

Subject Code : **35 (NS)****MATHEMATICS**

(Kannada and English Versions)

Time : 3 Hours 15 Minutes]

[Total No. of questions : 50]

[Max. Marks : 100]

(Kannada Version)

- ಸೂಚನೆಗಳು: i) ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ **A, B, C, D** ಮತ್ತು **E** ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.
- ii) ವಿಭಾಗ **E** ನಲ್ಲಿ ಬರುವ ಲೀನಿಯರ್ ಪ್ರೋಗ್ರಾಮಿಂಗ್ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನಿಮಗೆ ಒದಗಿಸಿರುವ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ - A

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(10×1=10)

- z^+ (ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು) ಗಣದಲ್ಲಿ $*$ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು $a * b = |a - b|, \forall a, b \in z^+$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ $*$ ಕ್ರಿಯೆಯು z^+ ನಲ್ಲಿ ಒಂದು ದ್ವಿಮಾನ ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆಯೇ ?
- $f(x) = \sin^{-1}x$, ಇದರ ಕ್ಷೇತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- ಸದಿತ ಮೂತ್ಯಕೆಯನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.
- $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$ ಎಂದು ಆದರೆ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

P.T.O.

35 (NS)

-2-



5. $y = \tan(2x + 3)$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. $\int (2x^2 + e^x) dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ಸದಿಶಯ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಏಕಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. z-ಅಕ್ಷದ ದಿಶಾ ಕೊಸೈನ್ ಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

9. L.P.P. ಯಲ್ಲಿ ಆಪ್ಟಿಮಲ್ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

10. $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ ಮತ್ತು $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ ಆದರೆ $P(A|B)$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ-B

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

(10×2=20)

11. $f: R \rightarrow R$ ಮತ್ತು $g: R \rightarrow R$ ಗಳಲ್ಲಿ $f(x) = \cos x$ ಮತ್ತು $g(x) = 3x^2$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಾಗ $g \circ f$ ಮತ್ತು $f \circ g$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12. $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

13. $\sin^{-1}\left(\sin \frac{2\pi}{3}\right)$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

14. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳು $(3, 8)$, $(-4, 2)$ ಮತ್ತು $(5, 1)$ ಗಳಾಗಿದ್ದು ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ನಿರ್ಧಾರಕ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

15. $y = \cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$, $0 < x < 1$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

16. $y = x^{\sin x}$, $x > 0$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17. $f(x) = 2x^2 - 3x$ ಉತ್ಪನ್ನವು ಕಡ್ಡಾಯ ಏರಿಕೆ ಆದಾಗ f ನ ವಿರಾಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

18. $\int x^2 \log x dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

19. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

20. $\frac{d^3y}{dx^3} + 2\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 0$ ಎಂಬ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ದರ್ಜೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

21. ಎರಡು ಸದಿಶಗಳು \vec{a} ಮತ್ತು \vec{b} ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ ಮತ್ತು $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$, ಹಾಗಾದರೆ $|\vec{a} - \vec{b}|$ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22. ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದ ಭುಜಗಳು $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

23. $\frac{x-5}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z}{1}$ ಮತ್ತು $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಲಂಬವಾಗಿವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿರಿ.

24. ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿಸುವ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ, ರಾಜ ಪಡೆಯುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿತರಣಾ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

35 (NS)

-4-



ವಿಭಾಗ - C

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

(10×3=30)

25. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ಎಂಬ ಗಣದಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧ $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ}\}$ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದಾಗ, R ಸಂಬಂಧವು ಸಮಸಂಬಂಧ ಆಗಿರುತ್ತದೆಂದು ತೋರಿಸಿ.

26. $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}, x > 0$ ಆದರೆ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

27. ಎಲಿಮೆಂಟರಿ ಟ್ರಾನ್ಸ್‌ಫಾರ್ಮೇಷನ್ ವಿಧಾನದಿಂದ $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ ಕೋಶದ ಪ್ರತಿಲೋಮ ಕೋಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28. $x = a(\theta - \sin \theta)$ ಮತ್ತು $y = a(1 + \cos \theta)$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx} = -\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

29. $f(x) = x^2, x \in [2, 4]$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ಮಾಧ್ಯಮಾಲ್ಯ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ ತಾಳೆನೋಡಿರಿ.

30. $(25)^{\frac{1}{3}}$ ಸ್ನಾತ ಬೆಲೆಯನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

31. $\int e^x \left(\frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} \right) dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

32. $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



33. ಮೊದಲ ಚತುರ್ಥ ಭಾಗದಲ್ಲಿ $y^2 = 9x$, $x = 2$, $x = 4$ ಮತ್ತು x -ಅಕ್ಷ ಇವುಗಳಿಂದ ಆವೃತಗೊಂಡ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
34. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳ ಸಮೂಹದ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು b ಗಳು ಸ್ವೇಚ್ಛಾನುಸಾರ ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
35. $[\bar{a} + \bar{b}, \bar{b} + \bar{c}, \bar{c} + \bar{a}] = 2 [\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}]$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
36. P ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನಸದಿಶವು ಕ್ರಮವಾಗಿ \bar{a} ಮತ್ತು \bar{b} ಆಗಿರುವ A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು $m : n$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ಭೇದಿಸಿದರೆ, P ನ ಸ್ಥಾನಸದಿಶವು $\frac{m\bar{b} + n\bar{a}}{m + n}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
37. $(-1, 0, 2)$ ಮತ್ತು $(3, 4, 6)$ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಟೀಶಿಯನ್ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
38. ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಮೂರು ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿಸುವ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಬಾರಿ ಬೆಸಸಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - D

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

(6×5 = 30)

39. R_+ ಎಂಬ ಗಣವು ಮುಖಾಂತರವಲ್ಲದ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು $f : R_+ \rightarrow [4, \infty)$, ಉತ್ಪನ್ನವು $f(x) = x^2 + 4$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. f ಉತ್ಪನ್ನವು ವಿಲೋಮಿತ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದರ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

40. $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 7 \\ -6 & 0 & 8 \\ 7 & -8 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $C = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ಆದಾಗ AC, BC ಮತ್ತು (A+B) C

ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ $(A + B) C = AC + BC$ ಎಂದು ತಾಳೆ ನೋಡಿರಿ.

41. ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕೋಶ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

42. $y = 3 \cos(\log x) + 4 \sin(\log x)$ ಆದರೆ $x^2 y_2 + xy_1 + y = 0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

43. 5 ಮೀ. ಉದ್ದದ ಒಂದು ಏಣಿಯು ನುಣುಪಾದ ಒಂದು ಗೋಡೆಗೆ ವಾಲಿಸಿ ನಿಂತಿದೆ. ನೆಲದ ಮೇಲಿರುವ ಏಣಿಯ ಕೆಳಭಾಗವನ್ನು ಗೋಡೆಯ ಕಡೆಯಿಂದ ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 2 ಸೆ.ಮೀ.ಗಳಂತೆ ಎಳೆಯಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಏಣಿಯ ಕೆಳಭಾಗವು ಗೋಡೆಯಿಂದ 4 ಮೀ. ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದಾಗ, ಏಣಿಯ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಜಾರುವಿಕೆಯ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44. x ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ $\sqrt{a^2 - x^2}$ ನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ, ಇದರಿಂದ $\int \sqrt{5 - x^2 + 2x} dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

45. ಅನುಕಲನ ವಿಧಾನದಿಂದ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ದೀರ್ಘವೃತ್ತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ, ಇದರಿಂದ

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{ ದೀರ್ಘವೃತ್ತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.}$$

46. $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$, ($x \neq 0$) ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

47. ಒಂದು ಲಂಬ(Normal) ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಸಮತಲದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ (ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಟೀಶಿಯನ್ ಎರಡೂ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ).



48. ಒಂದು ನಾಣ್ಯ (ಪರಿಶುದ್ಧ) 10 ಸಲ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ, ಕೆಳಗಿನ ಸಂಭಾವ್ಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- ನಿಖರವಾಗಿ ಆರು ಸರೋಮುಖಗಳು ಮತ್ತು
- ಕನಿಷ್ಠ ಆರು ಸರೋಮುಖಗಳು.

ವಿಭಾಗ - E

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(1×10=10)

49. a) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx \text{ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.}$$

6

b) $f(x) = \begin{cases} Kx^2, & x \leq 2 \\ 3, & x > 2 \end{cases}$ ಆದಾಗ ಉತ್ಪನ್ನವು $x = 2$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾದಾಗ K ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4

50. a) ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ $z = 3x + 9y$ ಅನ್ನು ಕೆಳಕಂಡ ನಿಬಂಧನೆಗೆ ಒಳಪಟ್ಟಂತೆ ಕನಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ.

6

ನಿಬಂಧನೆಗಳು:

$$x + 3y \leq 60, x + y \geq 10, x \leq y \text{ ಮತ್ತು } x \geq 0, y \geq 0.$$

b)
$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$
 ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

4



(English Version)

- Instructions :**
- The question paper has **five** Parts **A, B, C, D** and **E**. Answer **all** the Parts.
 - Use the Graph sheet for the question on linear programming problem in Part **E**.

PART – A

Answer **all** the **ten** questions.

(10×1=10)

- An operation $*$ on z^+ (the set of all non-negative integers) is defined as $a * b = |a - b|, \forall a, b \in z^+$. Is $*$ a binary operation on z^+ ?
- Write the domain of $f(x) = \sin^{-1} x$.
- Define a scalar matrix.
- Find the value of x for which $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$.
- If $y = \tan(2x + 3)$, find $\frac{dy}{dx}$.
- Find : $\int (2x^2 + e^x) dx$.



7. Find unit vector in the direction of vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$.
8. Write the direction cosines of z-axis.
9. Define optimal solution in L.P.P.
10. If $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ and $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$, find $P(A|B)$.

PART - BAnswer **any ten** questions.**(10×2=20)**

11. Find $g \circ f$ and $f \circ g$, if $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ and $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ are given by $f(x) = \cos x$ and $g(x) = 3x^2$.
12. Prove that $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.
13. Find the value of $\sin^{-1}\left(\sin \frac{2\pi}{3}\right)$.
14. Find the area of the triangle whose vertices are (3, 8), (-4, 2) and (5, 1) by using determinant method.
15. If $y = \cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$, $0 < x < 1$ find $\frac{dy}{dx}$.



16. Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = x^{\sin x}$, $x > 0$.
17. Find the interval in which the function f given by $f(x) = 2x^2 - 3x$ is strictly increasing.
18. Find : $\int x^2 \log x dx$.
19. Evaluate : $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.
20. Find the order and degree of the differential equation $\frac{d^3y}{dx^3} + 2\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 0$.
21. If two vectors \vec{a} and \vec{b} such that $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$, find $|\vec{a} - \vec{b}|$.
22. Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are given by vectors $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} - \hat{k}$.
23. Show that the lines $\frac{x-5}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z}{1}$ and $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ are perpendicular to each other.
24. Find the probability distribution of number of heads in two tosses of a coin.



PART – C

Answer **any ten** questions.

(10×3=30)

25. Show that the relation R in the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ given by $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ is even}\}$, is an equivalence relation.

26. Solve for x , $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$, $x > 0$.

27. By using elementary transformation, find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$.

28. If $x = a(\theta - \sin \theta)$ and $y = a(1 + \cos \theta)$ then prove that $\frac{dy}{dx} = -\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$.

29. Verify Mean Value Theorem for the function $f(x) = x^2$ in the interval $[2, 4]$.

30. Using differentials, find the approximate value of $(25)^{\frac{1}{3}}$.

31. Find : $\int e^x \left(\frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} \right) dx$.

32. Find : $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$.

35 (NS)

-12-



33. Find the area of the region bounded by $y^2 = 9x$, $x = 2$, $x = 4$ and the x-axis in the first quadrant.
34. Form the differential equation representing family of curves $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ where a and b are arbitrary constants.
35. Prove that $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}] = 2 [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$.
36. Show that the position vector of the point P, which divides the line joining the points A and B having position vectors \vec{a} and \vec{b} internally in the ratio $m : n$ is $\frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m + n}$.
37. Find the equation of the line passing through the points $(-1, 0, 2)$ and $(3, 4, 6)$ in both Vector and Cartesian forms.
38. A die is tossed thrice. Find the probability of getting an odd number atleast once.

PART - D

(6x5=30)

Answer any six questions.

39. Let R_+ be the set of all non-negative real numbers. Show that the function $f: R_+ \rightarrow [4, \infty)$ given by $f(x) = x^2 + 4$ is invertible and write the inverse of f .

40. If $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 7 \\ -6 & 0 & 8 \\ 7 & -8 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$, calculate AC , BC and

$(A+B)C$. Also, verify that $(A+B)C = AC + BC$.

41. Solve the following system of equations by matrix method :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

42. If $y = 3 \cos(\log x) + 4 \sin(\log x)$, show that $x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$.

43. A ladder 5 m long is leaning against a wall. The bottom of the ladder is pulled along the ground, away from the wall, at the rate of 2 cm/sec. How fast is its height on the wall decreasing when the foot of the ladder is 4 m away from the wall?



44. Find the integral of $\sqrt{a^2 - x^2}$ w.r.t. x and hence evaluate $\int \sqrt{5 - x^2} + 2x \, dx$.

45. Find the area of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ by the method of integration and hence find the area of the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

46. Find the general solution of the differential equation $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$, ($x \neq 0$).

47. Derive the equation of a plane in normal form (both in the Vector and Cartesian forms).

48. If a fair coin is tossed 10 times, find the probability of

- i) exactly six heads and
- ii) atleast six heads.

PART - E

Answer any one question.

(1×10=10)

49. a) Prove that $\int_0^a f(x) \, dx = \int_0^a f(a-x) \, dx$ and hence evaluate

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} \, dx.$$

6

b) Find the value of K , if $f(x) = \begin{cases} Kx^2, & \text{if } x \leq 2 \\ 3, & \text{if } x > 2 \end{cases}$ is continuous at $x = 2$.

4



50. a) Minimize and maximize

$z = 3x + 9y$ subject to the constraints $x + 3y \leq 60$, $x + y \geq 10$, $x \leq y$, $x \geq 0$,

$y \geq 0$ by graphical method.

b) Prove that
$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3.$$