

DO NOT OPEN THIS TEST BOOKLET UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO

TBC : 09/17/ET

Booklet Sr. No.

30759

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--

MATHEMATICAL SCIENCES

PAPER II

Time Allowed : 1½ Hours]

[Maximum Marks : 100

Instruction for the Candidates

- Write your Roll Number in the space provided on the top of this page. Do not write anything else on the Test Booklet except in the space provided for rough work.
- This paper consists of *fifty (50)* multiple-choice type of questions. *All* questions carry equal marks.
- At the commencement of the examination, the question booklet will be given to you. In the first 5 minutes, you are requested to open the booklet and compulsorily examine it as below :
 - To have access to the Question Booklet, tear off the paper seal on the edge of this cover page. Do not accept a booklet without sticker-seal and do not accept an open booklet.
 - Tally the number of pages and number of questions in the booklet with the information printed on the cover page. Faulty booklets due to pages/questions missing or duplicate or not in serial order or any other discrepancy should be got replaced immediately by a correct booklet from the invigilator within the period of 5 minutes. Afterwards, neither the Question Booklet will be replaced nor any extra time will be given.
- Each item has four alternatives response marked (A), (B), (C) and (D). You have to darken the circle as indicated below on the correct response against each item completely with **Blue/Black ball point pen** as shown below. H.B. Pencil should not be used in blackening the circle to indicate responses on the answer sheet.
 Example : (A) (B) (C) (D) Where (B) is correct response.
- Your responses to the each item are to be indicated in the **OMR Sheet** provided to you only. If you mark your response at any place other than in the circle in the OMR Sheet, it will not be evaluated.
- Read instructions given inside carefully.
- Rough work is to be done in the end of this booklet.
- If you write your Name, Roll Number, Phone Number or put any mark on any part of the OMR Sheet, except for the space allotted for the relevant entries, which may disclose your identity, or use abusive language or employ any other unfair means, such as change of response by scratching or using white fluid, you will render yourself liable to disqualification.**
- You have to return the original OMR Sheet to the invigilators at the end of the examination compulsorily and must not carry it with you outside the Examination Hall. You are however, allowed to carry original question booklet and duplicate copy of OMR Sheet on conclusion of examination.
- Use of any calculator or log table etc., is prohibited.**
- There are no negative marks for incorrect answers.**
- In case of any discrepancy found in the English and Hindi Versions, the English Version will be treated as final.
- CARRYING AND USE OF ELECTRONICS/COMMUNICATION DEVICES IN EXAMINATION HALL ARE NOT ALLOWED.**

DO NOT OPEN THIS TEST BOOKLET UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO

MATHEMATICAL SCIENCES**Paper II**Time Allowed : $1\frac{1}{4}$ Hours]

[Maximum Marks : 100

Note :— This question paper contains **fifty (50)** multiple choice questions. Each question carries **two (2)** marks. Attempt *all* of them.

1. Firmware to control the low level operations of a computer is prepared using :
 - (A) Micro-assembler
 - (B) Meta-assembler
 - (C) Macro-assembler
 - (D) Cross-assembler

2. Present day world's fastest 500 super computers run :
 - (A) Microsoft window based Operating System (OS)
 - (B) Linux based operating system
 - (C) Mac operating system
 - (D) Free BSD

3. A computer can be booted fast if it is booted from :
 - (A) Hard disk drive (HDD)
 - (B) Floppy disk
 - (C) CD ROM drive
 - (D) Solid-state drive (SSD)

गणितीय विज्ञान

प्रश्न-पत्र II

समय : $1\frac{1}{4}$ घण्टे]

[पूर्णांक : 100

नोट : इस प्रश्न-पत्र में पचास (50) बहुविकल्पीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के दो (2) अंक हैं। सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

1. निचले स्तर की संक्रियाओं को नियंत्रित करने लिए संगणक का फर्मवेयर किससे तैयार किया जाता है ?

(A) अतिसूक्ष्म समवेतक	(B) परा-समवेतक
(C) दीर्घ-समवेतक	(D) तिर्यक-समवेतक
2. वर्तमान में दुनिया का तीव्र 500 सुपर कम्प्यूटर :

(A) माइक्रोसॉफ्ट विण्डो पर आधारित ऑपरेटिंग सिस्टम पर चलता है
(B) लाइनेक्स पर आधारित ऑपरेटिंग सिस्टम पर चलता है
(C) मैक ऑपरेटिंग सिस्टम पर चलता है
(D) मुफ्त BSD पर चलता है
3. एक संगणक को तेजी से बूट किया जा सकता है यदि उसे :

(A) कठोर-चक्का ड्राइव से बूट करें	(B) फ्लॉपी डिस्क से बूट करें
(C) CD रोम ड्राइव से बूट करें	(D) ठोसावस्था ड्राइव से बूट करें

4. Which one of the following is a free software package ?
- (A) MAPLE (B) MATHEMATICA
(C) MATLAB (D) GAP
5. The first high-level programming language developed during 1942-45 is :
- (A) Basic (B) Fortran
(C) Plankalkül (D) Pascal
6. Which one the following functions is continuous at 0 ?

$$(A) f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1 + e^{1/x}}; & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$$

$$(B) f(x) = \begin{cases} \frac{e^{1/x}}{1 - e^{1/x}}; & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$$

$$(C) f(x) = \begin{cases} \frac{e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}; & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$$

$$(D) f(x) = \begin{cases} \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}; & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$$

4. निम्न में से कौनसा मुफ्त सॉफ्टवेयर पैकेज है ?
- (A) मैपल (B) मैथमैटिका
(C) मैटलैब (D) गैप
5. 1942-45 के दौरान पहली उच्च स्तरीय प्रोग्रामिंग भाषा कौनसी है ?
- (A) बेसिक (B) फोर्ट्रान
(C) प्लान्कलकुल (D) पास्कल
6. निम्न में से कौनसा फलन शून्य पर सतत् है ?

$$(A) f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1 + e^{1/x}}; & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$$

$$(B) f(x) = \begin{cases} \frac{e^{1/x}}{1 - e^{1/x}}; & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$$

$$(C) f(x) = \begin{cases} \frac{e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}; & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$$

$$(D) f(x) = \begin{cases} \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}; & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$$

7. Which one of the following is a Cauchy sequence ?

(A) $\langle 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \rangle$

(B) $\langle (-1)^n \rangle$

(C) $\langle n + \frac{(-1)^n}{n} \rangle$

(D) $\langle \log n^2 \rangle$

8. The series $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^p} + (-1)^n \frac{7}{\log(n+2)} \right)$ is :

(A) convergent if $p > 1$

(B) divergent if $p > 2$

(C) oscillates if $p \leq 1$

(D) convergent if $p = 1$

9. The value of the contour integral $\oint_C \frac{\log z}{(z-1)^3} dz$; $C : |z-1| = \frac{1}{2}$ is :

(A) πi

(B) 0

(C) $2\pi i$

(D) $-\pi i$

7. निम्न में से कौनसा एक कौची अभिक्रम है ?

(A) $\langle 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \rangle$

(B) $\langle (-1)^n \rangle$

(C) $\langle n + \frac{(-1)^n}{n} \rangle$

(D) $\langle \log n^2 \rangle$

8. श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^p} + (-1)^n \frac{7}{\log(n+2)} \right)$:

(A) अभिसारी है यदि $p > 1$

(B) अपसारी है यदि $p > 2$

(C) दोलक है यदि $p \leq 1$

(D) अभिसारी है यदि $p = 1$

9. समोच्च समाकल $\oint_C \frac{\log z}{(z-1)^3} dz$; $c: |z-1| = \frac{1}{2}$ का मान क्या है ?

(A) πi

(B) 0

(C) $2\pi i$

(D) $-\pi i$

10. If $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$, then which one of the following statements is true ?
- (A) $\sin z$ is bounded
 (B) $\cos z$ is bounded
 (C) $\sin z$ and $\cos z$ both are unbounded
 (D) $\sin z$ and $\cos z$ both are unbounded
11. If $A = \begin{bmatrix} 0 & 1+2i \\ -1+2i & 0 \end{bmatrix}$, then $(I - A)(I + A)^{-1}$ is :
- (A) a unitary matrix
 (B) a Hermitian matrix
 (C) a nilpotent matrix
 (D) an involutory matrix
12. Which one of the following matrices is not orthogonal ?
- (A) $\begin{bmatrix} -2/3 & 1/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 & 2/3 \end{bmatrix}$
 (B) $\begin{bmatrix} 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 1/3 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$
 (D) $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & 9 \end{bmatrix}$

10. यदि $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$, तब निम्न में से कौनसा कथन सत्य है ?

- (A) $\sin z$ परिवर्द्ध है
 (B) $\cos z$ परिवर्द्ध है
 (C) $\sin z$ तथा $\cos z$ दोनों उपरिवर्द्ध हैं
 (D) $\sin z$ तथा $\cos z$ दोनों परिवर्द्ध हैं

11. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 1+2i \\ -1+2i & 0 \end{bmatrix}$, तब $(I - A)(I + A)^{-1}$:

- (A) एक यूनिटरी आव्यूह है
 (B) एक हर्मीशियन आव्यूह है
 (C) एक निलपोटेन्ट
 (D) एक इनवोलंटरी आव्यूह है

12. निम्न में कौनसा आव्यूह लम्बकोणत नहीं है ?

(A) $\begin{bmatrix} -2/3 & 1/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 & 2/3 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 1/3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & 9 \end{bmatrix}$

13. The following system of equations :

$$(\lambda - 1)x + (3\lambda + 1)y + 2\lambda z = 0$$

$$(\lambda - 1)x + (4\lambda - 2)y + (\lambda + 3)z = 0$$

$$2x + (3\lambda + 1)y + 3(\lambda - 1)z = 0$$

is consistent if and only if :

- (A) $\lambda = 0$
- (B) $\lambda = 3$
- (C) $\lambda = 0$ or 3
- (D) $\lambda \neq 0$ and $\lambda \neq 3$
14. If A and B are $n \times n$ matrices with the same minimal polynomial, then which one is true ?
- (A) A is similar to B
- (B) A is diagonalizable and $AB = BA$
- (C) A is a diagonalizable if and only if B is diagonalizable
- (D) B is diagonalizable and $A - B$ is singular

13. निम्न समीकरण तंत्र :

$$(\lambda - 1)x + (3\lambda + 1)y + 2\lambda z = 0$$

$$(\lambda - 1)x + (4\lambda - 2)y + (\lambda + 3)z = 0$$

$$2x + (3\lambda + 1)y + 3(\lambda - 1)z = 0$$

संगत है यदि और केवल यदि :

(A) $\lambda = 0$

(B) $\lambda = 3$

(C) $\lambda = 0$ अथवा 3

(D) $\lambda \neq 0$ अथवा $\lambda \neq 3$

14. यदि A और B दो $n \times n$ आव्यूह हैं जिनके अल्पतम बहुपद समान हैं तो निम्न में कौनसा कथन सत्य है ?

(A) आव्यूह A आव्यूह B के समरूप होगा

(B) A विकर्णीकृत किया जा सकता है तथा $AB = BA$

(C) A को विकर्णीकृत किया जा सकता है यदि और केवल यदि B को भी विकर्णीकृत किया जा सकता है

(D) B को विकर्णीकृत किया जा सकता है तथा $A - B$ एकल आव्यूह होगा

15. The points (a_1, b_1) , (a_2, b_2) and (a_3, b_3) are not collinear if the rank of the

matrix $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & 1 \end{pmatrix}$ is :

- (A) 3 (B) 1
(C) 0 (D) 2
16. From a city population, the probability of selecting (i) and NET qualified or a Ph.D. is $\frac{7}{10}$ (ii) a NET qualified Ph.D. is $\frac{2}{5}$ and (iii) a NET qualified, if a Ph.D. is already selected is $\frac{2}{3}$. The probability of selecting a Ph.D., if a NET qualified is already selected, is :

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{5}$
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{4}{5}$

17. A problem in Mathematics is given to three students Ram, Mohan and Abdul, whose chances of solving it are $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ and $\frac{1}{4}$ respectively. The probability that the problem will be solved if all of them try independent is :

- (A) $\frac{3}{32}$ (B) $\frac{29}{32}$
(C) $\frac{5}{32}$ (D) $\frac{4}{32}$

15. बिन्दु (a_1, b_1) , (a_2, b_2) तथा (a_3, b_3) सरिखीय नहीं है यदि आव्यूह $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & 1 \end{pmatrix}$ की

कोटि है :

- (A) 3 (B) 1
(C) 0 (D) 2
16. एक शहर की जनसंख्या से (i) एक NET अर्हता प्राप्त अथवा Ph.D. को चुनने की प्रायिकता $7/10$ है (ii) एक NET अर्हता प्राप्त Ph.D. धारक को चुनने की प्रायिकता $2/5$ है (iii) एक NET अर्हता प्राप्त को चुनने की प्रायिकता जबकि एक Ph.D. चुना जा चुका है, $2/3$ है। एक Ph.D. को चुनने की प्रायिकता जबकि एक NET अर्हता प्राप्त चुना जा चुका हो, क्या होगी ?
- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{5}$
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{4}{5}$
17. गणित का एक प्रश्न तीन छात्रों राम, मोहन और अब्दुल को दिये गये हैं जिनकी प्रश्न को हल कर पाने की सम्भावनाएँ क्रमशः $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ तथा $\frac{1}{4}$ हैं। यदि तीनों छात्र स्वतंत्र माप से प्रश्न हल करने का प्रयत्न करते हैं तो प्रश्न के हल हो जाने की प्रायिकता क्या होगी ?
- (A) $\frac{3}{32}$ (B) $\frac{29}{32}$
(C) $\frac{5}{32}$ (D) $\frac{4}{32}$

18. A letter is known to have come either from TATANAGAR or from CALCUTTA.

On the envelope, only two consecutive letters TA are visible. The probability that the letter came from CALCUTTA is :

(A) $\frac{4}{11}$

(B) $\frac{5}{11}$

(C) $\frac{6}{11}$

(D) $\frac{7}{11}$

19. Amit speaks truth 4 out of 5 times. A die is tossed. He reports that there is a six. What is the probability that actually there was a six ?

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{4}{5}$

(C) $\frac{4}{9}$

(D) $\frac{5}{9}$

20. A taxi cab company has 12 hatchbacks and 8 sedans. If 5 of these cabs are in the workshop for repairs and hatchbacks are as likely to be in repair as sedans then probability that 3 hatchbacks and 2 sedans are under repair is :

(A) $\frac{385}{969}$

(B) $\frac{280}{969}$

(C) $\frac{285}{969}$

(D) $\frac{281}{969}$

18. एक पत्र के बारे में केवल इतनी जानकारी है कि ये या तो TATANAGAR से आया है या CALCUTTA से। पत्र पर केवल दो अनुगामी अक्षर TA दिखाई पड़ रहे हैं तो पत्र के CALCUTTA से आये होने की प्रायिकता क्या होगी ?

(A) $\frac{4}{11}$

(B) $\frac{5}{11}$

(C) $\frac{6}{11}$

(D) $\frac{7}{11}$

19. अमित 5 में से 4 बार सच बोलता है। एक पासा फेंका गया और अमित ने बताया कि 6 आया है। पासे पर वास्तव में 6 आया इस बात की प्रायिकता क्या है ?

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{4}{5}$

(C) $\frac{4}{9}$

(D) $\frac{5}{9}$

20. एक टैक्सी कैब कंपनी के पास 12 छोटी और 8 बड़ी कारें हैं। इनमें से 5 कारें कार्यशाला में मरम्मत हेतु गयी हैं। यदि छोटी कारों के मरम्मत में जाने की संभावना बड़ी कारों के बराबर हो तो इस बात की क्या प्रायिकता होगी कि मरम्मत में गयी कारों में 3 छोटी और 2 बड़ी हैं ?

(A) $\frac{385}{969}$

(B) $\frac{280}{969}$

(C) $\frac{285}{969}$

(D) $\frac{281}{969}$

21. Let $f(x)$ be the objective function of LPP, then which one of the following is true ?
- (A) $\max f(x) = - \min \{-f(x)\}$
- (B) $\max f(x) = - \min \{f(-x)\}$
- (C) $\max f(x) = - \min \{f(x)\}$
- (D) $\max f(x) = - \min \{-f(-x)\}$

22. The LPP :

Max.

$$Z = 4x_1 + 3x_2$$

Subject to :

$$x_1 - x_2 \leq -1$$

$$-x_1 + x_2 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

has :

- (A) a feasible solution (B) an optimal solution
- (C) a bounded solution (D) no solution

21. माना कि किसी रेखीय प्रोग्रामिंग समस्या का उद्देश्य फलन $f(x)$ है। निम्न में से कौनसा सही है ?

(A) $\max f(x) = - \min \{-f(x)\}$

(B) $\max f(x) = - \min \{f(-x)\}$

(C) $\max f(x) = - \min \{f(x)\}$

(D) $\max f(x) = - \min \{-f(-x)\}$

22. रेखीय प्रोग्रामिंग समस्या

Max.

$$Z = 4x_1 + 3x_2$$

शर्तें

$$x_1 - x_2 \leq -1$$

$$-x_1 + x_2 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

के लिए

(A) कोई व्यवहार्य हल नहीं है

(B) एक इष्टतम हल है

(C) एक परिवद्ध हल है

(D) कोई हल नहीं है

23. The linear programming problem :

$$\text{Max } Z = 2x + 3y$$

Subject to :

$$x - y \leq 2$$

$$x + y \geq 4$$

$$x, y \geq 0$$

- (A) has bounded solution
- (B) has unbounded solution
- (C) has no solution
- (D) has infeasible solution
24. Which one of the following is not *correct* ?
- (A) The set $X = \{(x_1, x_2) : x_1^2 + x_2^2 \geq 1\}$ is convex
- (B) The intersection of two convex sets is also convex
- (C) A hyperplane is a convex set
- (D) The set of feasible solution to a LPP is a closed convex set

23. रेखीय प्रोग्रामिंग समस्या

$$\text{Max } Z = 2x + 3y$$

शर्तें

$$x - y \leq 2$$

$$x + y \geq 4$$

$$x, y \geq 0$$

- (A) का परिबद्ध हल मिलेगा
 (B) का अपरिबद्ध हल मिलेगा
 (C) का कोई हल नहीं होगा
 (D) का कोई व्यवहार्य हल नहीं होगा

24. निम्न में से कौसा सत्य नहीं है ?

- (A) समुच्चय $X = \{(x_1, x_2) : x_1^2 + x_2^2 \geq 1\}$ उत्तल है
 (B) दो उत्तल समुच्चयों का प्रतिच्छेद भी उत्तल होता है
 (C) एक अतितल एक उत्तल समुच्चय होता है
 (D) एक रेखीय प्रोग्रामिंग समस्या (LPP) के सभी व्यवहार्य हलों का समुच्चय एक बंद उत्तल समुच्चय होता है

25. A basic solution to the system :

$$AX = B$$

is degenerate if

- (A) at least one of the basic variables vanishes
 (B) exactly one of the basic variables vanishes
 (C) at most one of the basic variables vanishes
 (D) at least two basic variables vanishes
26. Let $S_n = (-1)^n \left[1 + \frac{1}{n} \right]$. Let

$$S^* = \limsup_{n \rightarrow \infty} s_n, \quad S_* = \liminf_{n \rightarrow \infty} S_n$$

then :

- (A) $S^* = S_* = 1$
 (B) $S^* = S_* = -1$
 (C) $S^* = 1, S_* = -1$
 (D) S^*, S_* are undefined

25. समीकरण तंत्र $AX = B$ का मौलिक हल नष्टधर्मी होगा यदि :

- (A) कम से कम एक मौलिक चर शून्य हो जाये
- (B) एक और केवल एक मौलिक चर शून्य हो जाये
- (C) अधिक से अधिक एक मौलिक चर शून्य हो जाये
- (D) कम से कम दो मौलिक चर शून्य हो जाये

26. माना कि $S_n = (-1)^n \left[1 + \frac{1}{n} \right]$. माना

$$S^* = \limsup_{n \rightarrow \infty} s_n, \quad S_* = \liminf_{n \rightarrow \infty} S_n$$

तब

- (A) $S^* = S_* = 1$
- (B) $S^* = S_* = -1$
- (C) $S^* = 1, S_* = -1$
- (D) S^*, S_* परिभाषित नहीं है

Or

The density function $f(x)$ corresponding to the characteristic function ϕ defined as :

$$\phi(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{for } |t| < 1 \\ 0 & \text{for } |t| > 1 \end{cases}$$

is :

(A) $\frac{1 - \cos x}{x^2}$

(B) $\frac{1}{\pi} \frac{\cos x}{x^2}$

(C) $\frac{1 - \cos x}{\pi x^2}$

(D) $\frac{\cos x - 1}{\pi}$

27. The cantor set :

(A) is open

(B) is countable

(C) is perfect

(D) not compact

Or

A continuous random variable has a probability density function $f(x) = kx^2 e^{-x}$; $x > 0$, then its variance is :

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

अथवा

चारित्रिक फलन ϕ के अनुरूप घनत्व फलन $f(x)$ क्या होगा यदि :

$$\phi(t) = \begin{cases} 1-|t| & \text{यदि } |t| < 1 \\ 0 & \text{यदि } |t| > 1 \end{cases}$$

(A) $\frac{1 - \cos x}{x^2}$

(B) $\frac{1}{\pi} \frac{\cos x}{x^2}$

(C) $\frac{1 - \cos x}{\pi x^2}$

(D) $\frac{\cos x - 1}{\pi}$

27. केंटर समुच्चय :

(A) खुला है

(B) गणनीय है

(C) उत्तम है

(D) सुगठित नहीं है

अथवा

एक सतत यादृच्छिक चर का प्रायिकता घनत्व फलन $f(x) = kx^2 e^{-x}$; $x > 0$ है। इसका प्रसरण कितना होगा ?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

28. Which one of the functions is uniformly continuous ?

(A) $\frac{1}{x}$ on $[0, 1]$

(B) $\sin x^2$ on $[0, \infty]$

(C) x^2 on $[-1, 1]$

(D) x^2 on $[0, \infty]$

Or

Variance of the Beta distribution is :

(A) $\frac{\alpha}{\alpha + \beta}$

(B) $\frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2}$

(C) $\frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2 (\alpha + \beta + 1)}$

(D) $\frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta + 1}$

29. The Dirichlet function :

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{when } x \text{ is irrational} \\ -1, & \text{when } x \text{ is rational} \end{cases}$$

is :

(A) continuous at every point

(B) discontinuous at every point

(C) differentiable when $x > 0$

(D) continuous at every point but not differentiable

28. निम्न में से कौनसा फलन एकसमान सतत है :

(A) अन्तराल $[0, 1]$ पर $\frac{1}{x}$

(B) अन्तराल $[0, \infty]$ पर $\sin x^2$

(C) अन्तराल $[-1, 1]$ पर x^2

(D) अन्तराल $[0, \infty]$ पर x^2

अथवा

बीटा वितरण का प्रसरण क्या है ?

(A) $\frac{\alpha}{\alpha + \beta}$

(B) $\frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2}$

(C) $\frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2 (\alpha + \beta + 1)}$

(D) $\frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta + 1}$

29. डिरिक्ले फलन :

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{जब } x \text{ एक अपरिमेय संख्या है} \\ -1, & \text{जब } x \text{ एक परिमेय संख्या है} \end{cases}$$

(A) प्रत्येक बिन्दु पर सतत है

(B) प्रत्येक बिन्दु पर असतत है

(C) $x > 0$ के लिये अवकलनीय है

(D) प्रत्येक बिन्दु पर सतत है लेकिन अवकलनीय नहीं है

Or

The joint pdf of a two-dimensional random variable (x, y) is given by :

$$f(x, y) = xy^2 + \frac{x^2}{8}, 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1.$$

The value of $P(x + y < 1)$ is :

(A) $\frac{53}{480}$

(B) $\frac{13}{480}$

(C) $\frac{19}{24}$

(D) $\frac{1}{4}$

30. Which one of the following statements is not correct ?

(A) Every continuous function is R-integrable

(B) A monotonic function on $[a, b]$ is R-integral

(C) A bounded function f having finite number of discontinuous on $[a, b]$,
is R-integrable on $[a, b]$

(D) If $|f|$ is R-integrable, the f is R-integrable

अथवा

एक द्विविमीय यादृच्छिक चर (x, y) का संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन f इस प्रकार परिभाषित है :

$$f(x, y) = xy^2 + \frac{x^2}{8}, 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1.$$

$P(x + y < 1)$ का मान क्या होगा ?

(A) $\frac{53}{480}$

(B) $\frac{13}{480}$

(C) $\frac{19}{24}$

(D) $\frac{1}{4}$

30. निम्न में से कौनसा एक कथन सत्य नहीं है ?

(A) प्रत्येक सतत फलन, अन्तराल $[a, b]$ पर R-समाकलनीय है

(B) एक लय फलन, अन्तराल $[a, b]$ पर R-समाकलनीय है

(C) एक बद्ध फलन f जो कि अन्तराल $[a, b]$ के ज्ञात बिन्दुओं पर असतत है, अन्तराल $[a, b]$ पर R-समाकलनीय है

(D) यदि $|f|$, R समाकलनीय है तब f भी R-समाकलनीय है

Or

Which one of the following variance relations for random variables X and Y is not true ?

- (A) $\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2$
 (B) $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$
 (C) $\text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y)$
 (D) $\text{Var}(X) = [E(X)]^2 - E[X^2]$

31. If $f(z) = \frac{1}{z-3} e^{\frac{1}{z-3}}$, then :

- (A) f has an essential singularity at $z = 0$
 (B) f has an removable singularity at $z = 3$
 (C) f has an essential singularity at $z = 3$
 (D) f has a pole at $z = 3$

Or

The coefficient of Skewness for the Poisson distribution is :

- (A) $\frac{1}{\lambda}$ (B) λ
 (C) $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ (D) $3 + \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$

अथवा

यादृच्छिक चरों X तथा Y के प्रसरण का कौनसा संबंध सही नहीं है ?

(A) $\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

(B) $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$

(C) $\text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y)$

(D) $\text{Var}(X) = [E(X)]^2 - E[X^2]$

31. यदि $f(z) = \frac{1}{z-3} e^{\frac{1}{z-3}}$ है तो :

(A) $z = 0$ पर f की अनिवार्य एकलता है

(B) $z = 3$ पर f की हटाने योग्य एकलता है

(C) $z = 3$ पर f की अनिवार्य एकलता है

(D) $z = 3$ पर f का ध्रुव है

अथवा

प्वासॉ वितरण का स्क्यूनेस गुणांक क्या होगा ?

(A) $\frac{1}{\lambda}$

(B) λ

(C) $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$

(D) $3 + \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$

32. Harmonic conjugate of the function $u(x, y) = 2x + y^3 - 3x^2y$ is :

(A) $2y + 3xy^2 + x^3 + k$

(B) $2y - 3xy^2 + x^3 + k$

(C) $y - 3xy^2 + 2x^3 + k$

(D) $2y - xy^2 - 2x^3 + k$

Or

A doctor is to visit a patient. From the past experience, it is known that the probabilities that he will come by train, bus, scooter or car are respectively

$\frac{3}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ and $\frac{2}{5}$. The probabilities that he will get late are $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{12}$

if he comes by train, bus and scooter respectively. If he comes by car, then

he will not be late. When he arrives, he is late. The probability that he came

by train is :

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{3}{50}$

(D) 1