www.inyatrust.com

Subject Code : **35 (NS)**

March, 2014

MATHEMATICS

(New Scheme)

(Kannada and English Versions)

Time : 3 Hours 15 Minutes] [*Total No. of Questions : 50*] [*Max. Marks : 100*

(Kannada Version)

ಸೂಚನೆ : i) ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ **A, B, C, D** ಮತ್ತು **E** ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

ii) ವಿಭಾಗ – **E** ನಲ್ಲಿ ಬರುವ ಲೀನಿಯರ್ ಪ್ರೋಗ್ರಾಮಿಂಗ್ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ನಿಮಗೆ ಒದಗಿಸಿರುವ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ – A

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : $10 \times 1 = 10$

1. ಗಣ $A = \{ 1, 2, 3 \}$ ನ ಆಗಿದ್ದು, ಅದರ R ನೊಂದಿಗಿನ ಸಂಬಂಧವು $R = \{ (1, 1) (1, 2) (3, 3) \}$ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಅದು ಸಮತಲವಲ್ಲ, ಏಕೆ ?

2. $f(x) = \cos^{-1} x$. ಇದರ ಬಿಂಬ ಗಣವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

3. ಅಧಿಕ ಕೋನವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

www.inyatrust.com

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ, $|2A|$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. $y = \log(\sin x)$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. $\int (\sin x + \cos x)\ dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ಈ ಸದಿಶ ಪರಿಮಾಣದ ದಿಶಾ ಕೊಸೈನ್‌ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ಸಮತಲ XOY ಗೆ ಸಮನಾಂತರವಾದ ಮತ್ತು Z ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ರೇಖಾಂತರ ಛೇದಕವು 4 ಇರುವ ಸಮತಲದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. ಸಂಭವನೀಯ ಪ್ರದೇಶ (Feasible region) ವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

10. $P(A) = \frac{4}{5}$ ಮತ್ತು $P(B|A) = \frac{2}{5}$ ಆದರೆ, $P(A \cap B)$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ – B

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : $10 \times 2 = 20$

11. Q ನಲ್ಲಿ $a * b = \frac{ab}{2}$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಾಗ $*$ ಪರಿಕ್ರಿಯೆಯು ಸಹವರ್ತನೀಯವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

12. $\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}\right)$ $0 < x < \pi$ ಅನ್ನು ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ಬರೆಯಿರಿ.

13. $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

www.inyatrust.com

14. (1, 2) ಮತ್ತು (3, 6) ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಹಾಳೆಯಲ್ಪಟ್ಟ ಸರಳರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ನಿರ್ಧಾರಕ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

15. $y + \sin y = \cos x$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

16. $y = x^x$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17. ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ x ಮೀಟರ್ ಇರುವ ಬಾಹು ಶೇಕಡ 2ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾದಾಗ, ಆ ಘನಾಕೃತಿಯ ಅಂದಾಜು ಘನ ಪರಿಮಾಣ V ನ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

18. $\int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}\, dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

19. $\int_1^e \frac{1}{x}\, dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

20. $xy \frac{d^2 y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y \frac{dy}{dx} = 0$ ಅವಕಲಿತದ ದರ್ಜೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

21. $\vec{a}$ ಏಕ ಸದಿಶವು, $\left(\vec{x} - \vec{a}\right)\ \left(\vec{x} + \vec{a}\right) = 8$ ಆದರೆ, $|\vec{x}|$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22. ಒಂದು ಸಮನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಕ್ಕ ಪಕ್ಕದ ಭುಜಗಳು $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

www.inyatrust.com

www.inyatrust.com

23. $\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda\left(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}\right)$ ಮತ್ತು

$\vec{r} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + \mu\left(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}\right)$.

ಈ ಜೋಡಿ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24. ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿಸುವ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ, ರಾಜ (Heads) ಪಡೆಯುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿತರಣಾ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ – C

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : $10 \times 3 = 30$

25. $f : R \rightarrow R$ ಮತ್ತು $g : R \rightarrow R$ ಗಳಲ್ಲಿ, $f(x) = \cos x$ ಮತ್ತು $g(x) = 3x^2$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಾಗ $g o f$ ಮತ್ತು $f o g$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ $g o f \neq f o g$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

26. $3\cos^{-1} x = \cos^{-1}\left(4x^3 - 3x\right)$, $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

27. ಎಲಿಮೆಂಟರಿ ಟ್ರಾನ್ಸ್‌ಫಾರ್ಮೇಷನ್ ವಿಧಾನದಿಂದ $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ಕೋಶದ ಪ್ರತಿಲೋಮ ಕೋಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28. $x = a(\cos\theta + \theta\sin\theta)$ ಮತ್ತು $y = a(\sin\theta - \theta\cos\theta)$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

29. $y = x^2 + 2$, $x \in [-2, 2]$ ಉತ್ಪನ್ನಕ್ಕೆ ರೊಲ್ಸ್ (Rolle's) ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಪ್ರಮಾಣೀಕರಿಸಿ.

www.inyatrust.com

www.inyatrust.com

30. $f(x) = x^2 - 4x + 6$ ಉತ್ಪನ್ನವು ಕಡ್ಡಾಯ ಏರಿಕೆ ಮತ್ತು ಕಡ್ಡಾಯ ಇಳಿಕೆ ಆದಾಗ f ನ ವಿರಾಮಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

31. $\int \frac{(x^2+1) \cdot e^x}{(x+1)^2} \cdot dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

32. $\int \tan^{-1} x \cdot dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

33. $y = x^2$ ಮತ್ತು $y = 4$ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

34. ಕುಟುಂಬ ವಕ್ರರೇಖೆ $y = mx$ ನಿಂದ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ m ಸ್ವೇಚ್ಛ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

35. $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} + \vec{d}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] + [\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}]$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

36. $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ ಗಳಲ್ಲಿ $\vec{a} + \lambda \vec{b}$ ಮತ್ತು $\vec{c}$ ಗಳು ಲಂಬವಾಗಿದ್ದರೆ, λ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

37. $\vec{r} \cdot (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 4$ ಸಮತಲದಿಂದ, $(2, 5, -3)$ ಬಿಂದುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

38. ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಮೂರು ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿಸುವ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಬಾರಿ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

www.inyatrust.com

www.inyatrust.com

ವಿಭಾಗ – D

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : $6 \times 5 = 30$

39. $f(x) = 4x + 3$ ಎಂದು $f : N \rightarrow Y$ ಅನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದಾಗ, $Y = \{ y : y = 4x + 3,\ x \in N \}$ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಈ ಉತ್ಪನ್ನವು ವಿಲೋಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು $f(x)$ ನ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

40. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ಆದಾಗ, AC, BC ಮತ್ತು $(A+B)C$ ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ $(A+B)C = AC + BC$ ಎಂದು ಪ್ರಮಾಣೀಕರಿಸಿ.

41. ಕೆಳಗಿನ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕೋಶ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

$x - y + z = 4$, $2x + y - 3z = 0$ ಮತ್ತು $x + y + z = 2$.

42. $y = 3e^{2x} + 2e^{3x}$ ಆದರೆ, $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

43. 24 ಅಡಿ ಉದ್ದದ ಏಣಿಯು ಒಂದು ಗೋಡೆಗೆ ವಾಲಿ ನಿಂತಿದೆ. ಅದರ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯು ಕ್ಷಿತಿಜದ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 3 ಅಡಿಗಳಂತೆ ಜಾರುತ್ತಿದೆ. ಏಣಿಯ ಕೆಳ ತುದಿ ಗೋಡೆಯಿಂದ 8 ಅಡಿ ದೂರ ಇದ್ದಾಗ, ಏಣಿಯ ಮೇಲ್ತುದಿಯು ಕೆಳಗೆ ಜಾರುತ್ತಿರುವ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, $\int \frac{dx}{3x^2 + 13x - 10}$ ಅನ್ನು ಮೌಲ್ಯೀಕರಿಸಿ.

www.inyatrust.com

www.inyatrust.com

45. $y = x^2$ ಮತ್ತು $y^2 = x$ ಪರವಲಯಗಳಿಂದ ಸುತ್ತುವರೆದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

46. $e^x \tan y \; dx + \left(1 - e^x\right) \sec^2 y \; dy = 0$ ಅವಕಲ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

47. ಒಂದು ಲಂಬ (Normal) ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಸಮತಲದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಟೇಶಿಯನ್ ಎರಡೂ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ)

48. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ವಿವಿಧ 50 ಲಾಟರಿ ಟಿಕೇಟ್‌ಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲಾಟರಿ ಟಿಕೇಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಬಹುಮಾನ ಗೆಲ್ಲುವ ಅವಕಾಶ $\frac{1}{100}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಾರಿ ಬಹುಮಾನ ಗೆಲ್ಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ – E

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : $1 \times 10 = 10$

49. a) ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ $Z = x + 2y$ ಅನ್ನು ಕೆಳಕಂಡ ನಿಬಂಧನೆಗೆ ಒಳಪಟ್ಟಂತೆ, ಕನಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ :

ನಿಬಂಧನೆಗಳು :

$x + 2y \geq 100$

$2x - y \leq 0$

$2x + y \leq 200$

$x, y \geq 0$ 6

b) $\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ a & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 4

www.inyatrust.com

50\. a) $\int_0^a f(x)\ dx = \int_0^a f(a-x)\ dx$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ,

$\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\ dx$ ನ್ನು ಮೌಲ್ಯೀಕರಿಸಿ. 6

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{k\cos x}{\pi - 2x}, & x \neq \dfrac{\pi}{2} \\ 3, & x = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

ಉತ್ಪನ್ನವು $x = \frac{\pi}{2}$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾದಾಗ k ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

www.inyatrust.com

www.inyatrust.com

Subject Code : 35 (NS)

(English Version)

Instructions : i) The question paper has *five* **Parts** – **A**, **B**, **C**, **D** and **E**. Answer all the parts.

ii) Use the Graph Sheet for the question on Linear Programming in **Part-E**.

PART – A

Answer *all* the *ten* questions : $10 \times 1 = 10$

1. A relation R on $A = \{1, 2, 3\}$ defined by $R = \{(1, 1)(1, 2)(3, 3)\}$ is not symmetric. Why ?

2. Write the domain of $f(x) = \cos^{-1} x$.

3. Define a scalar matrix.

4. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, find $|2A|$.

5. If $y = \log(\sin x)$, find $\frac{dy}{dx}$.

6. Evaluate $\int(\sin x + \cos x)\, dx$.

www.inyatrust.com

www.inyatrust.com

7. Find the direction cosines of the vector $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.

8. Find the equation of the plane with intercept 4 on Z-axis and parallel to XOY plane.

9. Define feasible region.

10. If $P(A) = \frac{4}{5}$ and $P(B|A) = \frac{2}{5}$ find $P(A \cap B)$.

PART – B

10 × 2 = 20

Answer any *ten* questions :

11. Verify whether the operation $*$ defined on Q by $a * b = \frac{ab}{2}$ is associative or not.

12. Write the simplest form of $\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}\right)$, $0 < x < \pi$.

13. Evaluate $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$.

14. Find the equation of line joining (1, 2) and (3, 6) using determinants.

15. If $y + \sin y = \cos x$, find $\frac{dy}{dx}$.

16. If $y = x^x$ find $\frac{dy}{dx}$.

www.inyatrust.com

www.inyatrust.com

17. Find the approximate change in the volume V of a cube of side x metres caused by increasing the side by 2%.

18. Evaluate $\int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}\, dx$.

19. Evaluate $\int_1^e \frac{1}{x}\, dx$.

20. Find the order and degree of the differential equation

$$xy\frac{d^2 y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\frac{dy}{dx} = 0.$$

21. If $\vec{a}$ is a unit vector such that $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} + \vec{a}) = 8$, find $|\vec{x}|$.

22. Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.

23. Find the angle between the pair of lines

$\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ and

$\vec{r} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$.

24. Find the probability distribution of number of heads in two tosses of a coin.

www.inyatrust.com

www.inyatrust.com

PART - C

$10 \times 3 = 30$

Answer any *ten* questions :

25. Find $g\,o\,f$ and $f\,o\,g$ if $f : R \to R$ and $g : R \to R$ are given by

$f(x) = \cos x$ and $g(x) = 3x^2$. Show that $g\,o\,f \neq f\,o\,g$.

26. Prove that $3\cos^{-1} x = \cos^{-1}\left(4x^3 - 3x\right)$, $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$

27. By using elementary transformations find the inverse of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

28. Find $\frac{dy}{dx}$ if $x = a(\cos\theta + \theta\sin\theta)$ and $y = a(\sin\theta - \theta\cos\theta)$.

29. Verify Rolle's theorem for the function $y = x^2 + 2$, $x \in [-2, 2]$.

30. Find the intervals in which the function f given by $f(x) = x^2 - 4x + 6$ is

i) strictly increasing

ii) strictly decreasing.

31. Find $\int \frac{\left(x^2+1\right) \cdot e^x}{(x+1)^2}\, dx$.

32. Evaluate $\int \tan^{-1} x \; dx$.

www.inyatrust.com

www.inyatrust.com

33. Find the area of the region bounded by the curve $y = x^2$ and the line $y = 4$.

34. Form the differential equation representing the family of curves $y = mx$, where m is arbitrary constant.

35. Prove that $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} + \vec{d}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] + [\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}]$.

36. If $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ are such that $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ is perpendicular to $\vec{c}$, then find the value of λ.

37. Find the distance of a point $(2, 5, -3)$ from the plane

$\vec{r} \cdot (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 4$.

38. A die is tossed thrice. Find the probability of getting an odd number at least once.

PART – D

Answer any *six* questions : $6 \times 5 = 30$

39. Prove that the function $f : N \to Y$, defined by $f(x) = 4x + 3$, where

$Y = \{y : y = 4x + 3, x \in N\}$ is invertible. Also write the inverse of $f(x)$.

www.inyatrust.com

www.inyatrust.com

40. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, calculate AC, BC and $(A + B)C$. Also verify that $(A + B)C = AC + BC$.

41. Solve the following system of equations by matrix method :

$x - y + z = 4$, $2x + y - 3z = 0$ and $x + y + z = 2$.

42. If $y = 3e^{2x} + 2e^{3x}$, prove that $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$.

43. A ladder 24 ft long leans against a vertical wall. The lower end is moving away at the rate of 3 ft/sec. Find the rate at which the top of the ladder is moving downwards, if its foot is 8 ft from the wall.

44. Find $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$ and hence evaluate $\int \frac{dx}{3x^2 + 13x - 10}$

45. Find the area of the region bounded by the two parabolas $y = x^2$ and $y^2 = x$.

www.inyatrust.com

www.inyatrust.com

46. Find the general solution of the differential equation

$$e^{x} \tan y \; dx + \left(1 - e^{x} \right) \sec^{2} y \; dy = 0.$$

47. Derive the equation of a plane in normal form (both in the vector and Cartesian form).

48. A person buys a lottery ticket in 50 lotteries, in each of which his chance of winning a prize is $\frac{1}{100}$. What is the probability that he will win a prize exactly once ?

PART – E

Answer any *one* question : $1 \times 10 = 10$

49. a) Minimize and maximize $Z = x + 2y$ subject to the constraints

$x + 2y \geq 100$

$2x - y \leq 0$

$2x + y \leq 200$

$x, y \geq 0$ by graphical method. 6

b) Prove that $\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$ 4

www.inyatrust.com

www.inyatrust.com

50. a) Prove that $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ and hence evaluate

$$\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\,dx.$$ 6

b) Find the value of k if

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{k\cos x}{\pi - 2x} & \text{if } x \neq \dfrac{\pi}{2} \\ 3 & \text{if } x = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

is continuous at $x = \dfrac{\pi}{2}$. 4

www.inyatrust.com