

Subject Code : 35 (NS)

March, 2014

# MATHEMATICS

( New Scheme )

( Kannada and English Versions )

Time : 3 Hours 15 Minutes | Total No. of Questions : 50 | Max. Marks : 100

( Kannada Version )

- ಸೂಚನೆ : I) ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ A, B, C, D ಮತ್ತು E ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.
- II) ವಿಭಾಗ E ನಲ್ಲಿ ಬಹುವು ಅನಿವಾರ್ಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ನಿಮಗೆ ಬದಗಿಸಿತು ವನ್ನಕ್ಕ ಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ - A

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಪಟ್ಟಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

10 × 1 = 10

1. ಗಣಿ  $A = \{1, 2, 3\}$  ನ ಆಗಿದ್ದು, ಅದರ  $R$  ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಸಂಬಂಧವು

$R = \{(1, 1), (1, 2), (3, 3)\}$  ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಅದು ಸಮತಲವಲ್ಲ ಏಕೆ ?

2.  $f(x) = \cos^{-1} x$  ಇದರ ಚಿಂಬ ಗಣವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

3. ಅದಿಶ ಕೋಶವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.



6425 (N)

Page 1 of 16

Subject Code: 35 (NS)

4.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  ಆದರೆ,  $|2A|$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5.  $y = \log(\sin x)$  ಆದರೆ,  $\frac{dy}{dx}$  ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6.  $\int (\sin x + \cos x)^2 dx$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7.  $(x+2)^{1/2} + 3$  ಈ ಸದಿಶ ಪರಿಮಾಣದ ದಿಶಾ ಕೊಸೈನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ಸಮಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ  $XOY$  ಗೆ ಸಮನಾಂತರವಾದ ಮತ್ತು  $Z$  ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ರೇಖಾಂಶರೇಖೆಗಳನ್ನು 4 ಇಂಚಿನ ಸಮಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. ಸಂಭವನೀಯ ಪ್ರದೇಶ (Feasible region) ವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

10.  $P(A) = \frac{4}{5}$  ಮತ್ತು  $P(B|A) = \frac{2}{5}$  ಆದರೆ,  $P(A \cap B)$  ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

### ವಿಭಾಗ - B

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

10 × 2 = 20

11.  $\theta$  ನಲ್ಲಿ  $a * b = \frac{ab}{2}$  ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಾಗ \* ಪರಿಕ್ರಮೆಯು ಸಹವರ್ತನೀಯವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಪವೇ ಎಂಬ

ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ.

12.  $\tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} \right)$ ,  $0 < x < \pi$  ಅನ್ನು ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ಬರೆಯಿರಿ.

13.  $\sin \left[ \frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right) \right]$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



6425 (N)

14.  $(-1, 2)$  ಮತ್ತು  $(3, 6)$  ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಏಳೆಯಲ್ಲಟ್ಟು ಸ್ಪರ್ಶರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ನಿರ್ಧಾರಕ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

15.  $y + \sin y = \cos x$  ಆದರೆ,  $\frac{dy}{dx}$  ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

16.  $y = x^x$  ಆದರೆ,  $\frac{dy}{dx}$  ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17. ಬಹುಘನಾಕೃತಿಯ  $x$  ಮೀಟರ್ ಇರುವ ಬಾಹು ಶೇಕಡೆ 2ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾದಾಗ, ಆ ಘನಾಕೃತಿಯ ಅಂದಾಜು ಘನ ಪರಿಮಾಣ  $V$  ನ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

18.  $\int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} dx$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

19.  $\int_1^e \frac{1}{x} dx$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

20.  $xy \frac{d^2 y}{dx^2} + x \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 - y \frac{dy}{dx} = 0$  ಅವಕಲಿತದ ದರ್ಜೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

21.  $\vec{a}$  ಏಕ ಸದಿಶವು,  $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} + \vec{a}) = 8$  ಆದರೆ,  $|\vec{x}|$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22. ಒಂದು ಸಮನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಕ್ಕ ವಕ್ರದ ಭುಜಗಳು  $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$  ಮತ್ತು  $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ-ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



23.  $\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$  ಮತ್ತು

$\vec{r} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$ .

ಈ ಜೋಡಿ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24. ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿಸುವ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ, ರಾಜ ( Heads ) ಪಡೆಯುವ

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿತರಣಾ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

### ವಿಭಾಗ - C

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

10 × 3 = 30

25.  $f: R \rightarrow R$  ಮತ್ತು  $g: R \rightarrow R$  ಗಳಲ್ಲಿ,  $f(x) = \cos x$  ಮತ್ತು  $g(x) = 3x^2$  ಎಂದು

ಕೊಟ್ಟಾಗ  $g \circ f$  ಮತ್ತು  $f \circ g$  ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ  $g \circ f \neq f \circ g$  ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

26.  $3 \cos^{-1} x = \cos^{-1} (4x^3 - 3x)$ ,  $x \in \left[ \frac{1}{2}, 1 \right]$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

27. ಎಲಿಮೆಂಟರಿ ಟ್ರಾನ್ಸ್‌ಫಾರ್ಮೇಷನ್ ವಿಧಾನದಿಂದ  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  ಕೋಶದ ಪ್ರತಿಲೋಮ

ಕೋಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28.  $x = a(\cos \theta + \theta \sin \theta)$  ಮತ್ತು  $y = a(\sin \theta - \theta \cos \theta)$  ಆದರೆ,  $\frac{dy}{dx}$  ಅನ್ನು

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

29.  $y = x^2 + 2$ ,  $x \in [-2, 2]$  ಉತ್ಪನ್ನಕ್ಕೆ ರೋಲ್ಸ್ ( Rolle's ) ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಪ್ರಮಾಣೀಕರಿಸಿ.



30.  $f(x) = x^2 - 4x + 6$  ಉತ್ಪನ್ನವು ಕಡ್ಡಾಯ ಏರಿಕೆ ಮತ್ತು ಕಡ್ಡಾಯ ಇಳಿಕೆ ಆದಾಗ  $f$  ನ ವಿರಾಮಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

31.  $\int \frac{(x^2 + 1) \cdot e^x}{(x+1)^2} dx$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

32.  $\int \tan^{-1} x \cdot dx$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

33.  $y = x^2$  ಮತ್ತು  $y = 4$  ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

34. ಕುಟುಂಬ ವಕ್ರರೇಖೆ  $y = mx$  ನಿಂದ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ  $m$  ಸ್ವೇಚ್ಛ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

35.  $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} + \vec{d}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] + [\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}]$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

36.  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  ಮತ್ತು  $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$  ಗಳಲ್ಲಿ  $\vec{a} + \lambda \vec{b}$  ಮತ್ತು  $\vec{c}$  ಗಳು ಲಂಬವಾಗಿದ್ದರೆ,  $\lambda$  ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

37.  $\vec{r} \cdot (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 4$  ಸಮತಲದಿಂದ,  $(2, 5, -3)$  ಬಿಂದುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

38. ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಮೂರು ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿಸುವ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಬಾರಿ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

39.  $f(x) = 4x + 3$  ಎಂದು  $f: N \rightarrow Y$  ಅನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದಾಗ,

$Y = \{y : y = 4x + 3, x \in N\}$  ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಈ ಉತ್ಪನ್ನವು ವಿಲೋಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು

$f(x)$  ನ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

40.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  ಮತ್ತು  $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  ಆದಾಗ,  $AC$ ,  $BC$  ಮತ್ತು

$(A+B)C$  ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ  $(A+B)C = AC + BC$  ಎಂದು ಪ್ರಮಾಣೀಕರಿಸಿ.

41. ಕೆಳಗಿನ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕೋಶ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

$$x - y + z = 4, \quad 2x + y - 3z = 0 \quad \text{ಮತ್ತು} \quad x + y + z = 2.$$

42.  $y = 3e^{2x} + 2e^{3x}$  ಆದರೆ,  $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

43. 24 ಅಡಿ ಉದ್ದದ ಏಣಿಯು ಒಂದು ಗೋಡೆಗೆ ವಾಲಿ ನಿಂತಿದೆ. ಅದರ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯು ಕ್ಷಿತಿಜದ

ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 3 ಅಡಿಗಳಂತೆ ಚಾರುತ್ತಿದೆ. ಏಣಿಯ ಕೆಳ ತುದಿ ಗೋಡೆಯಿಂದ 8 ಅಡಿ ದೂರ ಇದ್ದಾಗ

ಏಣಿಯ ಮೇಲ್ತುದಿಯು ಕೆಳಗೆ ಚಾರುತ್ತಿರುವ ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44.  $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ,  $\int \frac{dx}{3x^2 + 13x - 10}$

ಅನ್ನು ಮೌಲ್ಯೀಕರಿಸಿ.



45.  $y = x^2$  ಮತ್ತು  $y^2 = x$  ಪರಿವಲಯಗಳಿಂದ ಸುತ್ತುವರೆದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

46.  $e^x \tan y \, dx + (1 - e^x) \sec^2 y \, dy = 0$  ಅವಕಲ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

47. ಒಂದು ಲಂಬ (Normal) ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಸಮತಲದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಟೀಶಿಯನ್ ನಿರೂಪಣೆಗಳಲ್ಲಿ.)

48. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಐವಿಧ 50 ಲಾಟರಿ ಟಿಕೆಟ್‌ಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲಾಟರಿ ಟಿಕೆಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಬಹುಮಾನ ಗೆಲ್ಲುವ ಅವಕಾಶ  $\frac{1}{100}$  ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಾರಿ ಬಹುಮಾನ ಗೆಲ್ಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

**ವಿಭಾಗ - B**

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

1 × 10 = 10

49. a) ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ  $Z = x + 2y$  ಅನ್ನು ಕೆಳಕಂಡ ನಿಬಂಧನೆಗೆ ಬಳಪಟ್ಟಂತೆ, ಕನಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಠ ಗೊಳಿಸಿ.

ನಿಬಂಧನೆಗಳು:

$$x + 2y \geq 100$$

$$2x - y \leq 0$$

$$2x + y \leq 200$$

$$x, y \geq 0$$

6

b) 
$$\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ a & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$$
 ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 4



50 a)  $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ

$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx$  ನ್ನು ಮೌಲ್ಯಕರಿಸಿ.

6

b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x} & x = \frac{\pi}{2} \\ 3 & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

ಉತ್ತರವು  $x = \frac{\pi}{2}$  ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅನಿರೀತವಾದಾಗ  $k$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4





(English Version)

Instructions: i) The question paper has five Parts - A, B, C, D and E.

Answer all the parts.

ii) Use the Graph Sheet for the question on Linear Programming in Part-E.

**PART - A**

Answer all the ten questions.

$10 \times 1 = 10$

1. A relation  $R$  on  $A = \{1, 2, 3\}$  defined by  $R = \{(1, 1), (1, 2), (3, 3)\}$  is not symmetric. Why?
2. Write the domain of  $f(x) = \cos^{-1} x$ .
3. Define a scalar matrix.
4. If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ , find  $|2A|$ .
5. If  $y = \log(\sin x)$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .
6. Evaluate  $\int (\sin x + \cos x) \cdot dx$ .



Subject Code: 35 (NS)

7. Find the direction cosines of the vector  $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ .
8. Find the equation of the plane with intercept 4 on Z-axis and parallel to X O Y plane.
9. Define feasible region.
10. If  $P(A) = \frac{4}{5}$  and  $P(B|A) = \frac{2}{5}$  find  $P(A \cap B)$ .

**PART - B**

Answer any ten questions.

10 × 2 = 20

11. Verify whether the operation  $*$  defined on  $Q$  by  $a * b = \frac{ab}{2}$  is associative or not.

12. Write the simplest form of  $\tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} \right)$   $0 < x < \pi$ .

13. Evaluate  $\sin \left[ \frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) \right]$ .

14. Find the equation of line joining (1, 2) and (3, 6) using determinants.

15. If  $y + \sin y = \cos x$  find  $\frac{dy}{dx}$ .

16. If  $y = x^x$  find  $\frac{dy}{dx}$ .



6425 (N)

17. Find the approximate change in the volume  $V$  of a cube of side  $x$  metres caused by increasing the side by 2%.

18. Evaluate  $\int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} dx$

19. Evaluate  $\int_1^e \frac{1}{x} dx$

20. Find the order and degree of the differential equation

$$xy \frac{d^2 y}{dx^2} + x \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 - y \frac{dy}{dx} = 0.$$

21. If  $\vec{a}$  is a unit vector such that  $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} + \vec{a}) = 8$ , find  $|\vec{x}|$

22. Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors  $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ .

23. Find the angle between the pair of lines

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}).$$

24. Find the probability distribution of number of heads in two tosses of a coin.



Answer any ten questions :

25. Find  $g \circ f$  and  $f \circ g$  if  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  and  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  are given by

$$f(x) = \cos x \text{ and } g(x) = 3x^2. \text{ Show that } g \circ f \neq f \circ g.$$

26. Prove that  $3 \cos^{-1} x = \cos^{-1} (4x^3 - 3x)$ ,  $x \in \left[ \frac{1}{2}, 1 \right]$

27. By using elementary transformations find the inverse of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

28. Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $x = a(\cos \theta + \theta \sin \theta)$  and  $y = a(\sin \theta - \theta \cos \theta)$ .

29. Verify Rolle's theorem for the function  $y = x^2 + 2$ ,  $x \in [-2, 2]$ .

30. Find the intervals in which the function  $f$  given by  $f(x) = x^2 - 4x + 6$

is

i) strictly increasing

ii) strictly decreasing

31. Find  $\int \frac{(x^2 + 1) \cdot e^x}{(x + 1)^2} dx$ .

32. Evaluate  $\int \tan^{-1} x \cdot dx$ .



33. Find the area of the region bounded by the curve  $y = x^2$  and the line  $y = 4$ .
34. Form the differential equation representing the family of curves  $y = mx$ , where  $m$  is arbitrary constant.
35. Prove that  $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} + \vec{d}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] + [\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}]$ .
36. If  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$  are such that  $\vec{a} + \lambda \vec{b}$  is perpendicular to  $\vec{c}$ , then find the value of  $\lambda$ .
37. Find the distance of a point  $(2, 5, -3)$  from the plane  $\vec{r} \cdot (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 4$ .
38. A die is tossed thrice. Find the probability of getting an odd number at least once.

**PART - D**

Answer any six questions :

 $6 \times 5 = 30$ 

39. Prove that the function  $f : N \rightarrow Y$  defined by  $f(x) = 4x + 3$ , where

$Y = \{y : y = 4x + 3, x \in N\}$  is invertible. Also write the inverse of  $f(x)$ .



Subject Code 35 (NS)

40. If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  and  $C = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ , calculate  $AC$ ,  $BC$

and  $(A+B)C$ . Also verify that  $(A+B)C = AC + BC$ .

41. Solve the following system of equations by matrix method.

$$x - y + z = 4, \quad 2x + y - 3z = 0 \quad \text{and} \quad x + y + z = 2.$$

42. If  $y = 3e^{2x} + 2e^{3x}$ , prove that  $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$ .

43. A ladder 24 ft long leans against a vertical wall. The lower end is moving away at the rate of 3 ft/sec. Find the rate at which the top of the ladder is moving downwards, if its foot is 8 ft from the wall.

44. Find  $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$  and hence evaluate  $\int \frac{dx}{3x^2 + 13x - 10}$ .

45. Find the area of the region bounded by the two parabolas  $y = x^2$  and

$$y^2 = x.$$



6425 (N)

46. Find the general solution of the differential equation:

$$e^x \tan y \, dx + (1 - e^x) \sec^2 y \, dy = 0$$

47. Derive the equation of a plane in normal form (both in the vector and Cartesian form.)

48. A person buys a lottery ticket in 50 lotteries, in each of which his chance of winning a prize is  $\frac{1}{100}$ . What is the probability that he will win a prize exactly once?

**PART - E**

Answer any one question:

$1 \times 10 = 10$

49. a) Minimize and maximize  $Z = x + 2y$  subject to the constraints

$$x + 2y \geq 100$$

$$2x + y \leq 0$$

$$2x + y \leq 200$$

$$x, y \geq 0 \text{ by graphical method}$$

6

b) Prove that

$$\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ a & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$$

4



50. a) Prove that  $\int_0^a f(x) \, dx = \int_0^a f(a-x) \, dx$  and hence evaluate

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) \, dx$$

6

b) Find the value of  $k$  if

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x} & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3 & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

is continuous at  $x = \frac{\pi}{2}$ .

4

