This Question Paper contains 20 printed pages
(Part - A & Part - B)

Sl.No 0100[redacted]

150(G)

(APRIL, 2018)

SCIENCE STREAM

(Special Exam) (Semester System)

પ્રશ્ન પેપરનો સેટ નંબર જેની સામેનું વર્તુળ OMR શીટમાં ઘટ્ટ કરવાનું રહે છે. Set No. of Question Paper, circle against which is to be darken in OMR sheet
01

Part - A : Time : 1 Hour / Marks : 50
Part - B : Time : 2 Hours / Marks : 50

(Part - A)

Time : 1 Hour] *[Maximum Marks : 50*

સૂચનાઓ :

1) આ પ્રશ્નપત્રના ભાગ - A માં હેતુલક્ષી પ્રકારના 50 પ્રશ્નો છે. બધાજ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
2) પ્રશ્નોની ક્રમ સંખ્યા 1 થી 50 છે અને દરેક પ્રશ્નનો ગુણ 1 છે.
3) કાળજીપૂર્વક દરેક પ્રશ્નનો અભ્યાસ કરી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરવો.
4) આપને અલગથી આપેલ OMR પત્રકમાં જે તે પ્રશ્ન નંબર સામે (A) O, (B) O, (C) O, (D) O આપેલા છે. તે પ્રશ્નનો જે જવાબ સાચો હોય તેના વિકલ્પ પરના વર્તુળને બોલપેનથી પૂર્ણ ● ઘટ્ટ કરવાનું રહેશે.
5) રફ કાર્ય હેતુ આ ટેસ્ટ બુકલેટમાં આપેલી જગ્યા પર કરવાનું રહેશે.
6) પ્રશ્નપત્રકમાં ઉપરની જમણી બાજુમાં આપેલા પ્રશ્નપત્રક સેટ નં. ને OMR પત્રકમાં આપેલી જગ્યામાં લખવાનું રહેશે.
7) વિદ્યાર્થીઓ જરૂર જણાય ત્યાં સાદા કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકશે.
8) આ પ્રશ્નપત્રમાં વપરાયેલ સંજ્ઞાઓને તેના પ્રચલિત અર્થ છે.

---

1) જો $a*b=\frac{ab}{3}; a,b \in Q^+$, તો $(2*6)^{-1}=$ ______

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{9}{4}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{4}{9}$

રફ કાર્ય

અહીં તટસ્થ ઘટક $e=3$ છે
હવે $2*6=\frac{2\times6}{3}=4$
$\therefore (2*6)^{-1}=4^{-1}$
જો $4*x=e$ તો
$\frac{4x}{3}=3 \Rightarrow x=\frac{9}{4} \Rightarrow (2*6)^{-1}=\frac{9}{4}$

2) ગણ {1, 2, 3, 4} પર દ્વિક્રિયાઓની કુલ સંખ્યા ______ છે.

(A) 16^2 (B) 4^{16} (C) 4^3 (D) 4^8

અહીં ગણના ઘટકોની સંખ્યા $n=4$ છે
હવે n ઘટકોના ગણ માટે દ્વિક્રિયાની સંખ્યા $=n^{n^2}=4^{4^2}=4^{16}$

એક એક છે

કારણ કે ધારો કે $f(n_1) = f(n_2)$ કોઈક $n_1, n_2 \in N$ માટે

$\therefore -n_1^2 = -n_2^2 \Rightarrow n_1^2 = n_2^2$

$\Rightarrow n_1 = n_2$ ($\because n_1, n_2 \in N$)

$\therefore f$ એક એક છે

3) વિધેય $f : N \to Z$, $f(n) = -n^2$ ______

(A) એક-એક નથી પરંતુ વ્યાપ્ત છે.

(B) એક-એક છે પરંતુ વ્યાપ્ત નથી.

(C) એક-એક છે અને વ્યાપ્ત પણ છે.

(D) એક-એક નથી વ્યાપ્ત પણ નથી.

f વ્યાપ્ત નથી કારણ કે $f(n) = -n^2$ એ ઋણ જ હશે આમ વિધેયના $m \geq 0$, $m \in Z$ માટે $m \notin R_f \Rightarrow f$ વ્યાપ્ત નથી

---

4) જો વિધેય $f : R \to R$, $f(x) = \frac{3x-1}{2}$, તો $f^{-1}(x) =$ ______

(A) $\frac{2x-1}{3}$ (B) $2x+1$

(C) $\frac{2x+1}{3}$ (D) $\frac{3x+1}{2}$

ધારો કે $\frac{3x-1}{2} = y$

$3x - 1 = 2y$

$\therefore 3x = 2y + 1$

$\therefore x = \frac{2y+1}{3}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3}$ થાય

સામાન્ય રીતે $f^{-1}(x)$ શોધવા $f(x)$ એક-એક અને વ્યાપ્ત દર્શાવવું પડે પરંતુ અહીં $f^{-1}(x)$ નું અસ્તિત્વ નથી તેવો વિકલ્પ આપેલ નથી માટે તે ચકાસવું જરૂરી નથી

---

5) $\cos^{-1}\left(\cos\frac{11\pi}{6}\right) =$ ______

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $-\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$

$= \cos^{-1}\left[\cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)\right]$

$= \cos^{-1}\left(\cos\frac{\pi}{6}\right)$ $(\because \cos(2\pi - \theta) = \cos\theta)$

$= \frac{\pi}{6}$

6) $\tan^{-1}2 + \cot^{-1}\frac{1}{3} =$ ______

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $-\frac{\pi}{4}$

(C) $-\frac{3\pi}{4}$ **(D) $\frac{3\pi}{4}$**

$\tan^{-1}2 + \cot^{-1}\frac{1}{3} = \tan^{-1}2 + \tan^{-1}3$

$= \pi + \tan^{-1}\left(\frac{2+3}{1-2\cdot 3}\right)$

$= \pi + \tan^{-1}\left(\frac{5}{-5}\right)$

$= \pi + \tan^{-1}(-1)$

$= \pi - \frac{\pi}{4}$

$= \frac{3\pi}{4}$

$\sin^{-1}\frac{3}{4} = \theta$ ગણો $\sin\theta = \frac{3}{4}$

$\therefore \sec\left(2\sin^{-1}\frac{3}{4}\right) = \sec 2\theta = \frac{1}{\cos 2\theta} = \frac{1}{1-2\sin^2\theta} = \frac{1}{1-2\left(\frac{9}{16}\right)} = \frac{16}{16-9} = -8$

7) $\sec\left(2\sin^{-1}\frac{3}{4}\right) =$ _____

(A) 8 (B) $\frac{-1}{8}$

(C) −8 (D) $\frac{1}{8}$

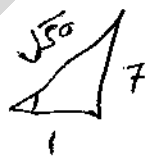
---

8) જો $\tan^{-1}7 = \cos^{-1}y$ તો $y =$ _____

$\tan^{-1}7 = \cos^{-1}y$

$\therefore \cos^{-1}y = \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{50}}$

$y = \frac{1}{\sqrt{50}} = \frac{1}{5\sqrt{2}}$



(A) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$ (B) $\frac{1}{5\sqrt{2}}$

(C) $\frac{7}{5\sqrt{2}}$ (D) $\frac{7}{4\sqrt{3}}$

---

9) જો $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -a & -1 \\ 5 & 10 & 2 \end{vmatrix} = 0$ તો $a =$ _____

$\therefore 1(-2a+10) - 2(4+5) + 3(20+5a) = 0$

$\therefore -2a + 10 - 18 + 60 + 15a = 0$

$13a + 52 = 0$

$13a = -52$

$a = -4$

(A) −4 (B) 2

(C) −2 (D) 4

---

10) $\begin{vmatrix} x & 2 & y+z-3 \\ y & 2 & z+x-3 \\ z & 2 & x+y-3 \end{vmatrix} =$ _____ $\begin{vmatrix} x & 2 \\ y & 2 \\ z & 2 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} x+y+z-3 \\ x+y+z-3 \\ x+y+z-3 \end{vmatrix} \left(\because R_{13}(1)\right)$

$= 2(x+y+z-3)\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ y & 1 & 1 \\ z & 1 & 1 \end{vmatrix} \left(\because R_2\left(\frac{1}{2}\right), R_3\left(\frac{1}{3(x+y+z-3)}\right)\right)$

$= 2(x+y+z-3)(0) \quad (\because C_2 = C_3)$

$= 0$

(A) $(x+y+z)^2$ (B) xyz

(C) $x+y+z$ (D) 0

૨૬ કાર્ય

11) જો $A = \begin{bmatrix} 5x & 10 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$ અને $|A| = 25$ તો $x =$ _____

હવે $|A| = 25$

$\therefore \begin{vmatrix} 5x & 10 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} = 25$

$\therefore 35x - 80 = 25$

$\therefore 35x = 105$

$\therefore x = 3$

(A) -3 (B) $\frac{13}{7}$

(C) 3 (D) $-\frac{13}{7}$

12) જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ માટે $A^{-1} = kA$, તો $k =$ _____

હવે $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj} A$

$\therefore |A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix}$

$= -4-15$

$= -19$

અને $\text{adj} A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{-19} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{19} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{19} A$

$\therefore k = \frac{1}{19}$

(A) 19 (B) -19

(C) $\frac{1}{19}$ (D) $-\frac{1}{19}$

13) $\frac{d}{dx}\left(a^{3\log_a x}\right) =$ _____

$\frac{d}{dx}\left(a^{\log_a x^3}\right) = \frac{d}{dx}(x^3) = 3x^2$

(A) $-\frac{2}{x^3}$ (B) $-\frac{3}{x^4}$

(C) $-\frac{3}{x^3}$ (D) $3x^2$

14) જો $f(x) = \begin{cases} ax + b & 1 \le x < 5 \\ 7x - 5 & 5 \le x < 10 \\ bx + 3a & x \ge 10 \end{cases}$

તથા $f(x)$ એ $x = 10$ આગળ સતત હોય તો $(a, b) =$ _____

હવે f એ $x = 5$ આગળ સતત છે

$\therefore \lim_{x \to 5^-} f(x) = \lim_{x \to 5^+} f(x)$

$\therefore \lim_{x \to 5^-} (ax + b) = \lim_{x \to 5^+} (7x - 5)$

$\therefore 5a + b = 30 \quad \text{---(1)}$

તથા $f(x)$ એ $x = 10$ આગળ સતત છે $\Rightarrow \lim_{x \to 10^-} f(x) = \lim_{x \to 10^+} f(x)$

$\therefore \lim_{x \to 10^-} (7x - 5) = \lim_{x \to 10^+} (bx + 3a)$

$\therefore 3a + 10b = 65 \quad \text{---(2)}$

(A) (5, 10) (B) (5, 5)

(C) (10, 5) (D) (0, 0)

$a = 5$ આમ (1)માં મૂકતા

$5(5) + b = 30$

$\boxed{b = 5} \Rightarrow (a, b) = (5, 5)$

$\therefore 50a + 10b = 300 \quad \text{---(1)} \times 10$

$3a + 10b = 65$

$47a = 235$

$\boxed{a = 5}$

15) $\frac{d}{dx}(\sin^2 x^3 - \cos^2 x^3) =$ $\frac{d}{dx}[-(\cos^2 x^3 - \sin^2 x^3)]$

$= \frac{d}{dx}(-\cos 2x^3)$

$= -(-\sin 2x^3)(6x^2)$

$= 6x^2 \sin 2x^3$

(A) $-\cos 2x^3$ (B) $-6x^2 \sin 2x^3$

(C) $6x^2 \sin 2x^3$ (D) $6x^2 \cos 2x^3$

16) $\frac{d}{dx}\left(\tan^{-1}\left(\frac{2+3\tan x}{3-2\tan x}\right)\right) =$ $\frac{d}{dx}\left[\tan^{-1}\left(\frac{\frac{2}{3}+\tan x}{1-\frac{2}{3}\tan x}\right)\right] = \frac{d}{dx}\left[\tan^{-1}\frac{2}{3} + \tan^{-1}(\tan x)\right]$

$= \frac{d}{dx}\left(\tan^{-1}\frac{2}{3} + x\right)$

$= 0 + 1$

$= 1$

(A) 1 (B) 2

(C) -1 (D) 0

17) $I = \int \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + 1} dx =$ _____ + C.

$\Rightarrow I = \int \frac{x^2(x^2+1)+1}{x^2+1} dx$

$= \int \left(x^2 + \frac{1}{x^2+1}\right) dx$

$= \frac{x^3}{3} + \tan^{-1} x + C$

(A) $\tan^{-1} x$

(B) $\frac{x^3}{3} + \tan^{-1} x$

(C) $\log(x^2 + 1)$

(D) $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}\log\left|\frac{x-1}{x+1}\right|$

18) $I = \int \frac{\cot x}{\sqrt{\sin x}} dx =$ _____ + C. $\Rightarrow I = \int \frac{\cos x}{\sin x \cdot \sqrt{\sin x}} dx = \int (\sin x)^{-3/2} \cdot \cos x \, dx$

$= \frac{(\sin x)^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + C$

$= \frac{-2}{\sqrt{\sin x}} + C$

(A) $-\frac{2}{\sqrt{\sin x}}$ (B) $\frac{1}{2\sqrt{\sin x}}$

(C) $\frac{1}{2\sqrt{\sin x}}$ (D) $2\sqrt{\sin x}$

19) $\int \frac{e^{x-1}+x^{e-1}}{e^x+x^e}dx =$ _____ + C.

(A) $\log|e^x+x^e|$

(B) $e\log|e^x+x^e|$

(C) $\frac{1}{e}\log|e^x+x^e|$

(D) $\frac{1}{e}\log|e^{x-1}+x^{e-1}|$

20) જો $\int \frac{(x-1)^2}{(x^2+1)^2}dx = \tan^{-1}x + f(x) + C$ તો $f(x) =$ _____.

(A) $\frac{1}{(x^2+1)^2}$

(B) $\frac{1}{x^2+1}$

(C) $-\frac{2}{x^2+1}$

(D) $-\frac{1}{x^2+1}$

21) $\int \frac{\sin 2x}{\sin 5x \sin 3x}dx =$ _____ + C.

(A) $\log|\sin 3x| - \log|\sin 5x|$

(B) $\frac{1}{3}\log|\sin 3x| + \frac{1}{5}\log|\sin 5x|$

(C) $\frac{1}{3}\log|\sin 3x| - \frac{1}{5}\log|\sin 5x|$

(D) $3\log|\sin 3x| - 5\log|\sin 5x|$

$I = \frac{1}{e}\int \frac{e+ex^{e-1}}{e^x+x^e}dx$

$= \frac{1}{e}\log|e^x+x^e|+C$

$\int \frac{(x-1)^2}{(x^2+1)^2}dx \Rightarrow \int \frac{x^2-2x+1}{(x^2+1)^2}dx$

$\Rightarrow \int \frac{(x^2+1)-2x}{(x^2+1)^2}dx$

$\Rightarrow \int \left[\frac{x^2+1}{(x^2+1)^2} - \frac{2x}{(x^2+1)^2}\right]dx$

$= \int \frac{1}{x^2+1}dx - \int (x^2+1)^{-2}(2x)\,dx$

$= \tan^{-1}x - \frac{(-1)}{(x^2+1)} + C$

$= \tan^{-1}x + \frac{1}{x^2+1} + C$

$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

$I = \int \frac{\sin 2x}{\sin 5x \cdot \sin 3x}dx$

$= \int \frac{\sin(5x-3x)}{\sin 5x \cdot \sin 3x}dx$

$= \int \frac{\sin 5x \cdot \cos 3x - \cos 5x \sin 3x}{\sin 5x \cdot \sin 3x}dx$

$= \int (\cot 3x - \cot 5x)\,dx$

$= \frac{1}{3}\log|\sin 3x| - \frac{1}{5}\log|\sin 5x| + C$

22) સંભાવના વિતરણ $P(x) = Cx^2, x = 0,1,2,3,4$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત છે. તો $C =$ _____.

(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{30}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$

25 ગુણ

હવે $P(0)+P(1)+P(2)+P(3)+P(4) = 1$

$\therefore C(0)^2 + C(1)^2 + C(2)^2 + C(3)^2 + C(4)^2 = 1$

$\therefore 0 + C + 4C + 9C + 16C = 1$

$\therefore 30C = 1$

$\therefore C = \frac{1}{30}$

23) A અને B નિરપેક્ષ ઘટનાઓ છે. જો $P(A \cup B) = 0.5, P(A) = 0.2$ તો $P(B) =$ _____.

A અને B નિરપેક્ષ ઘટના છે

$\therefore P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

(A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{3}{10}$

હવે $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$

$\therefore 0.5 = 0.2 + P(B) - 0.2\,P(B)$

$\therefore 0.3 = 0.8\,P(B)$

$\therefore P(B) = \frac{3}{8}$

24) જો A અને B એવી ઘટનાઓ હોય જ્યાં $A \subset B$ અને $P(A) \neq 0$ તો $P(B/A)$ = _____.

(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

હવે $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$

હવે $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$

25) $z = 30x - 30y + 1800$ હેતુલક્ષી વિધેય છે. સીમિત શક્ય ઉકેલના પ્રદેશના શિરોબિંદુઓ (15, 0), (15, 15), (10, 20), (0, 20) અને (0, 15) છે. z ની ન્યૂનત્તમ કિંમત કયા બિંદુએ પ્રાપ્ત થાય ?

(A) (0, 20) (B) (10, 20) (C) (15, 0) (D) (15, 15)

બિંદુ	$z = 30x - 30y + 1800$
(15, 0)	2250
(15, 15)	1800
(10, 20)	1500
(0, 20)	1200 ← ન્યૂનત્તમ
(0, 15)	1350

ન્યૂનત્તમ કિંમત (0, 20) બિંદુએ મળે

26) વક્ર $y = x^3 + 7$ પર એવું બિંદુ શોધો જ્યાં આગળ y નો સમયને સાપેક્ષ બદલવાનો દર એ x ના સમયને સાપેક્ષ બદલવાના દર કરતાં 12 ગણો હોય અને શૂન્યેત્તર હોય.

(A) $(-2, 15)$ (B) $(2, 15)$

(C) $(15, 2)$ (D) $(2, -15)$

$\frac{dy}{dt} = 12\frac{dx}{dt}$

હવે $y = x^3 + 7$

$\therefore \frac{dy}{dt} = 3x^2\frac{dx}{dt}$

$\therefore 12\frac{dx}{dt} = 3x^2\frac{dx}{dt}$

$\therefore x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

$x = 2$ લેતા, $y = 8 + 7 = 15$

$\therefore$ માંગેલ બિંદુ $(2, 15)$ છે

$x = -2$ લેતા, $y = -1$

$\therefore$ બીજું બિંદુ $(-2, -1)$ છે

27) $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ નું સ્થાનીય ન્યૂનતમ મૂલ્ય _____ છે. $x \neq 0$

(A) 2 (B) -2

(C) 4 (D) -4

જો $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{2}{x^2}$

$\therefore f'(x) = 0$ લેતા

$\frac{1}{2} - \frac{2}{x^2} = 0$

$\therefore \frac{2}{x^2} = \frac{1}{2}$

$\therefore x^2 = 4$

$\therefore x = \pm 2$

$\frac{x}{2}$ અને $\frac{2}{x}$ બંનેના વ્યસ્ત છે

$\therefore$ બંને વ્યસ્તના સરવાળાનું લઘુત્તમ મૂલ્ય $= 2$ થાય

28) $\tan 44°$ નું આસન્ન મૂલ્ય _____ છે.

અહીં $x = 44°$, $x_0 = 45° = \frac{\pi}{4}$, $\Delta x = x - x_0 = 44° - 45° = -1° = -\frac{\pi}{180}$

(A) $1 - \frac{\pi}{90}$ (B) $1 + \frac{\pi}{90}$

(C) $1 - \frac{\pi}{45}$ (D) $1 + \frac{\pi}{45}$

જો $f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \sec^2 x$

$\Rightarrow f'(x_0) = \sec^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$

અને $f(x_0) = \tan\frac{\pi}{4} = 1$

જો $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

$= 1 + 2\left(-\frac{\pi}{180}\right) = 1 - \frac{\pi}{90}$

29) $F(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ એ $x \in R$ માટે _____ વિધેય છે.

(A) વધતું

(B) ઘટતું

(C) અસતત

(D) અચળ

$F(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{1}{5^x} = 5^{-x}$

$\therefore f'(x) = 5^{-x}\log_e 5\,(-1)$

$\therefore f'(x) = -5^{-x}\log_e 5 < 0$ $(\because 5^{-x} > 0$ અને $\log_e 5 > 0)$

$\therefore f(x)$ ઘટતું વિધેય છે

રફ કાર્ય

30) $\int \log x(\log x + 2)dx =$ ________ + C.

$I =$

(A) $x^2(\log x)^2$ $\log x = t$ લેતાં

$x = e^t$

(B) $x(\log x)^2$ $\therefore dx = e^t dt$

(C) $x^2(\log x)$ $\therefore I = \int t(t+2)e^t dt$

(D) $\frac{(\log x)^2}{x}$ $= \int e^t(t^2+2t)dt$

$= e^t t^2 + c$

$= x(\log x)^2 + c$

31) $\int e^x\left(\frac{1-x}{1+x^2}\right)^2 dx =$ ________ + C.

$I =$

$\therefore I = \int e^x\left(\frac{1-2x+x^2}{(1+x^2)^2}\right)dx$

(A) $\frac{e^x}{1+x^2}$

$= \int e^x\left(\frac{1+x^2}{(1+x^2)^2} + \frac{-2x}{(1+x^2)^2}\right)dx$

(B) $\frac{e^x}{(1+x^2)^2}$

(C) $e^x(1-x)^2$ $= \int e^x\left(\frac{1}{(1+x^2)} - \frac{2x}{(1+x^2)^2}\right)dx$

(D) $\frac{e^x}{1-x^2}$ $= e^x \cdot \frac{1}{1+x^2} + c = \frac{e^x}{1+x^2} + c$

32) $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x}dx =$ ________ $\therefore I = 2\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x}dx$ — (1)

અહીં $\frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x}dx$ યુગ્મ વિધેય છે

(A) 0

(B) π $\therefore I = 2\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4(\frac{\pi}{2}-x)}{\sin^4(\frac{\pi}{2}-x) + \cos^4(\frac{\pi}{2}-x)}dx$

(C) 1

(D) $\frac{\pi}{2}$ $I = 2\int \frac{\cos^4 x}{\cos^4 x + \sin^4 x}dx$ — (2)

હવે (1) અને (2) નો સરવાળો કરતાં

$2I = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x}dx$

$\therefore I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = [x]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$

$x = t^2$ આપ્યા

$dx = 2t\,dt$

જ્યારે $x \to 1$ ત્યારે $t \to 1$

જ્યારે $x \to 9$ ત્યારે $t \to 3$

33) $I = \int_1^9 \frac{dx}{\sqrt{x}+x} =$ _____

$\therefore I = \int_1^3 \frac{2t\,dt}{t+t^2} = 2\int_1^3 \frac{1}{1+t}\,dt$

(A) $\log 9$

(B) $\log 2$

$= 2\left[\log|1+t|\right]_1^3$

(C) $\log 4$

(D) $\frac{1}{2}\log 2$

$= 2\left[\log 4 - \log 2\right]$

$= 2\log\left(\frac{4}{2}\right) = 2\log 2$

$= \log 2^2$

$= \log 4$

34) જો $\int_1^K (3x^2+2x+1)dx = 36$ તો $K =$ _____

(A) 3

(B) 4

(C) 1

(D) 2

$\int_1^K (3x^2+2x+1)dx = 36$

$\therefore \left[\frac{3x^3}{3}\right]_1^K + \left[\frac{2x^2}{2}\right]_1^K + [x]_1^K = 36 \Rightarrow K^3-1+K^2-1+K-1 = 36$

$\Rightarrow K^3+K^2+K-33=0$

35) $\int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{7+x^6}\sin^7 x\,dx =$ _____

(A) 6

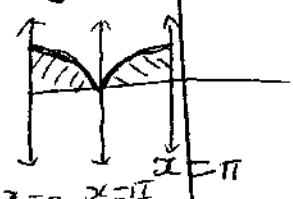
(B) 7

(C) 0

(D) 2

$\sqrt{7+x^6}\cdot\sin^7 x$ એ અયુગ્મ વિધેય છે.

36) વક્ર $y=\cos^2 x$ તથા $x = 0$ અને $x = \pi$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ _____ છે.



(A) π

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) 2π

(D) $\frac{\pi}{4}$

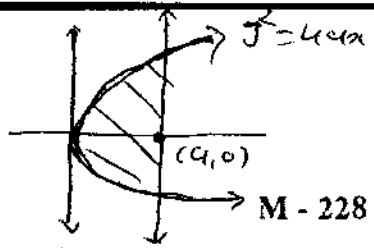
$I = \int_0^{\pi} \cos^2 x\,dx = \int_0^{\pi} \frac{1+\cos x}{2}dx$

$= \frac{1}{2}[x]_0^{\pi} + \frac{1}{2}[\sin x]_0^{\pi}$

$= \frac{1}{2}(\pi-0) + \frac{1}{2}(\sin\pi - \sin 0)$

$= \frac{1}{2}(\pi) + \frac{1}{2}(0-0)$

$= \frac{\pi}{2}$



37) પરવલય $y^2 = 4ax$ અને તેનાં નાભિલંબ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ _____ થાય.

(A) $\frac{10}{3}a^2$ (B) $\frac{16}{3}a^2$

(C) $\frac{8}{3}a^2$ (D) $\frac{4}{3}a^2$

આકૃતિ પરથી માંગેલ ક્ષેત્રફળ $A = 2|I|$

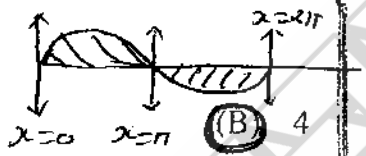
જ્યાં $I = \int_0^a y\,dx = \int_0^a 2\sqrt{a}\sqrt{x}\,dx$

$= 2\sqrt{a}\left[\frac{x^{3/2}}{3/2}\right]_0^a$

$= \frac{4}{3}\sqrt{a}(a^{3/2} - 0)$

$= \frac{4}{3}a^2$

38) વક્ર $y = \sin x$ તથા $x = 0$ અને $x = 2\pi$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ _____ છે.



(A) 3 (B) 4

(C) 1 (D) 2

આકૃતિ પરથી માંગેલ ક્ષેત્રફળ $A = |I_1| + |I_2|$

જ્યાં $I_1 = \int_0^{\pi} \sin x\,dx = \left[-\cos x\right]_0^{\pi}$

$= -\cos\pi + \cos 0 = 1 + 1 = 2$

તથા $I_2 = \int_{\pi}^{2\pi} \sin x\,dx = \left[-\cos x\right]_{\pi}^{2\pi} = -\cos 2\pi + \cos\pi$

$= -1 - 1 = -2$

$\therefore A = |2| + |-2| = 2 + 2 = 4$

39) વિકલ્પ સમીકરણ $\sqrt[3]{\frac{d^2y}{dx^2}} = \sqrt[4]{\frac{d^3y}{dx^3}}$ નું પરિમાણ _____ છે.

(A) 3 (B) 2

(C) 4 (D) 12

આપેલ (1) પરથી

$\left(\frac{d^2y}{dx}\right)^4 = \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^3$

$\therefore$ આપેલ નું પરિમાણ 3 છે

40) દ્વિતીય કક્ષાના વિકલસમીકરણના વ્યાપક ઉકેલમાં આવતા સ્વૈર અચળોની સંખ્યા _____ છે.

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3

સમીકરણની જેટલી કક્ષા હોય વ્યાપક ઉકેલમાં તેટલા સ્વૈર અચળ હોય

41) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + 5y = e^{5x}$ નો સંકલનકારક અવયવ

છે.

(A) e^{5x}

(B) e^{3x}

(C) e^{x}

(D) $5x$

અહીં $P(x) = 5$

હવે સંકલનકારક અવયવ $= e^{\int P(x)dx}$

$= e^{\int 5\,dx}$

$= e^{5x}$

42) $y^2 = 4x$ પરના બિંદુ $(1, 2)$ આગળના સ્પર્શકનો ઢાળ

છે.

અહીં $(x_0, y_0) = (1, 2)$ હવે $y^2 = 4x \Rightarrow 2y\frac{dy}{dx} = 4 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2}{y}$

(A) -2

(B) 2

(C) 1

(D) -1

$\Rightarrow \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(1,2)} = \frac{2}{2} = 1$

હવે અભિલંબનો ઢાળ $= \left|\frac{y_0}{\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(x_0,y_0)}}\right| = \left|\frac{2}{1}\right| = 2$

43) સદિશ $(1, -2, 2)$ ની વિરુદ્ધ દિશામાં 6 મૉડ્યુલસનો સદિશ

થાય.

અહીં $\vec{x} = (1, -2, 2)$

(A) $(1, -2, 2)$

$|\vec{x}| = \sqrt{1+4+4} = 3$

(B) $(-2, 4, -4)$

$\therefore \vec{x}$ ની વિરુદ્ધ દિશામાં 6 મૉડ્યુલસ

(C) $(2, -4, 4)$

સદિશ $= -\frac{6}{|\vec{x}|}\vec{x} = -\frac{6}{3}(1, -2, 2) = (-2, 4, -4)$

(D) $(-6, 12, -12)$

44) જો $\vec{x} = (2, -3)$; $\vec{y} = (a, 6)$ સમરેખ સદિશો હોય તો $a =$

_____ થાય.

જો $\vec{x}$ અને $\vec{y}$ સમરેખ હોય તો

(A) 4

(B) -4 $\frac{2}{a} = \frac{-3}{6}$

(C) 3

(D) -3 $\therefore \frac{2}{a} = -\frac{1}{2}$

$a = -4$

45) જો $|\bar{x}|=1, |\bar{y}|=2, |\bar{z}|=5$ અને $\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}=\bar{0}$, તો $\bar{x}\cdot\bar{y}+\bar{y}\cdot\bar{z}+\bar{z}\cdot\bar{x}=$ _____

(A) 15

(B) -15

(C) $-\frac{15}{2}$

(D) -30

૨૬ કાર્ય

હવે $|\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}|^2 = |\bar{0}|^2$

$\Rightarrow (\bar{x}+\bar{y}+\bar{z})\cdot(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}) = 0$

$\Rightarrow |\bar{x}|^2+|\bar{y}|^2+|\bar{z}|^2+2\bar{x}\cdot\bar{y}+2\bar{y}\cdot\bar{z}+2\bar{z}\cdot\bar{x}=0$

$\Rightarrow 1+4+25+2(\bar{x}\cdot\bar{y}+\bar{y}\cdot\bar{z}+\bar{z}\cdot\bar{x})=0$

$\Rightarrow \bar{x}\cdot\bar{y}+\bar{y}\cdot\bar{z}+\bar{z}\cdot\bar{x} = -\frac{30}{2} = -15$

46) $\hat{i}+\sqrt{2}\hat{j}-\hat{k}$ ની દિક્કોસાઈન _____ થાય.

(A) $\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{2}$

(B) $1, \sqrt{2}, -1$

(C) $2, 2\sqrt{2}, -2$

(D) $\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}$

અહી $\bar{x} = \hat{i}+\sqrt{2}\hat{j}-\hat{k} \Rightarrow |\bar{x}| = \sqrt{1+2+1} = 2$

હવે $\cos\alpha = \frac{x_1}{|\bar{x}|} = \frac{1}{2}$

$\cos\beta = \frac{x_2}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos\gamma = \frac{x_3}{|\bar{x}|} = \frac{-1}{2}$

$\therefore$ દિક્કોસાઈન $\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{2}$ થાય

47) જેની ધારો $\overrightarrow{OA}=(3,-1,1), \overrightarrow{OB}=(-1,1,-1), \overrightarrow{OC}=(2,1,1)$ હોય તેવા સમાંતર ફલકનું ઘનફળ _____ છે.

(A) 2

(B) 4

(C) 1

(D) $\frac{2}{3}$

સમાંતર ફલક ઘનફળ $= |[\overrightarrow{OA}\ \overrightarrow{OB}\ \overrightarrow{OC}]|$

$= \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$= 3(1+1)+1(-1+2)+1(-1-2)$

$= 6+1-3 = 4$

48) રેખા $\frac{x}{3}=\frac{y-3}{6}=\frac{z+1}{2}$ અને $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-11}=\frac{z-3}{10}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ _____ છે.

(A) $\cos^{-1}\frac{8}{21}$

(B) $\sin^{-1}\frac{8}{21}$

(C) $\cos^{-1}\frac{1}{3}$

(D) $\cos^{-1}\left(-\frac{8}{21}\right)$

અહી $\bar{l}=(3,6,2), \bar{m}=(2,-11,10)$

$\therefore |\bar{l}| = \sqrt{9+36+4} = 7$

$|\bar{m}| = \sqrt{4+121+100} = 15$

$\bar{l}\cdot\bar{m} = 6-66+20 = -40$

$\therefore \cos\theta = \frac{\bar{l}\cdot\bar{m}}{|\bar{l}||\bar{m}|} = \frac{-40}{7\times15}$

$\Rightarrow \cos\theta = -\frac{8}{21}$

$\therefore \theta = \cos^{-1}\left(-\frac{8}{21}\right)$

49) A(4, 1, –3) અને B(2, –5, 7) છે તો $\overline{AB}$ ના લંબદ્વિભાજક સમતલનું સમીકરણ _____ થાય.

(A) $x+3y-5z+13=0$

(B) $x+3y+5z-13=0$

(C) $3x-2y+2z+13=0$

(D) $x-3y+5z-13=0$

$\overline{AB}$ ના લંબદ્વિભાજક સમતલનું
અહીં સમાનતાનો અભિલંબ
$\vec{n} = \vec{BA} = (4,1,-3)-(2,-5,7)$
$\therefore \vec{n} = (2,6,-10)$ થાય
અને સમાન $M = \left(\frac{4+2}{2}, \frac{1-5}{2}, \frac{-3+7}{2}\right)$
$= (3,-2,2)$ આથી પ્રકાર થાય

∴ સમાનતા સમ
$\vec{r}\cdot\vec{n} = \vec{a}\cdot\vec{n}$ પરથી
$(x,y,z)\cdot(2,6,-10) = (3,-2,2)\cdot(2,6,-10)$
$\therefore 2x+6y-10z = 6-12-20$
$\therefore 2x+6y-10z = -26$
$\therefore x+3y-5z = -13$
$\therefore x+3y-5z+13=0$
જે. જા.

50) સમતલ $12x-4y+3z=104$ થી ઊગમબિંદુથી લંબઅંતર _____ થાય.

(A) 10

(B) 8

(C) 5

(D) 104

$12x-4y+3z-104=0$ થી
ઊગમબિંદુથી લંબઅંતર
$p = \frac{|12(0)-4(0)+3(0)-104|}{\sqrt{144+16+9}}$
$= \frac{104}{13}$
$= 8$