

This Question Paper contains 20 printed pages.

(Part - A & Part - B)

Sl.No.0500104

શાંતિ
050(G)

Supplementary Exam.
JULY, 2017

પ્રશ્ન પેપરનો સેટ નંબર જેની સામેનું વર્તુળ OMR શીટમાં ઘટ્ટ કરવાનું રહે છે.
Set No. of Question Paper, circle against which is to be darken in OMR sheet.

05

Part - A : Time : 1 Hour / Marks : 50

Part - B : Time : 2 Hours / Marks : 50

* ભાગ A માં આપેલ પ્રશ્નો જવાબ આપવા છે.
(Part - A)
Time : 1 Hour

[Maximum Marks : 50

સૂચનાઓ:

- 1) આ પ્રશ્નપત્રના ભાગ - A માં હેતુલક્ષી પ્રકારના 50 પ્રશ્નો છે. બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
- 2) પ્રશ્નોની ક્રમ સંખ્યા 1 થી 50 છે અને દરેક પ્રશ્નનો ગુણ 1 છે.
- 3) કાળજીપૂર્વક દરેક પ્રશ્નનો અભ્યાસ કરી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરવો.
- 4) આપને અલગથી આપેલ OMR પત્રકમાં જે તે પ્રશ્ન નંબર સામે (A) O, (B) O, (C) O, (D) O આપેલા છે. તે પ્રશ્નનો જે જવાબ સાચો હોય તેના વિકલ્પ પરના વર્તુળને પેનથી પૂર્ણ ઘટ્ટ કરવાનું રહેશે.
- 5) રફ કાર્ય હેતુ આ ટેસ્ટ બુકલેટમાં આપેલી જગ્યા પર કરવાનું રહેશે.
- 6) પ્રશ્નપત્રમાં ઉપરની જમણી બાજુમાં આપેલા પ્રશ્નપત્રક સેટ નં. ને OMR પત્રકમાં આપેલી જગ્યામાં લખવાનું રહેશે.
- 7) વિદ્યાર્થીઓ જરૂર જણાય ત્યાં સાદા કેલ્ક્યુલેટર અને લોગ ટેબલનો ઉપયોગ કરી શકશે.
- 8) આ પ્રશ્નપત્રમાં વપરાયેલ સંજ્ઞાઓને તેના પ્રચલિત અર્થ છે.

1) $\int x \cdot 2^x dx = \underline{\hspace{2cm}} + C.$

(A) $(x \log 2 - 1)e^x$

(B) $x 2^x - 2^x \log 2$

(C) $\frac{x 2^x}{\log 2} - \frac{2^x}{(\log 2)^2}$

(D) $(x \log 2 - 1)e^x \cdot \log 2$

ઉપ. 1: સિદ્ધાંત મુજબ

$$\int x \cdot 2^x dx = x \frac{2^x}{\log 2} - \int \frac{2^x}{\log 2} dx$$

$$= \frac{x \cdot 2^x}{\log 2} - \frac{2^x}{(\log 2)^2} + C$$

રફ કાર્ય

द्वि $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$

$\cos^3\theta = \frac{1}{4}\cos 3\theta + \frac{3}{4}\cos\theta$

2) $\int_0^\pi \cos^3 3x \, dx = \int_0^\pi \left[\frac{1}{4}\cos 9x + \frac{3}{4}\cos 3x \right] dx$
 $= \frac{1}{4} \left[\frac{\sin 9x}{9} \right]_0^\pi + \frac{3}{4} \left[\frac{\sin 3x}{3} \right]_0^\pi$
 $= \frac{1}{36} [\sin 9\pi - \sin 0] + \frac{3}{4} (\sin 3\pi - \sin 0)$
 $= \frac{1}{36} (0-0) + \frac{3}{4} (0-0) = 0$

(A) $\frac{1}{2}$

(B) 0

(C) 1

(D) -1

3) यदि $\int_0^1 (3x^2 + 2x + k) dx = 0$ तो $k =$

(A) -2

(C) 2

(B) 0

(D) 1

द्वि $\int_0^1 (3x^2 + 2x + k) dx = 0$
 $= 3 \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 + 2 \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 + k [x]_0^1 = 0$
 $= (1-0) + (1-0) + k(1-0) = 0$
 $= 1 + 1 + k = 0$
 $\therefore k = -2$

4) $\int_1^e \log x \, dx =$

(A) $e-1$

(C) $e-1$

(B) $e-2$

(D) 1

द्वि $\int_1^e \log x \cdot 1 \, dx = [\log x \cdot x]_1^e - \int_1^e \frac{1}{x} \cdot x \, dx$
 $= (e \log e - 1 \log 1) - \int_1^e 1 \, dx$
 $= (e(1) - 0) - [x]_1^e$
 $= e - (e-1) = e - e + 1 = 1$

5) $\int_0^{20\pi} |\sin x| \, dx =$

(A) 20

(C) 40

(B) 10

(D) 30

द्वि $\int_0^{20\pi} |\sin x| \, dx = 20 \int_0^\pi \sin x \, dx = 20 [-\cos x]_0^\pi = 20 [-(-1) + 1] = 20(2) = 40$

6) दी गई वक्र $25x^2 + 16y^2 = 400$ का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

(A) 16π

(C) 25π

(B) 20π

(D) 40π

द्वि $25x^2 + 16y^2 = 400$
 $\therefore \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$
 $\therefore a^2 = 16, b^2 = 25$
 $\therefore a = 4, b = 5$
 दी गई वक्र का क्षेत्रफल
 $A = \pi ab = \pi(4)(5)$
 $\therefore A = 20\pi$

7) $y = x$ અને $y = x^2$ વચ્ચે આવૃત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ _____ થાય.

બીજા બંધારણને સંતોષાવવા

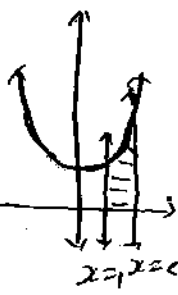
$x = x^2$
 $x^2 - x = 0$
 $x(x-1) = 0$
 $x = 0$ અને $x = 1$

(A) $\frac{2}{3}$ ∴ ઝાંઝોન ક્ષેત્રફળ $A = |D|$ (B) $\frac{1}{3}$
 જ્યાં $I = \int_0^1 (x^2 - x) dx$
 $= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_0^1$ (D) $\frac{1}{6}$
 $= \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) - (0 - 0) = \frac{2-3}{6} = -\frac{1}{6}$



$A = \left| -\frac{1}{6} \right| = \frac{1}{6}$

8) પરવલય $y = x^2 + 2$, X-અક્ષ તથા રેખાઓ $x = 1$ અને $x = 2$ વડે આવૃત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ _____ થાય.



- (A) $\frac{9}{2}$ (B) $\frac{7}{3}$
 (C) $\frac{13}{3}$ (D) $\frac{32}{3}$

ઝાંઝોન ક્ષેત્રફળ $A = |D|$
 જ્યાં $I = \int_1^2 (x^2 + 2) dx$
 $= \left[\frac{x^3}{3} + 2x \right]_1^2$
 $= \left(\frac{8}{3} + 4 \right) - \left(\frac{1}{3} + 2 \right)$
 $= \frac{20}{3} - \frac{7}{3} = \frac{13}{3}$
 $A = \left| \frac{13}{3} \right| = \frac{13}{3}$

9) $y = A \cos x + B \sin x + C$ જેનો વ્યાપક ઉકલ હોય તેવા વિકલસમીકરણની કક્ષા _____ છે. (જ્યાં A, B અને C સ્વૈર અચળ છે).

- (A) 0 (B) 2
 (C) 1 (D) 3

વિકલસમીકરણને સ્વૈર અચળ હોય તેટલી તેની કક્ષા થાય

$y = A \cos x + B \sin x + C$

10) વિકલ સમીકરણ $2x \frac{dy}{dx} = y$; $y(1) = 2$ નો ઉકલ _____ દર્શાવે છે.

- (A) પરવલય (B) વર્તુળ
 (C) ઉપવલય (D) રેખા

$2x \frac{dy}{dx} = y$
 $\Rightarrow 2 \frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$
 $\Rightarrow 2 \log y = \log x + \log C$
 $\Rightarrow \log y^2 = \log(Cx)$
 $\Rightarrow y^2 = Cx$ (P.T.O.)

3

જો પરવલય સમીકરણ હોય તો પરવલય છે

050(G)/05

(050)G(05)

11) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = e^x \cdot e^x$ નો ઉકેલ _____ છે. $\therefore \frac{dy}{e^x} = e^x dx$

(A) $e^x + e^x = C$

સાચો જવાબ \rightarrow

(B) $e^x + e^x = C$

(C) $e^x + e^x = C$

(D) $e^x + e^x = C$

સક્રમણ

$= \int e^{-x} dy = \int e^{2x} dx$

$\therefore e^{-x} = e^{2x} - C$

$\therefore e^{-x} = e^{2x} - C$

$\therefore e^{-x} + e^{-2x} = C$

12) સંખ્યાતિવલય $x^2 - y^2 = 15$ પરના બિંદુ (4, 1) આગળ અવાભિસંખની સંખ્યા _____ છે. $\therefore x^2 - y^2 = 15$

$\therefore 2x - 2y \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow y \frac{dy}{dx} = x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$

(A) $\frac{1}{4}$

(B) 2 $\therefore \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(4,1)} = \frac{4}{1} = 4$

(C) 4

(D) 8

અહીં અવકલન ગણતરી $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(4,1)} = \left|\frac{y_0}{x_0}\right| = \left|\frac{1}{4}\right| = \frac{1}{4}$

13) જો $|x| = |y| = |x+y| = 1$ તો $|x-y| =$ _____

(A) 3

(B) 2

(D) $\sqrt{2}$

સાચો જવાબ \rightarrow

(C) $\sqrt{3}$

અહીં $|x-y|^2 = |x|^2 - 2x \cdot y + |y|^2 = 1 - 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 3 \Rightarrow |x-y| = \sqrt{3}$

14) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ શૂન્યેતર સદિશો છે. જો $(\vec{x}, \vec{y}) = \frac{\pi}{2}$ અને $\vec{z} = \vec{x} + \vec{y}$,

તો _____

(A) $|\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2 + |\vec{z}|^2 = 3$

(B) $|\vec{x}|^2 - |\vec{y}|^2 = |\vec{z}|^2$

(C) $|\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2 + |\vec{z}|^2 = 1$

(D) $|\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2 = |\vec{z}|^2$

અહીં $|\vec{z}| = |\vec{x} + \vec{y}|$
 $\therefore |\vec{z}|^2 = |\vec{x} + \vec{y}|^2$
 $= |\vec{x}|^2 + 2\vec{x} \cdot \vec{y} + |\vec{y}|^2$
 $= |\vec{x}|^2 + 2|\vec{x}||\vec{y}|\cos\frac{\pi}{2} + |\vec{y}|^2$
 $= |\vec{x}|^2 + 0 + |\vec{y}|^2$
 $\therefore |\vec{z}|^2 = |\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2$

રફ કાર્ય

15) A(4, 5, 7) અને B(6, 3, 8) હોય, તો \overline{AB} ની દિશકોસાઈન _____ થાય.જાણ્યો
ગણાય

(A) $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$

(B) 2, -2, 1

(C) $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$

(D) $-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$

$$\therefore \overline{AB} = (6-4, 3-5, 8-7)$$

$$\overline{AB} = (2, -2, 1)$$

$$\therefore |\overline{AB}| = \sqrt{4+4+1} = 3$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{2}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}, \cos \gamma = \frac{1}{3}$$

જાન વિશેસાઈ $\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ છે

16) સદિશો (2, -1, 1) અને (1, -1, 2) વચ્ચેના ખૂણાનું માપ _____ છે.

(A) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{11}}{6}$

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\sin^{-1} \frac{5}{6}$

(D) $\cos^{-1} \frac{1}{6}$

હવે $\vec{x} = (2, -1, 1)$ માટે $|\vec{x}| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$

$\vec{y} = (1, -1, 2)$ માટે $|\vec{y}| = \sqrt{1+1+4} = \sqrt{6}$

અથવા $\vec{x} \cdot \vec{y} = 2 + 1 + 2 = 5$

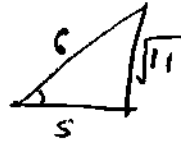
હવે $\vec{x} \cdot \vec{y} = |\vec{x}| |\vec{y}| \cos \theta$

$$\therefore 5 = \sqrt{6} \sqrt{6} \cos \theta$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{5}{6}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$\therefore \theta = \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{11}}{6} \right)$$

17) જો $|\vec{x}| = 7, |\vec{y}| = \sqrt{2}, \vec{x} \times \vec{y} = (6, 2, 3)$ હોય તો, $|\vec{x} \cdot \vec{y}|^2$

= _____

(A) 49

(C) 7

હવે વિચારવું $|\vec{x} \times \vec{y}|^2 = |\vec{x}|^2 |\vec{y}|^2 \sin^2 \theta$

(B) 147 $|\vec{x} \cdot \vec{y}|^2 + |\vec{x} \times \vec{y}|^2 = |\vec{x}|^2 |\vec{y}|^2$

(D) 98 $\therefore |\vec{x} \cdot \vec{y}|^2 + 49 = (49)(2) = 98$

$$|\vec{x} \cdot \vec{y}|^2 = 49$$

અથવા $|\vec{x} \times \vec{y}| = \sqrt{36+4+9} = 7$

18) रेषांचो $\vec{r} = (-1, 2, 5) + k(-1, 2, 5), k \in R$ अने

रक्ष करी

$$\vec{r} = (-3, 1, 5) + k(-3, 1, 5), k \in R$$

छे.

- (A) समांतर
 (B) समतलीय
 (C) विषमसतलीय
 (D) ओकपीठने संघ

$$\vec{a} = (-1, 2, 5)$$

$$\vec{b} = (-3, 1, 5)$$

$$\therefore \vec{AB} = (-2, -1, 0)$$

$$\vec{l} = (-1, 2, 5)$$

$$\vec{m} = (-3, 1, 5)$$

$$\vec{l} \neq k\vec{m}$$

$$\vec{l} \cdot \vec{m} \neq 0$$

माटे रेषा समांतर रे संघ नथी

$$\therefore \vec{AB} \cdot (\vec{l} \times \vec{m}) = \begin{vmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \\ -3 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= -2(10-5) + 1(-5+15) + 0$$

$$= -10 + 10$$

$$= 0$$

\therefore रेषांचो समांतर रे

19) समतल $\vec{r} \cdot (2, -3, 4) = 5$ नुं कर्तेजीय समीकरण

थाय

(A) $3y - 2x - 4z + 5 = 0$

$$(\vec{x}, y, z) \cdot (2, -3, 4) = 5$$

$$\therefore 2x - 3y + 4z = 5$$

(B) $2x - 3y + 4z + 5 = 0$

$$-2x - 3y + 4z - 5 = 0$$

(C) $2x - 3y + 4z = 0$

रक्षी संघापाव विरुध्द

साचो नथी

(D) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$

20) उगमबिंदुमांथी समतल परनो संघपाव $(1, 2, 3)$ होय, तो समतलनुं समीकरण

थाय.

$$\text{रक्षी समांतर रे संघापाव } \vec{n} = (1, 2, 3)$$

(A) $3x + 2y + z = 14$

$$\text{नथी } \vec{c} = (1, 2, 3)$$

\therefore समांतर रे संघ

(B) $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$

$$(\vec{a}, y, z) \cdot (1, 2, 3) = (1, 2, 3) \cdot (1, 2, 3)$$

$$= 1 + 4 + 9$$

$$= 1 + 2 + 3 = 6$$

(C) $x + 2y + 3z = 14$

(D) $x + 2y + 3z = 6$

21) શ્રેણી પર $a * b = a^3 + b^3$, તો $(2 * 3)^2$ _____ છે.

(A) 925

(B) 35

 (C) 1625 (D) 1225

$$2 * 3 = 2^3 + 3^3 = 8 + 27 = 35$$

$$\therefore (2 * 3)^2 = (35)^2 = 1225$$

22) ગણ P(X) પર $A * B = A \cap B$ માટે તટસ્થ ઘટક _____ છે.

(X ≠ ∅).

(A) ∅

 (B) U

(C) X

(D) A

$$A * U = A \cap U = A, \forall A \in P(X) \text{ માટે}$$

ગાળે તટસ્થ ઘટક U છે.

23) વિધેય $f : N - \{1\} \rightarrow N$, $f(n) = n$ નો મહત્તમ અવિભાજ્ય અવયવ _____ છે.

(A) એક-એક અને વ્યાપ છે.

 (B) એક-એક નથી અને વ્યાપ પણ નથી. (C) એક-એક છે. વ્યાપ નથી.

(D) એક-એક નથી અને વ્યાપ છે.

24) $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x - [x]$ નો વિસ્તાર _____ છે.

જાગે (A) [0, 1]

(B) {0}

 (C) (0, 1) (D) [0, 1)

25) શ્રેણી A = {1, 2, 3} અને B = {4, 5} તો $f : A \rightarrow B$ વ્યાપ ન હોય તેવા વિધેયોની સંખ્યા _____ છે.

 (A) 2

(B) 8

 (C) 6

(D) 4

23 514

26) $\int 4\cos^{-1}x + \sin^{-1}x = \frac{\pi}{2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

$\therefore 4(\cos^{-1}x + \sin^{-1}x) = \cos^{-1}x + \sin^{-1}x \Rightarrow 3(\cos^{-1}x = 0 \Rightarrow \cos^{-1}x = 0 \Rightarrow x = \cos 0$

(A) 1

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow x = 1$

(C) 0

(D) $\frac{1}{2}$

27) $\sin^{-1}\left(\cos\frac{\pi}{13}\right) + \cos^{-1}\left(\sin\frac{\pi}{13}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

(A) $\frac{\pi}{13}$

(B) $\frac{15\pi}{13} = \frac{11\pi}{26} + \frac{11\pi}{26}$

(C) $\frac{11\pi}{13}$

(D) $\frac{9\pi}{13}$

$= \frac{22\pi}{26}$

$= \frac{11\pi}{13}$

28) $\cos\left(\cos^{-1}\frac{1}{3} + \cos^{-1}\frac{1}{5}\right) + \cos\left(\sin^{-1}\frac{1}{3} + \sin^{-1}\frac{1}{5}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

$= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}\frac{1}{3} + \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}\frac{1}{5}\right) + \cos\left(\sin^{-1}\frac{1}{3} + \sin^{-1}\frac{1}{5}\right) = \cos\left(\pi - \left(\sin^{-1}\frac{1}{3} + \sin^{-1}\frac{1}{5}\right)\right)$

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{2}$

$+ \cos\left(\sin^{-1}\frac{1}{3} + \sin^{-1}\frac{1}{5}\right)$

(C) π

(D) $\frac{\pi}{4}$

$= -\cos\left(\sin^{-1}\frac{1}{3} + \sin^{-1}\frac{1}{5}\right)$

$+ \cos\left(\sin^{-1}\frac{1}{3} + \sin^{-1}\frac{1}{5}\right)$

$= 0$

29) $\begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 1 & a+b & b \\ 1 & a & a+b \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

$= 1(a^2 + aab + b^2 - ab) - a(ca + b - b)$

$+ b(a - a - b)$

$= a^2 + ab + b^2 - a^2 - b^2$

(A) 2ab

(B) 0

(C) ab

(D) $ab + 2b^2 = ab$

30) $\begin{vmatrix} x & 3 & 5 \\ 2 & 6 & 10 \\ 7 & 21 & 35 \end{vmatrix} = 0$ નો ઉકેલ ગણ

- (A) \emptyset
(C) $\{1\}$

$+5(42-42) = 0$ રફ કાય
 $\therefore 0 = 0$ જે તોતી સત્ય હિલન છે
 $\therefore \forall x$ એ સત્ય તો ઉત્તર છે
 \therefore ઉત્તર ગણ = R

- (B) R
(D) $\{0\}$

31) શ્રેણિકો A અને B માટે જો $AB = 4I$, તો $A^{-1} =$

(A) $4B$

(C) $4B^{-1}$

(B) $\frac{1}{4}B$

(D) $\frac{1}{4}B^{-1}$

હવે $AB = 4I$
 $\therefore A^{-1}(AB) = A^{-1}(4I)$
 $\therefore (A^{-1}A)B = 4(A^{-1}I)$
 $\therefore I \cdot B = 4A^{-1}$
 $\therefore B = 4A^{-1}$
 $\therefore A^{-1} = \frac{1}{4}B$

32) જો $A = \begin{bmatrix} 5 & x-2 \\ 2x+3 & x+1 \end{bmatrix}$ સંમિત શ્રેણિક હોય, તો $x =$

(A) 4

(C) 5

(B) -5

(D) -4

હવે $A^T = \begin{bmatrix} 5 & 2x+3 \\ x-2 & x+1 \end{bmatrix}$
 જો A સંમિત છે
 $\therefore A = A^T \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 2x+3 \\ x-2 & x+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & x-2 \\ 2x+3 & x+1 \end{bmatrix}$
 $\therefore x-2 = 2x+3$
 $\therefore x = -5$

33) જો $f(x) = \begin{cases} \frac{3a}{2}x - (a+1) & ; x \neq 2 \\ 1 & ; x = 2 \end{cases}$

(A) 2

(C) -1

(B) 1

(D) 0

હવે $f(x)$ એ $x=2$ સત્ય હિલન
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{3a}{2}x - (a+1) \right] = 1$
 $\frac{3a}{2}(2) - (a+1) = 1$
 $3a - a - 1 = 1 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1$

34) $f(x) = x^2 + x + 1; x \in [-1, 1]$ માટે મધ્યકમાન પ્રમેયનો અચળાંક

(A) 0

(C) $\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{3}$

હવે $f(-1) = 1 - 1 + 1 = 1$
 $f(1) = 1 + 1 + 1 = 3$
 $\therefore f'(c) = \frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$
 $\therefore 2c + 1 = 1$
 $2c = 0$
 $c = 0$

रक्षित

35) $\frac{d}{dx}(3^{1-2x}) = \frac{3^{1-2x}}{\log_e 3} (-2) = -2 \cdot 3^{1-2x} \cdot \log_e 3$

(A) $-2 \cdot 3^{2x} \cdot \log_e 3$

(B) $3^{2x} \cdot \log_e 3$

(C) $-2 \cdot 3^{2x} \cdot \log_e e$

(D) $\frac{1}{2} \cdot 3^{2x} \cdot \log_3 e$

36) $\frac{d}{dx} \left(\frac{2^x + 3^x}{4^x} \right) = \frac{d}{dx} \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{3}{4}\right)^x \right) \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x \log \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^x \log \frac{3}{4}$

(A) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \log \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^x \log \frac{3}{4}$

(B) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \log \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^x \log \frac{3}{4}$

(C) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \log \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4}\right)^x \log \frac{3}{4}$

(D) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \log \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^x \log \frac{3}{2}$

(E1-37) $\int \frac{\sin 2x}{\sin(x - \frac{\pi}{4}) \sin(x + \frac{\pi}{4})} dx$
 $= \int \frac{\sin 2x}{\sin^2 x - \sin^2 \frac{\pi}{4}} dx$
 $= \int \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\sin^2 x - \frac{1}{2}} dx$

37) $\int \frac{\sin 2x}{\sin(x - \frac{\pi}{4}) \sin(x + \frac{\pi}{4})} dx = \dots + C$ $= \log \left| \sin^2 x - \frac{1}{2} \right| + C$

(A) $\log \left| \sin^2 x + \frac{1}{2} \right|$

(B) $\log \left| \sin^2 x - \frac{1}{2} \right|$

(C) $\log \left| \sin x - \frac{1}{2} \right|$

(D) $\log \left| \sin^2 x + \frac{1}{\sqrt{2}} \right|$

$\left(\because \frac{d}{dx} (\sin^2 x - \frac{1}{2}) \right) = 2 \sin x \cdot \cos x$

38) $\int e^x \cdot e^x dx = \dots - C$

(A) e^x

$e^x = t \Rightarrow e^x dx = dt$

(B) $\frac{1}{2} e^x \Rightarrow \int e^x \cdot e^x dx = \int e^t dt$

(C) $\frac{1}{2} e^x \cdot e^x$

(D) $(e^x)^2$

$= e^t + C$
 $= e^{e^x} + C$

39) $\int \frac{(\sin x)^{99}}{(\cos x)^{101}} dx = \dots + C = \int \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^{99} \cdot \frac{1}{\cos x} dx$

- (A) $\frac{(\tan x)^{97}}{97}$ (B) $\frac{(\tan x)^{99}}{100}$
 (C) $\frac{(\tan x)^2}{2}$ (D) $\frac{(\tan x)^{99}}{98}$

25 814
 $= \int \tan^{99} x \cdot \sec^2 x dx$
 $= \frac{\tan^{100} x}{100} + C$

40) $\int \frac{x^2 + 3x^2 + 1}{x^2 + 3} dx = \dots - C = \int \frac{x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 3} dx = \int \frac{x^2(x^2 + 3) + 1}{x^2 + 3} dx$

- (A) $\frac{x^3}{3} + \tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)$
 (B) $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)$
 (C) $x^2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)$
 (D) $\frac{x^4}{3} + \tan^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)$

$= \int \left(x^2 + \frac{1}{x^2 + 3}\right) dx$
 $= \frac{x^3}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{3}} + C$

41) $\int \frac{e^{3 \log x} - e^{4 \log x}}{e^{2 \log x} - e^{3 \log x}} dx = \dots - C = \int \frac{e^{\log x^3} - e^{\log x^4}}{e^{\log x^2} - e^{\log x^3}} dx = \int \frac{x^3 - x^4}{x^2 - x^3} dx$

- (A) $e \cdot 3^{3x}$ (B) $\frac{x^3}{3}$
 (C) $e^3 \cdot \log x$ (D) $\frac{x^2}{2}$

$= \int \frac{x^3 - x^4}{x^2 - x^3} dx$
 $= \int \frac{x^4(x-1)}{x^2(x-1)} dx$
 $= \int x^2 dx$
 $= \frac{x^3}{3}$

રફ કાર્ય

42) જો $4P(A) - 6P(B) - 10P(A \cap B) = 1$ તો $P(B/A) =$ _____
 અથવા $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{10}{4} P(A \cap B)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

(A) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{3}{5}$

(D) $\frac{19}{60}$

43) યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે.

X = x	-2	1	0	1	2	3
P(x)	$\frac{1}{10}$	K	$\frac{1}{5}$	2K	$\frac{3}{10}$	K

તો K = _____

(A) $\frac{2}{10}$

(C) $\frac{1}{10}$

(B) $\frac{3}{10}$

(D) $\frac{7}{10}$

હવે $\sum P(x) = 1$

$\Rightarrow \frac{1}{10} + K + \frac{1}{5} + 2K + \frac{3}{10} + K = 1$

$\Rightarrow 4K = 1 - \frac{1}{10} - \frac{1}{5} - \frac{3}{10}$

$= \frac{10 - 1 - 2 - 3}{10}$

$4K = \frac{4}{10}$

$K = \frac{1}{10}$

44) જો દ્વિપદી વિતરણના યાદચ્છિક ચલ X નો મધ્યક અને વિચરણ અનુક્રમે 4

અને 2 હોય તો $P(X=1) =$ _____

(A) $\frac{1}{16}$

(C) $\frac{1}{8}$

(B) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{1}{32}$

અહીં $np = 4$ અને $npq = 2$

$\Rightarrow 4 \cdot q = 2$

$\Rightarrow q = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow p = 1 - q = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

હવે $n(\frac{1}{2}) = 4$

$\Rightarrow n = 8$

હવે $P(X=1) = \binom{8}{1} p^1 q^{8-1} = 8 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{2^3}{2^8} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

- 45) સીમિત શક્ય ઉકેલનાં પ્રદેશનાં શિરોબિંદુઓ A(0, 5) B(0, 3) C(1, 0) D(6, 0) છે. હેતુ લક્ષી વિધેય $z = -50x + 20y$ ની ન્યૂનતમ કિંમત શિરોબિંદુએ મળે.

- (A) (0, 5) (B) (6, 0)
(C) (1, 0) (D) (0, 3)

શિરોબિંદુ	રક કાર્ય $Z = -50x + 20y$
(0, 5)	100
(0, 3)	60
(1, 0)	-50
(6, 0)	-300 ← ગુણ

- 46) વક્રો $y^2 = 32x$ અને $x^2 = 108y$ ના (0, 0) આગળના સ્પર્શકો વચ્ચેના ખૂણાનું માપ _____ છે.

(A) $\frac{\pi}{4}$

(B) $\frac{\pi}{6}$ $x^2 = 108y \Rightarrow 2x = 108 \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x}{54}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{3}$ સ્પર્શકોનાં સ્થાનમ $= \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(0,0)} = 0$

આમ એક સ્પર્શક વિધોળ અને એક સંત્રાંખીતજ છે એટલે પરસ્પર લંબ છે

- 47) પદાર્થકણનું સ્થાનાંતર $S = f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$, S મીટરમાં અને t સેકન્ડમાં છે. તો $t = 2$ સમયે તાત્કાલિક વેગ _____ થશે.

(A) -2 મી/સે

(B) -3 મી/સે

(C) -1 મી/સે

(D) 1 મી/સે

$v = \frac{dS}{dt} = 3t^2 - 12t + 9$
 $\therefore v_{t=2} = 3(4) - 12(2) + 9$
 $= 12 - 24 + 9$
 $= -3 \text{ મી/સે.}$

- 48) $f(x) = \tan^{-1} x - x$ _____ $x \in \mathbb{R}$.

(A) \mathbb{R} પર વધે છે.

$\therefore f'(x) = \frac{1}{1+x^2} - 1 < 0$ ($\because \frac{1}{1+x^2} < 1$)

(B) \mathbb{R}^+ પર વધે છે.

$\therefore f(x)$ એ \mathbb{R} પર ઘટે છે

(C) \mathbb{R} પર ઘટે છે.

(D) $(-\infty, 0)$ પર વધે છે.

49) वक्र $y^2 = 18x$ परना कोठ बिंदुये y - याम ये समयने सापेक्ष x - यामशी
 समशी वधे तो ते बिंदुना याम $\left(\frac{dx}{dt} \neq 0\right)$.

रक्ष कार्य
 $\frac{dy}{dt} = 2 \frac{dx}{dt}$
 $\frac{dy}{dt} = 18 \frac{dx}{dt}$
 $2y \left(2 \frac{dx}{dt}\right) = 18 \frac{dx}{dt}$
 $4y = 18$
 $y = \frac{9}{2}$
 $x = \frac{y^2}{4 \times 18} = \frac{9}{8}$
 $\left(\frac{9}{8}, \frac{9}{2}\right)$

- (A) $\left(\frac{9}{8}, \frac{9}{2}\right)$
- (B) $\left(-\frac{9}{8}, \frac{9}{2}\right)$
- (C) $(2, -4)$
- (D) $(2, 4)$

50) $\int \left(\frac{1}{\log x} - \frac{1}{(\log x)^2} \right) dx = \dots + C$

(A) $x \log x$
 (B) $\frac{x}{\log x}$
 (C) $\frac{x}{2} (\log x)^2$
 (D) $\frac{x}{(\log x)^2}$

$\log x = t$ अने
 $x = e^t$
 $\therefore dx = e^t dt$
 $\therefore I = \int \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t^2} \right) e^t dt$
 $= e^t \frac{1}{t} + C$
 $= x \cdot \frac{1}{\log x} + C$
 $= \frac{x}{\log x} + C$

050(G)

Supplementary Exam.
JULY, 2017

(Part - B)

Time : 2 Hours]

[Maximum Marks : 50

સૂચનાઓ :

- 1) સ્પષ્ટ વંચાય તેવું હસ્તલેખન જાળવવું.
- 2) આ પ્રશ્નપત્રના ભાગ - B માં ત્રણ વિભાગ છે અને 1 થી 18 પ્રશ્નો આપેલા છે.
- 3) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે. આંતરિક વિકલ્પો આપેલા છે.
- 4) પ્રશ્નની જમણી બાજુના અંક તેના ગુણ દર્શાવે છે.
- 5) નવો વિભાગ નવા પાના પર લખવો.
- 6) પ્રશ્નોના જવાબ ક્રમમાં લખવા.
- 7) વિદ્યાર્થીઓ જરૂર જણાય ત્યાં સાદા કેલ્ક્યુલેટર અને લોગ ટેબલનો ઉપયોગ કરી શકશે.

વિભાગ - A

- નીચે આપેલા 1 થી 8 સુધીના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ ગણતરી કરીને જવાબ આપો. દરેક પ્રશ્નના 2 ગુણ છે [16]

1) સાબિત કરો કે: $\sin^{-1} \frac{5}{13} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \cos^{-1} \frac{119}{169}$.

અથવા

જો $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$ તો સાબિત કરો કે $x + y + z = xyz$.

2) $\int \frac{\sin x}{\sin(x-a)} dx$ મેળવો.

- 3) $x \geq 6, y \geq 2, 2x + y \geq 10, x \geq 0, y \geq 0$ શરતોને આધીન
 $z = 6x + 10y$ ની ન્યૂનતમ કિંમત શોધવા માટેના ઉપરના સુરેખ આયોજનના પ્રશ્નમાં કઈ મર્યાદા
 બિનજરૂરી છે ?
- 4) $3x + 6y \leq 6, 4x + 8y \geq 16$ અને $x \geq 0, y \geq 0$ શરતોને આધીન $z = x + 4y$ ની મહત્તમ
 કિંમત જો શક્ય હોય તો મેળવો.
- 5) $\int \frac{dx}{\sin^6 x + \cos^6 x}$ મેળવો.
- 6) વક્રો $x = ay^2$ અને $y = ax^2$ થી બનતા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ 1 એકમ હોય તો a નું મૂલ્ય મેળવો.
 $a > 0$.

અથવા

વક્ર $y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi$ અને રેખા $y = \frac{1}{\sqrt{2}}$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો .

- 7) સદિશ \vec{x} એ Y-અક્ષ અને Z-અક્ષ સાથે અનુક્રમે $\frac{2\pi}{3}$ અને $\frac{\pi}{3}$ માપના ખૂણા બનાવે તો તે
 X-અક્ષ સાથે કેટલા માપનો ખૂણો બનાવશે ?

- 8) સમતલ $\vec{r} \cdot (1, 1, 1) = 2$ તથા રેખા $\vec{r} = (4, 5, 3) + k(2, 2, 1), k \in R$ નું છેદબિંદુ શોધો.

વિભાગ- B

- નીચે આપેલા 9 થી 14 સુધીના પ્રશ્નોના માત્રા મુજબ ગણતરી કરીને જવાબ આપો. દરેક પ્રશ્નના 3 ગુણ છે. [18]

9) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$ છે. જો f^{-1} નું અસ્તિત્વ હોય તો $f^{-1}(x)$ મેળવો.

10) સાબિત કરો કે

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy + yz + zx)$$

અથવા

સમીકરણ

$$\begin{vmatrix} 5 & 6 & 1 \\ 6 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & -9 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 4 & 6 \\ 2 & 3 & -9 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -9 \\ 2x-1 & -8 & -11 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix} \text{ ઉકલો.}$$

11) યાદચ્છિક ચલ X નો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન અનુક્રમે 10 અને 5 છે. તો

i) $E(X^2)$

ii) $E\left(\left(\frac{X-10}{5}\right)\right)$

iii) $E\left(\left(\frac{X-10}{5}\right)^2\right)$ ની કિંમત શોધો.

12) $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin^2 x}{1+e^x} dx$ મેળવો.

અથવા

$\int (x^2 - x) dx$ ને સરવાળાના લક્ષ્ય તરીકે મેળવો.

13) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} - \frac{2xy}{1+x^2} = x^2 + 1$ ઉકેલો.

14) $(0, 2, -2)$ થી સમતલ $2x - 3y + 4z - 44 = 0$ પરનો લંબપાદ શોધો તથા આ બિંદુમાંથી પસાર થતી સમતલને લંબરેખાનું સમીકરણ અને લંબની લંબાઈ શોધો.

વિભાગ - C

■ નીચે આપેલા 15 થી 18 સુધીના પ્રશ્નોના માઝ્યા મુજબ ગણતરી કરીને જવાબ આપો. દરેક પ્રશ્નના 4 ગુણ છે. [16]

15) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે $A^2 - 4A - 5I_3 = 0$ અને તે પરથી A^{-1} મેળવો.

16) જો $x^y = e^{x-y}$ તો સાબિત કરો કે $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(\log x + 1)^2}$.

17) $f(x) = 4x + \cot x$ ના મહત્તમ તથા ન્યૂનતમ મૂલ્યો શોધો. $x \in (0, \pi)$

અથવા

જે અંતરાલમાં $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 25$, $x \in \mathbb{R}$

I) ચુસ્ત વધે છે કે

II) ચુસ્ત ઘટે છે, તે અંતરાલ નક્કી કરો.

18) $\int \frac{dx}{\sin x + \sin 2x}$ મેળવો.

૯૯૯

જગ્યા
સાચા જવાબ આપો