0 < \sigma^2 < \infty$ are both unknown. Then

1. the maximum likelihood estimate of σ^2 is an unbiased estimate for σ^2.
2. the uniformly minimum variance unbiased estimate of σ^2 has smaller mean squared error than the maximum likelihood estimate of σ^2.
3. both the maximum likelihood estimate and the uniformly minimum variance estimate of σ^2 are asymptotically consistent estimates
4. for any unbiased estimate of σ^2, there is another estimate of σ^2 with a smaller mean squared error.

110. मानें कि $X_1, X_2, \ldots, X_{25}$ अंतराल $[\theta - ½, \theta + ½]$ में एक एकसमान बटन से प्रेक्षण हैं, जहाँ $-\infty < \theta < \infty$ एक अज्ञात प्राचल है । तो

1. प्रतिदर्श माध्य, θ का अनभिनत आकलन है ।
2. प्रतिदर्श माध्यिका, θ का अनभिनत आकलन है ।
3. प्रतिदर्श माध्य, θ का एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलन नहीं है ।
4. प्रतिदर्श माध्यिका, θ का एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलन नहीं है ।

110. Let $X_1, X_2, \ldots, X_{25}$ be i.i.d. observations from a uniform distribution on the interval $[\theta - ½, \theta + ½]$ where $-\infty < \theta < \infty$ is an unknown parameter. Then the

1. sample mean is an unbiased estimate for θ.
2. sample median is an unbiased estimate for θ.
3. sample mean is not the uniformly minimum variance unbiased estimate for θ.
4. sample median is not the uniformly minimum variance unbiased estimate for θ.

111. मानें कि X का घनत्व है $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$, जहाँ $\lambda > 0$ अज्ञात है । जब $k < X \leq k + 1, k = 0, 1, 2, \ldots$ है, X की विविक्तीकरण से $Y = k$ मिलता है । Y के बंटन से $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ एक यादृच्छिक प्रतिदर्श प्राप्त होता है । मानें कि $\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$ । तो λ का आघूर्ण विधि आकलक $\hat{\lambda}$ है :

1. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}}$
2. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}} + 1$
3. $\hat{\lambda} = \ln\left(1 + \frac{1}{\bar{Y}}\right)$
4. अधिकतम संभाविता आकलक के समान ।

111. Suppose X has density $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$, where $\lambda > 0$ is unknown. X is discretized to give $Y = k$ if $k < X \leq k + 1, k = 0, 1, 2, \ldots$. A random sample $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ is available from the distribution of Y. Let $\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$. Then the method of moments estimator $\hat{\lambda}$ of λ is

www.examrace.com

1. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}}$
2. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}} + 1$
3. $\hat{\lambda} = \ln\left(1 + \frac{1}{\bar{Y}}\right)$
4. the same as the maximum likelihood estimator

112. *सभी वास्तविक* x *के लिये* 0 *के आसपास सममित, अर्थात्* f(x − θ) = f (θ − x), *एक सतत प्रायिकता घनत्व फलन* f *से निकाले गये एकसमानतः स्वतंत्र रूप से वंटित प्रेक्षण हैं* $X_1, X_2, \ldots, X_n$ *। परीक्षण* $H_0: \theta = 0$ *बनाम* $H_A: \theta > 0$ *एवं चिह्न परीक्षण प्रतिदर्शज* $S_n = \sum_{i=1}^{n}$ चिह्न (X_i) *, जहाँ*

$$\text{चिह्न}\,(x) = \begin{cases} 1, & \text{यदि } x > 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \text{ पर विचार ।} \\ -1, & \text{यदि } x < 0 \end{cases}$$

माने कि z_α *मानक प्रसामान्य वंटन का ऊपरी* $100(1-\alpha)$*वाँ शतांशक है, जहाँ* $0 < \alpha < 1$ *। तो निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं ?*

1. *यदि* $\theta = 0$, *तो* $\lim_{n\to\infty} P\left\{S_n > \sqrt{n} z_\alpha\right\} = 1$
2. *यदि* $\theta = 0$, *तो* $\lim_{n\to\infty} P\left\{S_n > \sqrt{n} z_\alpha\right\} = \alpha$
3. *यदि* $\theta > 0$, *तो* $\lim_{n\to\infty} P\left\{S_n > \sqrt{n} z_\alpha\right\} = 1$
4. *यदि* $\theta > 0$, *तो* $\lim_{n\to\infty} P\left\{S_n > \sqrt{n} z_\alpha\right\} = \alpha$

112. Let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be i.i.d. observations from a distribution with continuous probability density function f which is symmetric around 0 i.e.
f(x − θ) = f (θ − x) for all real *x*.

Consider the test H_0: $\theta = 0$ vs $H_A: \theta > 0$ and the sign test statistic $S_n = \sum_{i=1}^{n} \text{sign}\,(X_i)$ where

$$\text{sign}\,(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$
. Let z_α be the upper $100(1-\alpha)$th percentile of the standard normal distribution where $0 < \alpha < 1$. Which of the following is/are correct?

1. If $\theta = 0$, then $\lim_{n\to\infty} P\left\{S_n > \sqrt{n} z_\alpha\right\} = 1$.
2. If $\theta = 0$, then $\lim_{n\to\infty} P\left\{S_n > \sqrt{n} z_\alpha\right\} = \alpha$.

www.examrace.com

3. If $\theta > 0$, then $\lim_{n\to\infty} P\left\{S_n > \sqrt{n} z_\alpha\right\} = 1$.

4. If $\theta > 0$, then $\lim_{n\to\infty} P\left\{S_n > \sqrt{n} z_\alpha\right\} = \alpha$.

113. *माने कि* $X_1, X_2, \ldots X_{10}$, $N(\theta, \sigma^2)$, $\sigma^2 = 10$ *से निकाला गया एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है । θ के पूर्व* $\theta \sim N(0, \tau^2)$, $\tau^2 = 20$ *पर विचारें । माने कि* $\bar{X} = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} X_i$ *तो θ के उत्तर वटन का बहुलक* $\hat{\theta}$ *तृप्त करता है :*

1. $\hat{\theta} = \bar{X}$
2. $\hat{\theta} = \frac{20\bar{X}}{21}$
3. $\hat{\theta} \le \bar{X}$ if $\bar{X} \ge 0$
4. $\hat{\theta} \ge \bar{X}$ if $\bar{X} \le 0$

113. Suppose $X_1, X_2, \ldots X_{10}$ is a random sample from $N(\theta, \sigma^2)$, $\sigma^2 = 10$. Consider the prior for θ, $\theta \sim N(0, \tau^2)$, $\tau^2 = 20$. Let $\bar{X} = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} X_i$. Then the mode $\hat{\theta}$ of the posterior distribution for θ satisfies:

1. $\hat{\theta} = \bar{X}$
2. $\hat{\theta} = \frac{20\bar{X}}{21}$
3. $\hat{\theta} \le \bar{X}$ if $\bar{X} \ge 0$
4. $\hat{\theta} \ge \bar{X}$ if $\bar{X} \le 0$

114. (X, Y) *पर किये गये निम्न पाँच प्रेक्षणों पर विचारें :* (0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 1) *। तो*

1. X *पर* Y *का लघुतम–वर्ग रैखिक समाश्रयण है* $Y = \frac{9}{5}$ ।
2. Y *पर* X *का लघुतम–वर्ग रैखिक समाश्रयण है* $X = 2$
3. X *व* Y *के बीच का सहसंबंध गुणांक* 0 *है ।*
4. X *व* Y *के बीच का सहसंबंध गुणांक* + 1 *है ।*

114. Consider the following five observations on (X, Y): (0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 1). Then

1. The least-square linear regression of Y on X is $Y = \frac{9}{5}$.
2. The least-square linear regression of X on Y is X = 2.
3. The correlation coefficient between X and Y is 0.
4. The correlation coefficient between X and Y is + 1.

www.examrace.com

115. माने कि $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_n$ एकसमानतः स्वतंत्र रूप से $N(0, \sigma^2)$ के अनुसार बंटित हैं । $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ के बारे में विचारें जो नीचे परिभाषित किये गये हैं :

$Y_1 = \mu + \varepsilon_1, Y_{i+1} - \mu = \rho (Y_i - \mu) + \sqrt{1-\rho^2}\ \varepsilon_{i+1}, i = 1, 2, \ldots, n-1$ ।

माने कि $T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$ एवं $0 < \rho < 1$ व $\sigma^2 > 0$ । तो $n \geq 2$ के लिये

1. T एक प्रसामान्य बटन है ।
2. T का माध्य μ एवं प्रसरण σ^2/n है ।
3. $E(T) = \mu$, प्रसरण $(T) > \sigma^2/n$.
4. $T \sim N(\mu, \delta^2)$ जहाँ $\delta^2 > \sigma^2/n$.

115. Suppose $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_n$ are i.i.d. $N(0, \sigma^2)$. Consider $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ defined by
$Y_1 = \mu + \varepsilon_1, Y_{i+1} - \mu = \rho (Y_i - \mu) + \sqrt{1-\rho^2}\ \varepsilon_{i+1}, i = 1, 2, \ldots, n-1$.

Let $T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$. Suppose $0 < \rho < 1$ and $\sigma^2 > 0$. Then for $n \geq 2$

1. T has a normal distribution.
2. T has mean μ and variance σ^2/n.
3. $E(T) = \mu$, $var(T) > \sigma^2/n$.
4. $T \sim N(\mu, \delta^2)$ where $\delta^2 > \sigma^2/n$.

116. एक चुनाव में एक राजनीतिक पक्ष को मिल सकने वाले मतों की अनुपात p के आकलन हेतु किये गये एक सर्वेक्षण में दो सांख्यिकीविद् A व B अलग-अलग प्रतिदर्शी युक्तियाँ अपनाते हैं :

सांख्यिकीविद् **A:** 200 मतदाताओं से एक सामान्य यादृच्छिक प्रतिदर्श बिना वापस किये चुनता है (SRSWOR), पाता है कि उनमें से x उस पक्ष के लिये मत देंगे, एवं p का इस प्रकार आकलन करता है :

$p_1 = \frac{x}{200}$

सांख्यिकीविद् **B:** मतदाताओं की सूची को पुरुष एवं स्त्री सूचियों में विभाजित करता है, हर सूची से 100 को SRSWOR तरीके से चुनता है, पाता है कि क्रमशः x_1 व x_2 उसी पक्ष को मत देंगे, एवं p का इस प्रकार आकलन करता है $p_2 = \frac{x_1 + x_2}{200}$

दोनों सूचियों में मतदाताओं की संख्या समान है । तो

1. p_1 एक अनभिनत आकलन है, परन्तु p_2 नहीं ।
2. p_1, p_2 दोनों अनभिनत आकलन हैं ।
3. p_1, p_2 दोनों अनभिनत आकलन हैं, परन्तु p_2 का प्रसरण p_1 की तुलना में या तो कम या समान है ।
4. उस पक्ष को मत देने वाले पुरुष व स्त्री मतदाताओं की अनुपात समान होने पर ही p_1 व p_2 के प्रसरण समान होंगे ।

116. In a survey to estimate the proportion p of votes that a party will poll in an election, statisticians A and B follow different sampling strategies as follows:
Statistician A: Selects a simple random sample without replacement (SRSWOR) of 200 voters, finds that x of them will vote for the party and estimates p by

www.examrace.com

$$p_1 = \frac{x}{200}.$$

Statistician B: Divides the voters' list into Male and Female lists, selects 100 from each list by SRSWOR, finds that x_1, x_2 respectively will vote for the party and estimates p by

$$p_2 = \frac{x_1 + x_2}{200}.$$

The number of voters in the two lists are the same. Then

1. p_1 is an unbiased estimate but p_2 is not.
2. p_1 and p_2 are both unbiased estimates.
3. p_1 and p_2 are both unbiased estimates, but p_2 has a smaller variance than p_1, or the same variance as p_1.
4. Variances of p_1, p_2 are the same only if the proportions of male and female voters who vote for the party are the same.

117. 1, 2, ..., 5 से अंकित 5 उपचार युक्त, दो खण्ड वाले निम्न खण्ड अभिकल्पना पर विचारें :

खण्ड I : {1, 2, 3}; खण्ड II: {1, 4, 5}

निम्न में कौन सा/से कथन सही है/हैं ?

1. अभिकल्पना संबद्ध है ।
2. जहाँ σ^2 एक प्रेक्षण का प्रसरण है, एक प्रारंभिक उपचार विषमता के श्रेष्ठतम रैखिक अनभिनत आकलक का प्रसरण या तो $2\sigma^2$ या $4\sigma^2$ है ।
3. अभिकल्पना, जिसकी प्रत्याशा शून्य से सर्वत्रतः है, द्वारा एकत्रित ऐसा कोई अतुच्छ रैखिक फलन नहीं है ।
4. त्रुटि के साथ सहचारी स्वातंत्र्यांश कोटि शून्य है ।

117. Consider the following block design involving 5 treatments, labelled 1, 2, ..., 5, and two blocks:
Block I: {1, 2, 3}; Block II : {1, 4, 5}.
Which of the following statements is/are true?

1. The design is connected.
2. The variance of the best linear unbiased estimator of an elementary treatment contrast is either $2\sigma^2$ or $4\sigma^2$, where σ^2 is the variance of an observation.
3. There is no non-trivial linear function of observations collected through the design whose expectation is identically equal to zero.
4. The degrees of freedom associated with the error is zero.

118. मानें कि हमारे पास एक आंकड़ा समुच्चय है जिसमें 25 प्रेक्षण हैं, जिसका हर एक का मूल्य 0 या 1 है ।

1. आंकड़ों का माध्य उनके प्रसरण से अधिक नहीं हो सकता ।
2. आंकड़ों का माध्य उनके प्रसरण से कम नहीं हो सकता ।
3. जब माध्य एवं प्रसरण समान हैं, इसका मतलब हुआ कि माध्य शून्य है ।
4. प्रसरण शून्य तभी होगा जब माध्य 0 या 1 होगा ।

www.examrace.com

118. Suppose that we have a data set consisting of 25 observations, where each value is either 0 or 1.

1. The mean of the data cannot be larger than the variance.
2. The mean of the data cannot be smaller than the variance.
3. The mean being same as the variance implies that the mean is zero.
4. The variance will be 0 if and only if the mean is either 1 or 0.

119. व्यवरोधों $x_1 + x_2 \geq 5$, $4x_1 - x_2 \leq 15$ एवं $4x_2 - x_1 \leq 15$ को तृप्त करने वाले चर $x_1 \geq 0$ एवं $x_2 \geq 0$ पर विचारें। निम्न में से कौन सा/से कथन सही है/हैं ?

1. $3x_1 + 2x_2$ का अधिकतम मान है 25 ।
2. $3x_1 + 2x_2$ का न्यूनतम मान है 11 ।
3. $3x_1 + 2x_2$ का कोई परिमित अधिकतम नहीं है।
4. $3x_1 + 2x_2$ का कोई परिमित न्यूनतम नहीं है।

119. Consider the variables $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$ satisfying the constraints $x_1 + x_2 \geq 5$, $4x_1 - x_2 \leq 15$ and $4x_2 - x_1 \leq 15$. Which of the following statements is/are correct?

1. The maximum value of $3x_1 + 2x_2$ is 25
2. The minimum value of $3x_1 + 2x_2$ is 11
3. $3x_1 + 2x_2$ has no finite maximum
4. $3x_1 + 2x_2$ has no finite minimum

120. एक सेवक वाले एक प्रणाली में मानें कि ग्राहक प्वासों गति, प्रति 12 मिनट में एक व्यक्ति, से आते हैं एवं उनकी सेवा प्वासों गति, प्रति 8 मिनट में एक सेवा से की जाती है। यदि आगमन गति 20% बढ़ती है तो, स्थायी अवस्था में

1. प्रणाली में ग्राहकों की माध्य संख्या में बढ़त 2 है ।
2. प्रणाली में ग्राहकों की माध्य संख्या में बढ़त 4 है ।
3. प्रणाली में ग्राहक द्वारा बिताया गया माध्य समय में बढ़त 16 मिनट है ।
4. प्रणाली में ग्राहक द्वारा बिताया गया माध्य समय में बढ़त 24 मिनट है ।

120. In a system with a single server, suppose that customers arrive at a Poisson rate of 1 person every 12 minutes and are serviced at the Poisson rate of 1 service every 8 minutes. If the arrival rate increases by 20% then in the steady state

1. the increase in the average number of customers in the system is 2.
2. the increase in the average number of customers in the system is 4.
3. the increase in the average time spent by a customer in the system is 16 minutes.
4. the increase in the average time spent by a customer in the system is 24 minutes.

www.examrace.com