This Question Paper contains 24 Printed Pages.

050(GHE)

(JULY, 2009)

050(G)

Time : 3.00 Hours] **[Maximum Marks : 100**

સૂચનાઓ :-

(1) બધા જ પ્રશ્નોના ઉત્તરો આપો.
(2) વિભાગીય સૂચના પ્રમાણે વિભાગીય પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.
(3) પ્રત્યેક વિભાગ ઉત્તરવહીમાં નવા પાના પર શરૂ કરો.

SECTION - A

નીચે આપેલા **1** થી **15** હેતુલક્ષી પ્રશ્નો જે દરેકનો એક ગુણ છે, તે પ્રત્યેકના ઉત્તરો માત્ર સાચા જવાબનો માત્ર અનુક્રમ (A) or (B) or (C) or (D) દ્વારા જ આપો. **15**

1. ઉગમબિંદુનું સ્થાનાંતર $(-2, 3)$ બિંદુ આગળ કરતાં .... બિંદુના નવા યામ $(3, -2)$ થાય.

(A) $(-1, 1)$ (B) $(1, 1)$
(C) $(1, -1)$ (D) $(-1, -1)$

2. $a, b, c \in R$ માટે $2a + 3b + 5c = 0$ તો રેખા $ax + by + c = 0$ .... નિશ્ચિત બિંદુમાંથી પસાર થાય છે. જ્યાં $(a^2 + b^2 \neq 0)$

(A) $(2, 3)$ (B) $(-2, -3)$
(C) $\left(\frac{-2}{5}, \frac{-3}{5}\right)$ (D) $\left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right)$

3. વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2ax - 2ay + a^2 = 0,\ a \neq 0$ એ ....

(A) ઉગમબિંદુમાંથી પસાર થાય છે. (B) ફક્ત X-અક્ષને સ્પર્શે છે.
(C) ફક્ત Y-અક્ષને સ્પર્શે છે. (D) બંને અક્ષોને સ્પર્શે છે.

4. પરવલય $y^2 = 16x$ ની નાભિજીવાનું એક અંત્યબિંદુ $\left(\frac{1}{4}, 2\right)$ હોય તો બીજું અંત્યબિંદુ .... છે.

(A) $\left(2, \frac{1}{4}\right)$ (B) $\left(\frac{1}{4}, -2\right)$
(C) $(64, -32)$ (D) $(-64, 32)$

5. રેખા $y = x$ ને સમાંતર $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$ ના સ્પર્શકનું સમીકરણ .... છે. 1

(A) $x - y + 1 = 0$ (B) $x + y - 1 = 0$

(C) $x - y + 2 = 0$ (D) $x + y + 2 = 0$

6. $|\bar{x}| = |\bar{y}| = |\bar{x} - \bar{y}|$ થાય, તો $|\bar{x} + \bar{y}| =$ 1

(A) $\sqrt{3}\,\bar{x}$ (B) $\sqrt{3}\,|\bar{x}|$

(C) $3\,\bar{x}$ (D) $3\,|\bar{x}|$

7. સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માટે જો $\overrightarrow{AB} = \bar{a}$ અને $\overrightarrow{BC} = \bar{b}$ હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ .... થાય.

(A) $\frac{1}{2}\left|\bar{a} \times \bar{b}\right|$ (B) $\left|\bar{a} \times \bar{b}\right|$

(C) $\left|(\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b})\right|$ (D) એકપણ નહીં.

8. સમતલ અક્ષોને A, B, C માં છેદે છે, જો ΔABC નું મધ્ય કેન્દ્ર (1, 3, 1) હોય, તો સમતલનું સમીકરણ .... થાય. 1

(A) $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 3$ (B) $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 3$

(C) $3x + 3y + z = 3$ (D) એકપણ નહીં.

9. $x \in N^*(-2, \delta) \Rightarrow f(x) \in N(9, 0.01)$, તો δ નું મહત્તમ મૂલ્ય .... થાય.
જ્યાં $f(x) = 5 - 2x$ 1

(A) 0.001 (B) 0.005

(C) 0.009 (D) એકપણ નહીં.

10. જો $\frac{d}{dx} f(x) = g(x)$ હોય, તો $\frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{f(x)}\right) =$ 1

(A) $\frac{-1}{(f(x))^2}$ (B) $\frac{1}{(f(x))^2}$

(C) $\frac{-f(x)}{(g(x))^2}$ (D) $\frac{g(x)}{(f(x))^2}$

.. થાય.

સમીકરણ

11. $\int\{\sin(\log x)+\cos(\log x)\}\,dx = ... + c.$

(A) $x \sin(\log x)$ (B) $x \cos(\log x)$

(C) $\sin(\log x)$ (D) $\cos(\log x)$

12. $\int \frac{1}{\sqrt{\left(\log\frac{1}{2}\right)^2 - x^2}}\,dx = ... + c.$

(A) $\sin^{-1}\left(\frac{x}{\log\frac{1}{2}}\right)$ (B) $-\sin^{-1}\left(\frac{x}{\log 2}\right)$

(C) $\sin^{-1}\left(\frac{x}{\log 2}\right)$ (D) એકપણ નહીં.

13. $\int_0^{2a} \frac{f(x)}{f(x)+f(2a-x)}\,dx = ...$

(A) a (B) $-a$

(C) $\frac{a}{2}$ (D) $\frac{-a}{2}$

14. વિકલ સમીકરણ $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(y+\frac{dy}{dx}\right)^{\frac{1}{2}}$ નું પરિમાણ .... છે.

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

15. 24.5 મી./સે. ની ઝડપે ઉર્ધ્વદિશામાં પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થનો 2 સેકંડ પછી વેગ .... મી./સે. હશે.

(A) 4.9 (B) −4.9

(C) −14.7 (D) 14.7

SECTION - B

સૂચના : નીચે 16 થી 30 પ્રશ્નો જે દરેકના એક ગુણ છે, તેનાં ટૂંકમાં જવાબ આપો. **15**

16. $(\sqrt{3}, 1)$, $(0, 0)$, $(0, 2)$ શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણનું અંતઃકેન્દ્ર શોધો.

17. વર્તુળ $x^2 + y^2 = r^2$ ને સાપેક્ષ, સમતલના બિંદુ $(a\cos\alpha,\ a\sin\alpha)$ નું સ્થાન નક્કી કરો. જ્યાં $\alpha \in (-\pi, \pi]$, $|a| < r$, $a \neq 0$.

18. પરવલય $y^2 = 8x$ પરના શિરોબિંદુ સિવાયનાં એક બિંદુનો Y- યામ તેના X- યામ કરતા બમણો છે, તો તે બિંદુના યામ શોધો.

19. નાભિ S અને S′ માંથી ઉપવલય $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ પરના બિંદુ $P(x, y)$ આગળના સ્પર્શકોને દોરેલા લંબના પાદ અનુક્રમે L અને L′ હોય તો $SL \cdot S'L'$ નું મૂલ્ય મેળવો.

અથવા

ઉપવલય $2x^2 + y^2 = 16$ પરના બિંદુ $\left(-2, -2\sqrt{2}\right)$ ને અનુરૂપ ઉત્કેન્દ્રીય કોણનું માપ શોધો.

20. સદિશ $\bar{r}$ ના દિક્ખૂણાઓ α, β, γ હોય તો $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma$ નું મૂલ્ય મેળવો.

21. $2\bar{i} + 2\bar{j} + 2\bar{k}$ બળ B(1, 2, 3) પર લાગે છે, A(–1, 2, 0) આસપાસ બળની ચાકમાત્રા મેળવો.

22. (4, 3, 2) માંથી પસાર થતી અને $\frac{x-10}{15} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-1}{3}$ ને સમાંતર રેખાનું સમીકરણ સંમિત સ્વરૂપે મેળવો.

23. ગોલકના વ્યાસના અંત્યબિંદુઓના સ્થાન સદિશ $4\bar{i}$ અને $2\bar{j}$ હોય, તો તેનું કાર્તેઝિય સમીકરણ મેળવો.

24. લોલકનો આંદોલનકાળ T તથા લંબાઈ l ને સાંકળતું સૂત્ર $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ છે. જો l ના માપનમાં 2% ત્રુટિ પ્રવેશે તો T ના માપનમાં કેટલા ટકા ત્રુટિ પ્રવેશે?

25. $f(x) = x^{\frac{1}{4}}$, $x \in [-1, 1]$ માટે રોલનું પ્રમેય ચકાસો.

અથવા

ત્રિજ્યા અચળ હોય તથા ઊંચાઈ δh જેટલી ત્રુટિ આવે, તો શંકુના ઘનફળના માપમાં કેટલી ત્રુટિ આવશે?

15

26. $\int \frac{e^x - 1}{e^x + 1}\, dx$ મેળવો.

27. $\int_0^{\pi} \sin^3 x \cdot \cos^3 x\, dx$ મેળવો.

અથવા

$\int_n^{n+1} f(x)\, dx = n^3$ તો $\int_{-3}^{3} f(x)\, dx$ મેળવો.

28. વક્ર $y = a\cos^{-1} x + b$ માટે વિકલ સમીકરણ મેળવો. (જ્યાં a, b સ્વૈર અચળ છે.)

29. ઉર્ધ્વદિશામાં પ્રક્ષિપ્ત એક પદાર્થ વધુમાં વધુ 16 મી. ઊંચાઈએ પહોંચે, તો તેનો પ્રારંભિક વેગ શોધો.

30. પ્રક્ષિપ્ત કણનો સમક્ષિતિજ વિસ્તાર, મહત્તમ ઊંચાઈ $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ કરતાં $\frac{4}{\sqrt{3}}$ ગણો હોય, તો પ્રક્ષેપન કોણનું માપ શોધો.

SECTION - C

સૂચના : નીચેના **31** થી **40** પ્રશ્નો કે જે નો દરેકના બે ગુણ છે, તેના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. **20**

31. A(– 3, 2) અને B ને જોડતા $\overline{AB}$ ના લંબદ્વિભાજકનું સમીકરણ $5x + 2y - 18 = 0$ છે. $\overline{AB}$ ના મધ્યબિંદુના યામ શોધો.

અથવા

બિંદુ $(a, 0)$ માંથી રેખા $y = mx + \frac{a}{m}$; $m \neq 0$ પર દોરેલા લંબના લંબપાદના યામ મેળવો.

32. બિંદુ P માંથી પરવલયને દોરેલ સ્પર્શકોના ઢાળનો *(i)* સરવાળો અચળ હોય *(ii)* ગુણાકાર શૂન્યેતર અચળ હોય, તો P નો બિંદુગણ શોધો.

અથવા

પરવલય $y^2 = 24x$ ને બિંદુ (1, 5) માંથી દોરેલા સ્પર્શકો પરવલયને જે બિંદુઓએ સ્પર્શે, તે બિંદુઓના યામ શોધો.

33. જો બિંદુઓ P અને Q ના ઉત્કેન્દ્રીય કોણનાં માપનો તફાવત $\frac{\pi}{2}$ હોય અને $\overleftrightarrow{PQ}$ અક્ષો પર અનુક્રમે c અને d અંતઃખંડ કાપે, તો સાબિત કરો કે $\frac{a^2}{c^2}+\frac{b^2}{d^2}=2$.

34. અતિવલય $\frac{x^2}{144}-\frac{y^2}{36}=1$ ના કાટખૂણે છેદતા સ્પર્શકોનાં છેદબિંદુઓ જેના પર હોય, તેવા વક્રનું સમીકરણ મેળવો.

અથવા

જો અતિવલયનાં બિંદુ P(α) અને Q(β) ને જોડતી જીવા કેન્દ્ર C(0, 0) આગળ કાટખૂણો આંતરે તો સાબિત કરોકે $a^2+b^2\sin\alpha\cdot\sin\beta=0$.

35. સાબિત કરો કે $\bar{a},\ \bar{b}+\bar{c},\ \bar{a}+\bar{b}+\bar{c}$ સમતલીય છે.
(જ્યાં $\bar{a}\neq\bar{0},\ \bar{b}+\bar{c}\neq\bar{0},\ \bar{a}+\bar{b}+\bar{c}\neq\bar{0}$)

36. $2\bar{i}+4\bar{j}-5\bar{k}$ તથા $\lambda\bar{i}+2\bar{j}+3\bar{k}$ ના સદિશ સરવાળાની દિશામાં આવેલા એકમસદિશ તથા $\bar{i}+\bar{j}+\bar{k}$ ના અદિશ ગુણાકાર 1 છે, તો λ શોધો.

37. O(0, 0, 0), A($-a, b, c$), B($a, -b, c$) તથા C($a, b, -c$) માંથી પસાર થતા ગોલકનું સમીકરણ શોધો.

38. $y=\tan^{-1}\left(\frac{3-2x}{2+3x}\right)$ હોય, તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

અથવા

જો $y=\left(\cos^{-1}x\right)^2$ હોય, તો $\left(1-x^2\right)y_2-xy_1=2$ સાબિત કરો.

39. $f(x)=x^3-6x^2-36x+2$ એ કયા અંતરાલમાં વધતું અને કયા અંતરાલમાં ઘટતું વિધેય છે તે નક્કી કરો.

40. $\int_0^1 x^2(1-x)^{\frac{1}{2}}\,dx$ નું મૂલ્ય મેળવો.

SECTION - D

સૂચના : નીચેના **41 થી 50** પ્રશ્નો કે જે દરેકના ત્રણ ગુણ છે, તેના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. **30**

41. A(– 2, 1) અને B(1, – 7) માંથી પસાર થતી $\overleftrightarrow{AB}$ પર બિંદુ P મેળવો કે જેથી 5AP = 3AB થાય.

અથવા

જો $P\left(at^2, 2at\right)$, $Q\left(\frac{a}{t^2}, \frac{-2a}{t}\right)$ અને $S(a, 0)$ હોય તો, સાબિત કરો કે $\frac{1}{SP}+\frac{1}{SQ}$ નું મૂલ્ય t પર આધારિત નથી.

42. સમતલના બિંદુ (– 7, 2) થી વર્તુળ $x^2 + y^2 - 10x - 14y - 151 = 0$ પરના મહત્તમ અને ન્યૂનતમ અંતરે આવેલા બિંદુના યામ શોધો.

અથવા

Y-અક્ષને સ્પર્શતા તથા (– 2, 1) અને (– 4, 3) માંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.

43. સાબિત કરોકે ત્રિકોણની બાજુઓના લંબદ્વિભાજકો સંગામી છે.

44. $l + m + n = 0$, $l^2 - m^2 + n^2 = 0$ તથા l, m, n બે રેખાઓની દિક્‌કોસાઈન હોય, તો તેમની વચ્ચેના ખૂણાનું માપ શોધો.

45. A(2, 3, 2) માંથી સમતલ $\bar{r}\cdot(1,-2,1) = -5$ પરના લંબપાદના યામ, લંબરેખાનું સમીકરણ તથા લંબઅંતર શોધો.

46. $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{r=1}^{n} \frac{1}{16r^2+8r-3}$ શોધો.

47. [0, x] પર મધ્યકમાન પ્રમેય લગાડી સાબિત કરો, $0 < \frac{1}{\log(1+x)} - \frac{1}{x} < 1$ (જ્યાં $x > 0$)

અથવા

$xy + ax + by = 2$ ના (1, 1) બિંદુએ સ્પર્શકોનો ઢાળ 2 હોય તો a અને b શોધો.

48. $\int \frac{\sin^{-1}\sqrt{x}-\cos^{-1}\sqrt{x}}{\sin^{-1}\sqrt{x}+\cos^{-1}\sqrt{x}}\, dx$ મેળવો.

49. $\int \frac{6x+7}{\sqrt{(4-x)(5-x)}}\, dx \quad (x<4)$ શોધો.

50. $\frac{dy}{dx}+\frac{4xy}{x^2+1}=\frac{1}{\left(x^2+1\right)^2}$ નો ઉકેલ મેળવો.

SECTION - E

સૂચના : નીચેના **51** થી **54** પ્રશ્નો કે જે દરેકના પાંચ ગુણ છે, તેના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. **20**

51. એક ત્રિકોણની બાજુઓને સમાવતી રેખાઓના સમીકરણ $x-2y+2=0,\ 3x-y+6=0$ તથા $x-y=0$ છે, તો ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓ શોધ્યા વગર તેના લંબકેન્દ્રના યામ શોધો.

અથવા

ઉગમબિંદુમાંથી જેનાં પરના લંબરેખાખંડની લંબાઈ $\sqrt{2}$ હોય તેવી $\left(\sqrt{3},-1\right)$ માંથી પસાર તથી રેખાનાં સમીકરણ મેળવો.

52. $\lim_{x\to 1}\left\{\frac{25}{x^{25}-1}-\frac{15}{x^{15}-1}\right\}$ શોધો.

53. જો $f(x+y)=f(x).f(y)$ હોય તો $f'(3)$ શોધો જ્યાં $f(x)=\log(e+x),\ x>0$.

54. $\int_0^1 \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) dx$ મેળવો.

અથવા

સાબિત કરો કે વર્તુળ $x^2+y^2=16$ અને $y^2=6x$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ $\frac{4}{3}\left(4\pi+\sqrt{3}\right)$ છે.