વિષય : ગણિત (028)
મોડેલ પ્રશ્નપત્ર - 5

પ્રશ્ન-1 - અ. સાબિત કરો કે "કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણ પર વેધ દોરવામાં આવે તો તેથી બનતા બે ત્રિકોણો પરસ્પર સમરૂપ હોય છે અને તે મૂળ ત્રિકોણ ને પણ સમરૂપ હોય છે." (4)

બ. ગમે તે બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (6)

(1) $2ab(a+2b)+2bc(b+2c)+2ca(c+2a)+9abc$

(2) $a^2(b+c)+b^2(c+a)\ c^2(a+b)+3abc$

(3) $\frac{a^2+b^2}{ab}-\frac{a^2}{ab+b^2}-\frac{b^2}{ab+a^2}$

ક. અવયવો પાડો. (ગમે તે બે) (4)

(1) $\left(x^2+10x\right)^2-4\left(x^2+10x\right)-100$

(2) x^4+198x^2-9799

(3) $(x+y)^3-(x-y)^3-2y$

ડ. ગમે તે એક ગણો. (2)

(1) $x=19$ હોય તો $1-x+x^2-\frac{x^3}{1+x}$ ની કિંમત શોધો.

(2) $\frac{x+2}{x-2}+\frac{x-2}{x+2}-\frac{16}{x^2-4}$ સરળ રૂપ આપો.

ઈ. કૌસમાં આપેલા વિકલ્પોમાંથી સાચો વિકલ્પ શોધી નીચેના વિધાનોમાં ખાલી જગ્યા પૂરો. (4)

(1) વિધેય $f:Z\to R, f(x)=2x^2-3x+5$ હોય તો $f(-1)=$ _________ (4, 10,7)

(2) $\{x/5<x\le 8, x\in R\}$ ને સંકેતમાં ____________ અંતરાલ વડે દર્શાવી શકાય

$\left[(5,8),[5,8],[5,8)\right]$

(3) કમ્પ્યુટરની ગુણવત્તા તેના ____________ વિભાગની ક્ષમતા તથા ઝડપ પર આધારિત છે.

(4) નફા-નુક્શાન માટેના ફ્લોચાર્ટમાં ____________ વાર નિર્ણય-બોક્ષ વપરાય છે. (બે, ત્રણ, ચાર).

પ્રશ્ન-2 (અ) સાબિત કરો કે "એક જ વર્તુળમાં એકરૂપ જીવાઓ કેન્દ્રથી સરખે અંતરે આવેલી હોય છે."

(બ) ગમે તે બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (6)

(1) $a+b=c+d=1$ છે. અને $a-b=d/c$ હોય તો સાબિત કરો કે $c-d=b/a$

(2) $y=a+b$ માં $a=4$ અને $b\alpha y$ છે. જ્યારે $x=6$ હોય ત્યારે $y=7$ છે. જો $x=12$ હોય તો y શોધો.

(3) ગોળાનું ઘનફળ તેની ત્રિજ્યાના ઘનના સમચલનમાં છે. 3 સે.મી., 4 સે.મી. અને 5 સે.મી. ત્રિજ્યાવાળા ગોળાઓને પીગાળીને તે ધાતુમાંથી એક નવો ગોળો બનાવવામા આવે તો આ ગોળાની ત્રિજ્યા શોધો.

(ક) ગમે તે બે દાખલા ગણો. (4)

(1) $x+2, 2x-3, 2x+5, 4x-5$ અને $3x-4$ નો મધ્યક 11 હોય તો x શોધો.

(2) એક વર્ગીકૃત માહિતી માટે $3\bar{x} = 5z = 60$ હોય તો મધ્યસ્થની કિંમત શોધો.

(3) એક વર્ગીકૃત માહિતી માટે નિયત સંખ્યાઓ મુજબ L= 49.5, n = 100, F = 42, f = 30, c = 10 હોય તો માહિતીનો મધ્યસ્થ શોધો.

(ડ) ગમે તે એક ગણો. (2)

(1) $A=\{30^0, 45^0, 60^0\}$ $B=R, f(x)=\tan x$ તો R_f શોધો.

(2) વિધેય $f : N \rightarrow Q, f(x)=100x^{-1}-\frac{1}{100x^{-1}}$ હોય તો $f(10^2)=$ ________

(ઈ) કૌંસમાં આપેલા વિકલ્પોમાંથી સાચો વિકલ્પ શોધી નીચેના વિધાનોમાં ખાલી જગ્યા પૂરો (4)

(1) જો $x^3 \alpha y$ અને $\sqrt{y}\, \alpha\, Z^2$ તો $Z\alpha$ ________ $\left(x^{3/4}, x^{1/4}, x^{4/3}\right)$

(2) જો $\sin\theta=\cos 40^0$ હોય તો $\theta=$ _______ $\left(40^0, 50^0, 0^0\right)$

(3) $(x+2)$ એ $(x+7)$ અને x નો ગુણોત્તર મધ્યક હોય તો x= __________ $\left(\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{12}{17}\right)$

(4) $a : b = 1 : 2$ અને $b : c = 1 : 2$ તો $a : b : c =$ _________ (1:2:1. 1:1:2, 1:2:4)

પ્રશ્ન -3(અ) સાબિત કરો કે "અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત ખૂણો કાટકોણ હોય છે." (4)

(બ) ગમે તે બે દાખલા ગણો. (6)

(1) h મીટર ઊંચાઈનું એક મકાન તેની બરોબર સામી બાજુ આવેલા મકાનની બારી આગળ કાટખૂણો આંતરે છે. જો બારીની ઊંચાઈ x મીટર હોય તો બંને મકાન વચ્ચેનું અંતર $\sqrt{x(h-x)}$ છે. એમ બતાવો.

(2) એક વર્તુળમાં 10 સે.મી. લાંબી જીવા કેન્દ્ર આગળ કાટખૂણો બનાવે તો તે જીવાથી બનતા લઘુવૃત્તખંડનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(3) એક શંકુના પાયાનો પરિઘ 88 સે.મી. અને ઊંચાઈ 24 સે.મી. છે. તો શંકુનું ઘનફળ શોધો.

(ક) ગમે તે બે દાખલા ગણો (4)

(1) સાબિત કરો કે $\frac{3\cos^2 A-2\sin A-2}{\cos^2 A}=\frac{1-3\sin A}{1-\sin A}$

(2) જો $\tan\alpha=\frac{1}{2}$ અને $\tan\beta=\frac{1}{3}$ હોય તો $\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}$ ની કિંમત શોધો.

(3) $\frac{(\sec\theta-\tan\theta)^2+1}{\sec\theta-\tan\theta}=2\sec\theta$ સાબિત કરો.

(ડ) ગમે તે એક દાખલો ગણો. (2)

(1) $x+\frac{1}{y}\,\alpha\, x-\frac{1}{y}$ તો સાબિત કરો કે $x\,\alpha\,\frac{1}{y}\,(x \neq 0,\ y \neq 0)$

(2) કિંમત શોધો $2\sin^2 60^0+\sec^2 60^0-2\cos^4 45^0-3\operatorname{cosec}^2 60^0$

(ઈ) માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. (4)

(1) દ્વિઘાત સમીકરણ $2x^2-kx+9=0$ નો એક ઉકેલ 3 હોય તો k ની કિંમત શોધો.

(2) $5x^2 - 2x - k = 0$ દ્વિઘાત સમીકરણનો વિવેચક 64 છે તો k શોધો.

(3) સંલગ્ન રેખાખંડની વ્યાખ્યા આપો.

(4) ત્રિકોણની મધ્યગાની વ્યાખ્યા આપો.

પ્રશ્ન - 4(અ) બે સમરૂપ ત્રિકોણો સમક્ષેત્ર હોય તો તેઓ એકરૂપ છે એમ સાબિત કરો. (4)

(બ) નીચેના પૈકી બે ગણો. (6)

(1) સાદુરૂપ આપો.

$$\frac{x}{3+x} \div \left[\frac{3}{2}\left(\frac{1}{3-x} - \frac{1}{3+x}\right) \div \frac{9x+3x^2}{9-x^2}\right]$$

(2) એક માહિતીના અવલોકનો 5, 7, 2, 9, 8, 18, 14 છે. તો આ માહિતીના મધ્યક અને મધ્યસ્થ શોધો. માહિતીના પ્રત્યેક અવલોકનોને 3 વડે ગુણવાથી મળતી નવી માહિતીના મધ્યક અને મધ્યસ્થ શોધો.

(3) એક બહુમાળી મકાનમાં રહેતાં કુટુંબોની કારની માલિકી સંબધી વર્ગીકૃત માહિતી નીચે પ્રમાણે છે. જેમાં એક આવૃત્તિ ગૂમ થયેલ છે. જો માહિતીનો મધ્યક 2.32 હોય તો ગૂમ થયેલ આવૃત્તિ x શોધો.

કારની સંખ્યા	0	1	2	3	4
કુટુંબોની સંખ્યા	4	x	6	11	3

(ક) નીચેના પ્રશ્નોમાંથી ગમે તે બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (4)

(1) $\odot(P,10)$ ની $\overline{AB}$ એક જીવા છે. જો $AB = 19.2$ હોય તો P થી $\overline{AB}$ નું અંતર શોધો.

(2) એક વર્તુળની બે જીવાઓ $\overline{AB}$ અને $\overline{CD}$ એકબીજાને દુભાગે છે. જો $AB = 8.2$ હોય તો CD ની લંબાઈ શોધો.

(3) $\odot(0, 4)$ના $\widehat{PQ}$ માટે $m\angle POQ = 45^0$ હોય તો લઘુ $\widehat{PQ}$ ની લંબાઈ અને ગુરૂ $\widehat{PQ}$ ની લંબાઈ શોધો.

(ડ) ગમે તે એક ગણો. (2)

(1) જો $x^2 - 5x + 6 = 0$ નું એક બીજ સમીકરણ $x^2 + 3x + c = 0$ નું પણ બીજ હોય તો C શોધો.

(2) બે સંખ્યાઓનો સરવાળો 15 છે. જ્યારે તેમના વ્યસ્તોનો સરવાળો $\frac{3}{10}$ હોય તો તે સંખ્યા શોધો.

(ઈ) માગ્યા મુજબ જવાબ આપો (4)

(1) વ્યાખ્યા આપો : વૃત્ત ખંડ

(2) વ્યાખ્યા આપો : સમકેન્દ્રિ વર્તુળો.

(3) એક અર્ધગોળાનું ઘનફળ 18π ઘન એકમ છે તો તેની ત્રિજ્યા શોધો.

(4) રૂપિયાના સિકકાનું ઘનફળ શોધવા માટેનું સૂત્ર લખો.

પ્રશ્ન-5 (અ) આપેલા $\overline{AB}$ પર 30ના માપનો ખૂણો સમાવતા વૃત્તખંડનું ચાપ રચો. રચનાના મુદ્દા લખો. (4)

(બ) નીચેનામાંથી ગમે તે બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (6)

(1) એક સંમેય સંખ્યાના વર્ગમાં તે સંખ્યાના વ્યસ્તનો વર્ગ ઉમેરતાં મળતી સંખ્યા તે સંમેય સંખ્યા અને તેના વ્યસ્તના સરવાળા કરતાં $7/4$ જેટલી મોટી છે. તો તે સંખ્યા શોધો.

(2) $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x} = \frac{5}{2}$ દ્વિઘાત સમીકરણ નો ઉકેલ મેળવો.

(3) $x^2 - 5x + 1 = 0$ હોય તો $x + \frac{1}{x}$ ની કિંમત શોધો.

(ક) નીચેના પૈકી બેના જવાબ આપો. (4)

(1) $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ છે. $AB = 4,\ BC = 8, AC = 10$ અને $QR = 12$ હોય તો ΔPQR ની પરિમિતિ શોધો.

(2) ΔABC માં $\angle A$ નો દ્વિભાજક $\overrightarrow{AD}$ એ $\overline{BC}$ ને D માં છેદે છે. જો $AB : AC = 2 : 3$ હોય તેમજ $DC = 6$ હોય તો BD શોધો.

(3) $\odot(0,7)$ માં લઘુ $\widehat{APB}$ ની લંબાઈ 11 એકમ છે. તો $\angle AOB$ નું માપ શોધો.

(ડ) ગમે તે એક ગણો (2)

(1) $\angle PQR$ એ અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત ખૂણો છે. જો $PQ = 9$ હોય અને અનુરૂપ વર્તુળની ત્રિજ્યા 7.5 હોય તો QR શોધો.

(2) $\odot(P,1.5)$ ના બહિર્ભાગમાં A બિંદુ આવેલું છે. PA=2.5 છે. Aમાંથી પસાર થતી રેખા એ વર્તુળને B બિંદુ એ સ્પર્શે તો AB શોધો.

(ઈ) સાબિત કરો કે "કાટકોણ ત્રિકોણના કર્ણ પરની મધ્યગાની લંબાઈ કર્ણની લંબાઈથી અડધી હોય છે."(4)

અથવા

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (4)

(1) લઘુ $\widehat{AB}$ એ કેન્દ્ર આગળ આંતરેલા ખૂણા $\angle AOB$ નું માપ θ હોય તો તથા ચાપને અનુરૂપ ત્રિજ્યા r હોય તો લઘુચાપની લંબાઈ શોધવાનું સૂત્ર જણાવો.

(2) $\widehat{AB}$ તથા $\widehat{CD}$ એ O કેન્દ્રિત વર્તુળના એકરૂપ ચાપ છે $AB = 5.3$ હોય તો CD શોધો.

(3) $\square^m$ PQRS ચક્રિય ચતુષ્કોણ હોય તો $m\angle P$ શોધો.

(4) કોઈ પણ વર્તુળને કેટલા સ્પર્શકો દોરી શકાય ?