Total No. of Questions—30] [Total No. of Printed Pages—11

T—8049A1

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

निर्देश :

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) सभी प्रश्नों के अंक उनके सामने दर्शाए गए हैं।

(3) प्रश्नों में दिए गए निर्देशानुसार ही प्रश्न हल करने हैं।

(4) प्रश्न क्रमांक 17, 18, 23, 24, 26, 27, 29 एवं 30 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

(5) जहाँ आवश्यक हो चित्र अवश्य बनाइए।

Instructions :

(1) All questions are compulsory.

(2) Marks have been indicated against each question.

(3) Questions are to be solved according to instructions given therein.

(4) Internal options are given in Question Nos. 17, 18, 23, 24, 26, 27, 29 and 30.

(5) Draw diagram wherever it is necessary.

1. सारणिक

$$\begin{vmatrix} 43 & 1 & 6 \\ 35 & 7 & 4 \\ 17 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

का मान ज्ञात कीजिए। 2

Evaluate :

$$\begin{vmatrix} 43 & 1 & 6 \\ 35 & 7 & 4 \\ 17 & 3 & 2 \end{vmatrix}.$$

2. यदि

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ और } B = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

हो, तो C मैट्रिक्स इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि $A + B - C = 0$. 2

If

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix},$$

then find Matrix C such that $A + B - C = 0$.

3. विन्दुओं (1, 2, 3) व (4, 5, – 6) को मिलाने वाली रेखा की दिक्कोज्याएँ ज्ञात कीजिए। 2

Find the direction cosines of the line joining the points (1, 2, 3) and (4, 5, –6).

4. सिद्ध कीजिए :

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}.$$ 2

Prove that :

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}.$$

5. सिद्ध कीजिए कि सदिश $\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $4\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ परस्पर लम्बवत् हैं। 2

Prove that the vectors $\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ and $4\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ are perpendicular.

6. $f : x \to \sqrt{x^2 - 6x + 8}$ का डोमेन (प्रान्त) ज्ञात कीजिए। 2

Find the domain of $f : x \to \sqrt{x^2 - 6x + 8}$.

7. $\sin^2 x$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 2

Differentiate $\sin^2 x$ with respect to x.

8. सिद्ध कीजिए कि फलन $x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ सभी वास्तविक संख्याओं के लिए R वर्धमान है। 2

Prove that the function $x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ is increasing on R.

9. निम्न अवकल समीकरण की कोटि व घात लिखिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y^2 = 0.$$ 2

Determine the order and the degree of the following differential equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y^2 = 0.$$

10. यदि cov.(x, y) = – 16.5, var.(x) = 2.89, var.(y) = 100, तो सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए। 2

If cov.(x, y) = – 16.5, var.(x) = 2.89, var.(y) = 100, calculate the Coefficient of correlation.

11. सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} a & (b+c) & a^2 \\ b & (c+a) & b^2 \\ c & (a+b) & c^2 \end{vmatrix} = -(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a).$$ 3

Prove that :

$$\begin{vmatrix} a & (b+c) & a^2 \\ b & (c+a) & b^2 \\ c & (a+b) & c^2 \end{vmatrix} = -(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a).$$

12. निम्न आव्यूह का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$ 3

Find the inverse of the following matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

13. यदि किसी सरल रेखा की दिक्कोज्याएँ $\cos\alpha$, $\cos\beta$ तथा $\cos\gamma$ हों, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1.$$ 3

If the direction cosines of a line are $\cos\alpha$, $\cos\beta$ and $\cos\gamma$, then prove that :

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1.$$

14. यदि ΔABC का केन्द्रक G है, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}.$$ 3

If G is centroid of ΔABC, prove that :

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}.$$

15. सिद्ध कीजिए कि :

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2} = 1.$$ 3

Prove that :

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2} = 1.$$

16. एक त्रिभुज की दो भुजाएँ दी गई हैं। उनके बीच कोण ज्ञात कीजिए, जबकि त्रिभुज का क्षेत्रफल महत्तम हो। 3

Two sides of a triangle are given. Find the angle between them such that the area shall be maximum.

17. निम्नलिखित आँकड़ों के लिए सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए :

x :	3	4	6	8	9
y :	90	100	130	160	170

3

Calculate the Correlation coefficient from the following data :

x :	3	4	6	8	9
y :	90	100	130	160	170

अथवा *(Or)*

सिद्ध कीजिए कि सहसम्बन्ध गुणांक का मान −1 से +1 के बीच होता है।

Prove that the value of Correlation coefficient lies between −1 to +1.

18. अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$(1 + x^2)\, dy = (1 + y^2)\, dx.$$ 3

Solve the differential equation :

$$(1 + x^2)\, dy = (1 + y^2)\, dx.$$

अथवा *(Or)*

समीकरण

$$\cos x \cdot \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1$$

को हल कीजिए।

Solve the equation :

$$\cos x \cdot \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1.$$

19. सिद्ध कीजिए कि एक घन के किन्हीं दो विकर्णों के बीच का कोण $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ होता है। 4

Prove that the angle between any two diagonals of a cube is $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$.

20. सरल रेखा $\bar{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ तथा समतल $\bar{r} \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}) = 10$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 4

Find the angle between the line $\bar{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ and the plane $\bar{r} \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}) = 10$.

21. यदि ΔABC की भुजाओं के मध्यबिन्दु क्रमशः D, E, F हैं, तो सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि :

$$\Delta DEF = \frac{1}{4}\Delta ABC.$$ 4

If D, E, F are mid-points of the sides of ΔABC, then prove by Vector method that :

$$\Delta DEF = \frac{1}{4}\Delta ABC.$$

22. यदि $\frac{e^y - e^{-y}}{2} = x$, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}.$$ 4

If $\frac{e^y - e^{-y}}{2} = x$, then prove that :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}.$$

23. यदि

$$y = \sin^{-1}\left(x\sqrt{1-x} - \sqrt{x}\sqrt{1-x^2}\right)$$

हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

If

$$y = \sin^{-1}\left(x\sqrt{1-x} - \sqrt{x}\sqrt{1-x^2}\right),$$

then find $\frac{dy}{dx}$.

अथवा *(Or)*

x^{25} का अवकलन प्रथम सिद्धान्त से कीजिए।

Differentiate x^{25} by First principle.

24. $\int \frac{dx}{(e^x - e^{-x})^2}$

का मान ज्ञात कीजिए। 4

Find the value of :

$$\int \frac{dx}{(e^x - e^{-x})^2}.$$

अथवा *(Or)*

$\int x^2 \tan^{-1} x \, dx$

का मान ज्ञात कीजिए।

Determine :

$$\int x^2 \tan^{-1} x \, dx.$$

25. $\int \frac{dx}{4 + 5\sin x}$

का मान ज्ञात कीजिए। 5

Evaluate :

$$\int \frac{dx}{4 + 5\sin x}.$$

26. सिम्पसन नियम से $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ का मान 6 समान अन्तराल लेकर ज्ञात करके log 2 का निकटतम मान ज्ञात कीजिए। 5

Use Simpson's rule to find an approximate value of log 2 from $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$, taking 6 equal sub-intervals.

अथवा *(Or)*

न्यूटन-रैफसन विधि से $\sqrt{5}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\sqrt{5}$ by Newton-Raphson's method.

27. दो पाँसे एक साथ उछाले जाते हैं। पहले पाँसे पर सम संख्या अथवा योग 8 प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

Two dice are thrown simultaneously. Find the probability of getting an even number on the first die or a sum of 8.

अथवा *(Or)*

यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ तथा $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ हो, तो निम्न के मान ज्ञात कीजिए :

(i) $P\left(\frac{A}{B}\right)$

(ii) $P\left(\frac{B}{A}\right)$

(iii) $P(A \cup B)$.

If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$, then find the value of :

(i) $P\left(\frac{A}{B}\right)$

(ii) $P\left(\frac{B}{A}\right)$

(iii) $P(A \cup B)$.

28. किसी फर्म के विज्ञापन में खर्च और बिक्री के आँकड़े निम्न प्रकार प्राप्त हुए :

	बिक्री (करोड़ रु. में)	विज्ञापन (करोड़ रु. में)
माध्य	40	6
मानक विचलन	10	1.5

सह-सम्बन्ध गुणांक $\gamma = 0.9$। यदि फर्म 60 करोड़ रु. की बिक्री का लक्ष्य निर्धारित करे, तो विज्ञापन पर खर्च कितना होगा? 5

The following data are related to the expenditure on advertisement and sale of a firm :

	Sales (in Crores)	Advertisement (in Crores)
Mean	40	6
Standard Deviation	10	1.5

Coefficient of Correlation $\gamma = 0.9$. If target of sale of a firm is Rs. 60 crore, then how much money will be spent on advertisement ?

29. सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ

$$x = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3} \text{ तथा } \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$$

समतलीय हैं। उनका प्रतिच्छेद बिन्दु तथा उन्हें अन्तर्विष्ट करने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। 6

Prove that the lines

$$x = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3} \text{ and } \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$$

are coplanar. Find the point of intersection of these lines and the equation to the plane containing them.

अथवा *(Or)*

एक गोले का केन्द्र (3, 6, −4) है। यह समतल $2x - 2y - z - 10 = 0$ को स्पर्श करता है। गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the sphere with centre (3, 6, – 4) and touching the plane $2x - 2y - z - 10 = 0$.

30. वृत्त $x^2 + y^2 = 7$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6

Find the area of the region enclosed by Circle $x^2 + y^2 = 7$.

अथवा *(Or)*

सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}.$$

Prove that :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}.$$

Total No. of Questions—30] [Total No. of Printed Pages—11

T—8049B1

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

निर्देश :

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) सभी प्रश्नों के अंक उनके सामने दर्शाए गए हैं।

(3) प्रश्नों में दिए गए निर्देशानुसार ही प्रश्न हल करने हैं।

(4) प्रश्न क्रमांक 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 एवं 30 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

(5) जहाँ आवश्यक हो चित्र अवश्य बनाइए।

Instructions :

(1) All questions are compulsory.

(2) Marks have been indicated against each question.

(3) Questions are to be solved according to instructions given therein.

(4) Internal options are given in Question Nos. 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 and 30.

(5) Draw diagram wherever it is necessary.

1. सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 \\ -3 & -9 & 0 \\ 7 & 21 & -1 \end{vmatrix} = 0.$$ 2

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 \\ -3 & -9 & 0 \\ 7 & 21 & -1 \end{vmatrix} = 0.$$

2. यदि

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ और } B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

हो, तो A . B ज्ञात कीजिए। 2

If

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix},$$

then find A . B.

3. $f : x \to \sqrt{x^2 - 6x + 8}$ का डोमेन (प्रान्त) ज्ञात कीजिए। 2

Find the domain of $f : x \to \sqrt{x^2 - 6x + 8}$.

4. सिद्ध कीजिए :

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = 0.$$ 2

Prove that :

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = 0.$$

5. यदि P एवं Q के स्थिति सदिश क्रमशः $3\hat{i} + 5\hat{j} - 7\hat{k}$ तथा $3\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ हो, तब PQ ज्ञात कीजिए। 2

If the position vectors of P and Q are $3\hat{i} + 5\hat{j} - 7\hat{k}$ and $3\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ respectively, then find PQ.

6. उस रेखा की दिक् कोज्याएँ ज्ञात कीजिए जो दो रेखाओं पर लम्ब है, जिनकी दिक् कोज्याएँ क्रमशः 1, −2, −2 तथा 0, 2, 1 के समानुपाती हैं। 2

Find the direction Cosines of the line, which is perpendicular to the lines with direction Cosines proportional to 1, − 2, − 2 and 0, 2, 1.

7. एक गुब्बारे कि त्रिज्या में 10 सेमी./सेकंड की वृद्धि हो रही है। इसके पृष्ठ में किस दर से वृद्धि होगी जबकि त्रिज्या 15 सेमी. हो ? 2

The radius of a balloon is increasing at the rate of 10 cm per sec. At what rate is the surface area of the balloon increasing when its radius is 15 cm ?

8. $x \log_a x$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 2

Find the differential Coefficient of $x \log_a x$ with respect to 'x'.

9. यदि $y = Ae^{BX}$ हो तो, सिद्ध कीजिए :

$$y_2 = \frac{1}{y}(y_1)^2.$$ 2

If $y = Ae^{BX}$, prove that :

$$y_2 = \frac{1}{y}(y_1)^2.$$

10. सिद्ध कीजिए :

$$r = \sqrt{b_{yx} \times b_{xy}}$$

जहाँ 'r' सह-सम्बन्ध गुणांक है। 2

Prove that :

$$r = \sqrt{b_{yx} \times b_{xy}}$$

where 'r' is Coefficient of correlation.

11. समीकरण हल कीजिए :

$$\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0.$$ 3

Solve the equation :

$$\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0.$$

12. दो धनात्मक संख्याएँ ज्ञात कीजिए, जिनका गुणनफल 64 तथा योग न्यूनतम है। 3

Find two positive numbers, whose product is 64 and the sum is minimum.

13. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु (−1, −1, 2) से होकर जाता है तथा समतलों $3x + 2y - 3z = 1$ और $5x - 4y + z = 5$ पर लंब हो। 3

Find the equation of a plane passing through the point (−1, −1, 2) and perpendicular to the planes $3x + 2y - 3z = 1$ and $5x - 4y + z = 5$.

14. सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि समकोण त्रिभुज में कर्ण का मध्यबिन्दु शीर्षों से समान दूरी पर होता है। 3

Prove by Vector method that the mid-point of the hypotenuse of a right angled triangle is equidistant from its vertices.

15. सिद्ध कीजिए कि फलन असंतत है :

$$f(x) = \begin{cases} 3x & , \ x < 3 \\ 3 & , \ x = 3 \\ x^2 & , \ x > 3 \end{cases}$$ 3

Prove that the function is discontinuous :

$$f(x) = \begin{cases} 3x & , \ x < 3 \\ 3 & , \ x = 3. \\ x^2 & , \ x > 3 \end{cases}$$

16. निम्न आव्यूह का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए : 3

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Find the inverse of the following Matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

17. अवकल समीकरण हल कीजिए : 3

$$(1 + x^2)\, dy = (1 + y^2) \cdot dx.$$

Solve the differential equation :

$$(1 + x^2)\, dy = (1 + y^2) \cdot dx.$$

अथवा *(Or)*

समीकरण

$$\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1.$$

को हल कीजिए।

Solve the equation :

$$\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1.$$

18. निम्नलिखित आंकड़ों के लिए सह-सम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए :

x :	3	4	6	8	9
y :	90	100	130	160	170

3

Calculate the correlation coefficient from the following data :

x :	3	4	6	8	9
y :	90	100	130	160	170

अथवा *(Or)*

सिद्ध कीजिए कि सह-सम्बन्ध गुणांक का मान −1 से +1 के बीच होता है।

Prove that the value of Correlation coefficient lies between −1 to +1.

19. उस रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु (1, 2, 3) से गुजरे तथा सदिश $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ के समान्तर हो। संगत समीकरण का कार्तीय रूप भी व्युत्पन्न कीजिए। 4

Find the Vector equation of the line which passes through the point (1, 2, 3) and parallel to the vector $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$. Also derive Cartesian form.

20. सिद्ध कीजिए कि एक घन के किन्हीं दो विकर्णों के बीच का कोण $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ होता है। 4

Prove that the angle between any two diagonals of a cube is $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$.

21. सदिश विधि से ΔABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जबकि A(1, −1, 2), B(2, 1, −1) तथा C(3, −1, 2) हैं। 4

Find the area of ΔABC, whose vertices are A(1, −1, 2), B(2, 1, −1) and C(3, −1, 2).

22. $\tan^{-1} \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$

को $\tan^{-1} x$ के सापेक्ष अवकलित कीजिए। 4

Differentiate

$$\tan^{-1} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$$

with respect to $\tan^{-1} x$.

23. $\sin (ax + b)$ का n वां अवकलज ज्ञात कीजिए। 4

Find nth derivative of $\sin (ax + b)$.

अथवा *(Or)*

यदि $y = (\sin^{-1} x)^2$, तब सिद्ध कीजिए :

$$(1 - x^2)\, y_2 - xy_1 = 2.$$

If $y = (\sin^{-1} x)^2$, then prove that :

$$(1 - x^2)\, y_2 - xy_1 = 2.$$

24. $\displaystyle\int \frac{2+\sin 2x}{1+\cos 2x}\, e^x\, dx$

का मान ज्ञात कीजिए। 4

Determine :

$$\int \frac{2+\sin 2x}{1+\cos 2x}\, e^x\, dx.$$

अथवा *(Or)*

$$\int \frac{1}{\sin(x-a) \cdot \sin(x-b)} dx$$

का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of :

$$\int \frac{1}{\sin(x-a) \cdot \sin(x-b)} dx.$$

25. $\int \sqrt{3-2x-2x^2}\, dx$

का मान ज्ञात कीजिए। 5

Find the value of :

$$\int \sqrt{3-2x-2x^2}\, dx.$$

26. यदि y की x पर समाश्रयण रेखा $ax + by + c = 0$ है तथा x की y पर समाश्रयण रेखा $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $ab_1 \le a_1 b$. 5

If the regression line of y on x is $ax + by + c = 0$ and that of x on y is $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$, then prove that : $ab_1 \le a_1 b$.

27. एक कक्षा में 30% छात्रों ने गणित लिया है, 20% ने रसायन तथा 10% दोनों विषयों के छात्र हैं। कक्षा के एक छात्र को यादृच्छया चुना गया। उसके गणित या रसायन का छात्र होने की क्या प्रायिकता है ? 5

In a Class, 30% students have offered Maths., 20% Chemistry and 10% have offered both the subjects. One student is to be selected at random. Find the probability of his being a student of Maths or Chemistry.

अथवा *(Or)*

एक थैले में 50 बोल्ट तथा 150 नट हैं। आधे बोल्ट और आधे नट जंग लगे हैं। यदि यादृच्छया एक नग थैले में से निकाला जाय, तो इसके जंग लगे हुए नट या बोल्ट होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A bag contains 50 bolts and 150 nuts. Half of the bolts and half of the nuts are rusted. If one item is taken out at random, what is the probability that it is rusted nut or is a bolt.

28. सिम्पसन नियम से $\int_0^1 \frac{1}{1+x}\,dx$ का मान 6 समान अन्तराल लेकर ज्ञात करके log 2 का निकटतम मान ज्ञात कीजिए। 5

Use Simpson's rule to find an approximate value of log 2 from $\int_0^1 \frac{1}{1+x}\,dx$, taking 6 equal sub-intervals.

अथवा *(Or)*

न्यूटन-रैफसन विधि से $\sqrt{5}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\sqrt{5}$ by Newton-Raphson's method.

29. उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं (3, 0, 0), (0, −1, 0) तथा (0, 0, −2) से गुजरे तथा जिसका केन्द्र समतल $3x + 2y + 4z = 1$ पर स्थित हो। 6

Find the equation of the sphere passing through the points (3, 0, 0), (0, −1, 0) and (0, 0, −2), having the centre on the plane $3x + 2y + 4z = 1$.

अथवा *(Or)*

बिन्दु (2, −1, 5) से रेखा

$$\frac{x-11}{10} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+8}{-11}$$

पर खींचें गए लम्ब का पाद तथा लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the foot of the perpendicular drawn from the point (2, −1, 5) to the line

$$\frac{x-11}{10} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+8}{-11}.$$

30. सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+\sqrt{\tan x}}\,dx = \frac{\pi}{4}.$$ 6

Prove that :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+\sqrt{\tan x}}\,dx = \frac{\pi}{4}.$$

अथवा *(Or)*

वक्र $x^2 = 4y$ तथा रेखा $x = 4y - 2$ के बीच के क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area bounded by the Curve $x^2 = 4y$ and the line $x = 4y - 2$.

Total No. of Questions—30] [Total No. of Printed Pages—11

T—8049C1

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

निर्देश :

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) सभी प्रश्नों के अंक उनके सामने दर्शाए गए हैं।

(3) प्रश्नों में दिए गए निर्देशानुसार ही प्रश्न हल करने हैं।

(4) प्रश्न क्रमांक 15, 16, 23, 24, 27, 28, 29 एवं 30 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

(5) जहाँ आवश्यक हो चित्र अवश्य बनाइए।

Instructions :

(1) All questions are compulsory.

(2) Marks have been indicated against each question.

(3) Questions are to be solved according to instructions given therein.

(4) Internal options are given in Question Nos. 15, 16, 23, 24, 27, 28, 29 and 30.

(5) Draw diagram wherever it is necessary.

1. सारणिक

$$\begin{vmatrix} i^4 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

का मान ज्ञात कीजिए। 2

Evaluate :

$$\begin{vmatrix} i^4 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. यदि

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 7 \end{bmatrix} \text{ और } B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -7 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix},$$

तब A + B और A – B का मान ज्ञात कीजिए। 2

If

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 7 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -7 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix},$$

then find the value of (A + B) and (A – B).

3. दो रेखाओं के दिक् अनुपात क्रमशः 2, 3, 6 एवं 1, 2, 2 हैं। इनके बीच का न्यूनकोण ज्ञात कीजिए। 2

Find the acute angle between two lines, whose direction ratios are 2, 3, 6 and 1, 2, 2 respectively.

4. समान्तर चतुर्भुज ABCD में, यदि $\vec{AB} = \vec{a}$ एवं $\vec{BC} = \vec{b}$ हो, तो सिद्ध कीजिए :

$$\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b} \text{ एवं } \vec{BD} = \vec{b} - \vec{a}.$$ 2

In a parallelogram ABCD, if $\vec{AB} = \vec{a}$ and $\vec{BC} = \vec{b}$, show that

$$\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b} \text{ and } \vec{BD} = \vec{b} - \vec{a}.$$

5. सिद्ध कीजिए कि $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 2\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$ समकोण त्रिभुज की भुजाओं को निरूपित करते हैं। 2

Prove that the triangle formed by $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$ is a right angled triangle.

6. जाँच कीजिए कि समीकरण

$$y = x\frac{dy}{dx} + a\frac{dx}{dy} \text{ का हल } y = cx + \frac{a}{c} \text{ है।}$$ 2

Verify that the solution of

$$y = x\frac{dy}{dx} + a\frac{dx}{dy} \text{ is } y = cx + \frac{a}{c}.$$

7. एक गेंद ऊर्ध्वाधर फेंकी जाती है। इसका समीकरण $S = 490\ t - 4.9\ t^2$ है। इसकी अधिकतम ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 2

A ball is thrown vertically upwards. Its equation of motion is $S = 490\ t - 4.9\ t^2$. Find the maximum height reached by it.

8. $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए, जबकि

$$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0.$$ 2

Find $\frac{dy}{dx}$, when $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$.

9. $f : x \to \sqrt{x^2 - 6x + 8}$ का डोमेन (प्रान्त) ज्ञात कीजिए। 2

Find the domain of $f : x \to \sqrt{x^2 - 6x + 8}$.

10. सिद्ध कीजिए कि समाश्रयण गुणांकों का समान्तर माध्य सह-सम्बन्ध गुणांक से बड़ा होता है। 2

Prove that the Arithmetic mean of Regression coefficients is greater than Correlation coefficient.

11. सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} b^2 - ab & b - c & bc - ac \\ ab - a^2 & a - b & b^2 - ab \\ bc - ac & c - a & ab - a^2 \end{vmatrix} = 0.$$ 3

Prove that :

$$\begin{vmatrix} b^2 - ab & b - c & bc - ac \\ ab - a^2 & a - b & b^2 - ab \\ bc - ac & c - a & ab - a^2 \end{vmatrix} = 0.$$

12. एक समतल निर्देशाक्षों को A, B and C पर इस प्रकार काटता है कि त्रिभुज ABC का केन्द्रक (3, −6, 9) है। समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। 3

A plane cuts the coordinate axes at A, B and C respectively. The Centroid of ΔABC is (3, − 6, 9). Find the equation of the plane.

13. निम्न आव्यूह का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए : 3

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Find the inverse of the following Matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

14. किसी ΔABC के लिए सदिश विधि से सिद्ध कीजिए : 3

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\ bc \cos A.$$

In ΔABC prove by Vectors that :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\ bc \cos A.$$

15. निम्नलिखित आंकड़ों के लिए सह-सम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए :

x :	3	4	6	8	9
y :	90	100	130	160	170

3

Calculate the Correlation coefficient from the following data :

x :	3	4	6	8	9
y :	90	100	130	160	170

अथवा *(Or)*

सिद्ध कीजिए कि सह-सम्बन्ध गुणांक का मान −1 से +1 के बीच होता है।

Prove that the value of Correlation coefficient lies between −1 to +1.

16. अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$(1 + x^2)\, dy = (1 + y^2) \cdot dx.$$ 3

Solve the differential equation :

$$(1 + x^2)\, dy = (1 + y^2) \cdot dx.$$

अथवा *(Or)*

समीकरण

$$\cos x \cdot \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1.$$

को हल कीजिए।

Solve the equation :

$$\cos x \cdot \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1.$$

17. परिवर्तनशील घन की कोर में 2 सेंमी./सेकण्ड की दर से वृद्धि हो रही है। घन के आयतन में कितनी तेजी से वृद्धि हो रही है, जबकि कोर 5 सेमी. है ? 3

The edge of a variable cube is increasing at the rate of 2 cm/sec. How fast is the volume of the cube increasing, when the edge is 5 cm long ?

18. सिद्ध कीजिए :

$$\lim_{x \to 0} \frac{a^x - 1}{x} = \log_e a.$$ 3

Prove that :

$$\lim_{x \to 0} \frac{a^x - 1}{x} = \log_e a.$$

19. यदि $y = x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}}}$ हो, तो सिद्ध कीजिए :

$$x\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1 - y\log_e x}.$$ 4

If $y = x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}}}$ then, prove that :

$$x\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1 - y\log_e x}.$$

20. यदि किसी त्रिभुज कि दो मध्यिका समान हों, तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज समद्विबाहु है। 4

If two medians of a triangle are equal, show that the triangle is isosceles.

21. एक बल $\bar{F} = 4\hat{i} - 8\hat{k}$ बिन्दु A(2, – 2, 5) से गुजरता है। इस बल का बिन्दु P(1, – 3, 1) के परित: आघूर्ण सदिश ज्ञात कीजिए। 4

A force $\bar{F} = 4\hat{i} - 8\hat{k}$ is passing through the point A(2, – 2, 5). Find its vector moment about the point P(1, – 3, 1).

22. सिद्ध कीजिए कि एक घन के किन्हीं दो विकर्णों के बीच का कोण $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ होता है। 4

Prove that the angle between any two diagonals of a cube is $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$.

23. यदि $y = \tan^{-1}\left(\frac{1+\sin x}{\cos x}\right)$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

If $y = \tan^{-1}\left(\frac{1+\sin x}{\cos x}\right)$ then, find $\frac{dy}{dx}$.

अथवा *(Or)*

$\sin^{-1} x$ का अवकलन प्रथम सिद्धान्त से ज्ञात कीजिए।

Differentiate $\sin^{-1} x$ by first principle.

24. $\int \sqrt{a^2 - x^2}\, dx$

का मान ज्ञात कीजिए। 4

Find the value of :

$$\int \sqrt{a^2 - x^2}\, dx.$$

अथवा *(Or)*

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\sin^{-1} x}{(1-x^2)^{3/2}}\, dx.$$

Determine :

$$\int \frac{\sin^{-1} x}{(1-x^2)^{3/2}}\, dx.$$

25. $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$

का मान ज्ञात कीजिए। 5

Evaluate :

$$\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}.$$

26. दो समाश्रयण रेखाओं का समीकरण निम्नानुसार है $4x + 3y + 7 = 0$ and $3x + 4y + 8 = 0$ ज्ञात कीजिए :

(i) $\bar{x}$ एवं $\bar{y}$ (x और y के माध्य मान)

(ii) byx एवं bxy

(iii) r (x, y) जहाँ r सहसम्बन्ध गुणांक है। 5

Equations of two lines of regression are $4x + 3y + 7 = 0$ and $3x + 4y + 8 = 0$. Find :

(i) $\bar{x}$ and $\bar{y}$ (Mean values of x and y)

(ii) byx and bxy

(iii) r (x, y), where r is Coeff. of correlation.

27. सिम्पसन नियम से $\int_0^1 \frac{1}{1+x}\, dx$ का मान 6 समान अन्तराल लेकर ज्ञात करके log 2 का निकटतम मान ज्ञात कीजिए। 5

Use Simpson's rule to find an approximate value of log 2 from $\int_0^1 \frac{1}{1+x}\, dx$, taking 6 equal sub-intervals.

अथवा *(Or)*

न्यूटन-रैफसन विधि से $\sqrt{5}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\sqrt{5}$ by Newton-Raphson's method.

28. 52 पत्तों की फेंटी हुई ताश की गड्डी में से 2 पत्ते निकाले जाते हैं। दोनों के लाल या इक्के होने कि प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

Two cards are drawn at random from a well-suffled pack of 52 cards. Find the probability that either both are red or both are Ace.

अथवा *(Or)*

एक पाँसा चार बार फेंका जाता है। 4 से बड़ी संख्या आने की प्रायिकता को सफलता माना जाता है। सफलताओं की प्रायिकता वितरण ज्ञात कीजिए।

A die is tossed four times. Getting a number greater than 4 is considered a success. Find the probability distribution of the number of successes.

29. एक गोले की त्रिज्या K है, जो मूल बिन्दु से गुजरता है। A, B व C बिन्दुओं पर मिलता है। सिद्ध कीजिए कि ΔABC का केन्द्रक गोले $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$ पर स्थित है। 6

A sphere of constant radius K passing through the origin and meets the axes at A, B and C. Prove that the centroid of ΔABC lies on the sphere is

$$9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2.$$

अथवा *(Or)*

सरल रेखाओं $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ तथा $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ and $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$.

30. सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{12}.$$ 6

Prove that :

$$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{12}.$$

अथवा *(Or)*

रेखा $y = x$ तथा वक्र $y^2 = 16\,x$ के बीच के क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area enclosed between the line $y = x$ and curve $y^2 = 16\,x$.

Total No. of Questions—30] [Total No. of Printed Pages—11

T—8050A2

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

निर्देश :

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) सभी प्रश्नों के अंक उनके समक्ष दर्शाए गए हैं।

(3) प्रश्नों में दिए गए निर्देशानुसार ही प्रश्न हल कीजिए।

(4) जहाँ आवश्यक हो, चित्र अवश्य बनाइए।

(5) प्रश्न क्रमांक 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 एवं 30 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

Instructions :

(1) All questions are compulsory.

(2) Marks have been indicated against each question.

(3) Questions are to be solved according to the instructions given therein.

(4) Draw diagram wherever necessary.

(5) Internal options are given in Question Nos. 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 and 30.

1. मान ज्ञात कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}.$$ 2

Evaluate :

$$\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}.$$

2. यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ हो, तो 2A + 3B का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$, then evaluate 2A + 3B.

3. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो X अक्ष के समांतर है तथा Y व Z अक्षों से 4 व 6 अंत:खंड काटता है। 2

Find the equation of the plane which is parallel to X axis and which cuts the intercepts of 4 and 6 from the axes of Y and Z respectively.

4. λ का मान ज्ञात कीजिए, यदि सदिश $2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ तथा $\hat{i}-4\hat{j}+\lambda\hat{k}$ परस्पर लंबवत् हैं। 2

If the vector $2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ is perpendicular to vector $\hat{i}-4\hat{j}+\lambda\hat{k}$, then find the value of λ.

5. यदि A व B के निर्देशांक क्रमश: (4, –1, 7) तथा (3, –3, –1) हैं, तो सदिश $\overrightarrow{AB}$ ज्ञात करके इसका मापांक भी ज्ञात कीजिए। 2

If the coordinates of A and B are (4, –1, 7) and (3, –3, –1) respectively, then find the vector $\overrightarrow{AB}$ and its magnitude.

6. निम्न सीमा का मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}.$$ 2

Evaluate the following limit :

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}.$$

7. x के सापेक्ष अवकलन कीजिए :

$$\log \tan \frac{x}{2}.$$ 2

Differentiate with respect to x :

$$\log \tan \frac{x}{2}.$$

8. एक वृत्त की त्रिज्या 3 से.मी. प्रति सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। क्षेत्रफल में वृद्धि किस दर से होगी, यदि त्रिज्या 7 से.मी. हो। 2

The radius of a circle is increasing at the rate of 3 cm/sec. At what rate is the area increasing when the radius is 7 cm.

9. अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = x^4 - \cos x + 5x.$$ 2

Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = x^4 - \cos x + 5x.$$

10. सहसम्बन्ध गुणांक r ज्ञात कीजिए, यदि

$$\text{cov}(x, y) = -16.5, \text{ var}(x) = 2.89, \text{ var}(y) = 100.$$ 2

Find the coefficient of correlation, if

$$\text{cov}(x, y) = -16.5, \text{ var}(x) = 2.89, \text{ var}(y) = 100.$$

11. सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2.$$ 3

Prove that :

$$\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2.$$

12. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $AA^{-1} = I$. 3

If $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$, then prove that $AA^{-1} = I$.

13. समतल $y = 0$ बिन्दुओं (1, 4, 7) तथा (3, -5, 8) को मिलाने वाली रेखा को किस अनुपात में विभाजित करता है। विभाजक बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए। 3

Find the ratio in which the plane $y = 0$ divides the line joining the points (1, 4, 7) and (3, – 5, 8). Also find the point of intersection.

14. सरल रेखा $\bar{r} = (\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k})+\lambda(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ तथा समतल $\bar{r}\cdot(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}) = 4$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 3

Find the angle between the line $\bar{r} = (\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k})+\lambda(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ and the plane $\bar{r}\cdot(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}) = 4$.

15. फलन

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$$

की सांतत्य की जाँच x = 1 पर कीजिए। 3

Test the continuity of the function :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$$

at the point x = 1.

16. फलन $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$ के लिए अन्तराल [0, 3] में रोले के प्रमेय की जाँच कीजिए। 3

Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$ in the interval [0, 3].

17. अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(x^2 + y^2)dx - 2xy\, dy = 0.$$ 3

Solve the differential equation :

$$(x^2 + y^2)dx - 2xy\, dy = 0.$$

अथवा *(Or)*

अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = x + e^x.$$

Solve the differential equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = x + e^x.$$

18. दो समाश्रयण रेखाओं $x + 3y = 11$ तथा $2x + y = 7$ के आधार पर x व y के बीच सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए। 3

Given two lines of regression $x + 3y = 11$ and $2x + y = 7$. Find the coefficient of correlation between x and y.

अथवा *(Or)*

आपको निम्नांकित आँकड़े दिये गये हैं :

	X	Y
समान्तर माध्य	36	85
प्रमाप विचलन	11	8

X और Y में सहसम्बन्ध गुणांक = .66

इनके आधार पर X और Y दोनों समाश्रयण समीकरण ज्ञात कीजिए।

You are given the following data :

	X	Y
Arithmetic Mean	36	85
Standard Deviation	11	8

Correlation coefficient between X and Y = .66

Find both the regression equations X and Y.

19. बिन्दु (3, -1, 11) से रेखा $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ पर खींचे गये लम्ब पाद के निर्देशांक तथा लंब की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 4

Find the foot of the perpendicular and the length of the perpendicular from the point (3, –1, 11) to the line $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

20. यदि त्रिभुज ABC में शीर्ष A, B व C के स्थिति सदिश क्रमशः $\bar{a}$, $\bar{b}$ व $\bar{c}$ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि इसके केन्द्रक का स्थिति सदिश $\frac{\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}}{3}$ है। 4

If the position vectors of the vertices A, B and C of ΔABC are respectively $\bar{a}$, $\bar{b}$ and $\bar{c}$, then prove that the position vector of the centroid is $\frac{\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}}{3}$.

21. सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि :

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B.$$ 4

Prove that by vector method that :

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B.$$

22. प्रथम सिद्धान्त से अवकलन कीजिए :

$$\tan 3x.$$ 4

Differentiate by first principle :

$$\tan 3x.$$

23. यदि $y = \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + ...\infty}}}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{1-2y}.$$ 4

If $y = \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + ...\infty}}}$, then prove that :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{1-2y}.$$

अथवा *(Or)*

$\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए :

$$(\tan x)^{\cot x} + (\cot x)^{\tan x}.$$

Find $\frac{dy}{dx}$:

$$(\tan x)^{\cot x} + (\cot x)^{\tan x}.$$

24. समाकलन कीजिए :

$$\int x^2 . \sin 2x . dx.$$

Integrate :

$$\int x^2 . \sin 2x . dx.$$

अथवा *(Or)*

x के सापेक्ष समाकलन कीजिए :

$$\int \frac{x^2 \tan^{-1} x}{1+x^2} . dx.$$

Integrate with respect to x :

$$\int \frac{x^2 \tan^{-1} x}{1+x^2} . dx.$$

25. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x}{1+\sin x} \cdot dx.$$ 5

Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x}{1+\sin x} \cdot dx.$$

26. निम्न आँकड़ों के लिए समाश्रयण गुणांक ज्ञात करके समाश्रयण रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए :

x	:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	:	2	4	8	7	10	5	14	16	2	20

5

Find the regression coefficient and the equations of regression lines for the following values of x and y :

x	:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	:	2	4	8	7	10	5	14	16	2	20

27. एक सिक्का तीन बार उछाला जाता है। शीर्षों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। 5

A coin is tossed thrice. Find the probability distribution of the number of getting heads.

अथवा *(Or)*

एक कॉलेज में 25% विद्यार्थी गणित में, 15% विद्यार्थी रसायनशास्त्र में तथा 10% विद्यार्थी गणित और रसायनशास्त्र दोनों में फेल हो जाते हैं। एक विद्यार्थी यादृच्छया चुना जाता है, तो

(i) यदि वह रसायनशास्त्र में फेल है, तो गणित में फेल होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(ii) यदि वह गणित में फेल है, तो रसायनशास्त्र में फेल होने की प्रायिकता क्या होगी ?

(iii) उसके गणित अथवा रसायनशास्त्र में फेल होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

In a college 25% students fail in Maths, 15% fail in Chemistry and 10% students fail in Maths and Chemistry both. A student is selected randomly, then :

(i) What is the probability that he fails in Maths, if he fails in Chemistry ?

(ii) What is the probability that he fails in Chemistry, if he fails in Maths ?

(iii) What is the probability that he fails in Maths or Chemistry ?

28. सिंपसन नियम की सहायता से समाकलन $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ का मान निकालिए, जबकि अंतराल (0, 1) को चार बराबर भागों में बाँटा जाए। 5

Considering four subintervals, find the value of $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ by Simpson's rule.

अथवा *(Or)*

न्यूटन-रैफसन विधि से $\sqrt{12}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Using Newton's-Raphson method, compute $\sqrt{12}$.

29. उन रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए, जिनकी दिक्कोज्याएँ

$$l + m + n = 0 \text{ तथा } 2lm + 2nl - mn = 0$$

से निर्धारित की जाती हैं। 6

Find the angle between two lines, whose direction cosines are given by the equations :

$$l + m + n = 0 \text{ and } 2lm + 2nl - mn = 0$$

अथवा *(Or)*

सिद्ध कीजिए कि बिन्दुओं (1, 0, 1), (1, 1, 1) और (−7, −3, −5) से जाने वाला समतल XZ समतल पर लम्ब है।

Prove that the plane passing through the points (1, 0, 1), (1, 1, 1) and (−7, −3, −5) is perpendicular to the XZ plane.

30. निम्न फलन का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए :

$$\frac{x+1}{\sqrt{2x^2+x-3}}.$$ 6

Integrate the following function with respect to x :

$$\frac{x+1}{\sqrt{2x^2+x-3}}.$$

अथवा *(Or)*

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{3\cos x - 4\sin x + 5}.$$

Evaluate :

$$\int \frac{dx}{3\cos x - 4\sin x + 5}.$$

Total No. of Questions—30] [Total No. of Printed Pages—11

T—8050B2

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

निर्देश :

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) सभी प्रश्नों के अंक उनके समक्ष दर्शाए गए हैं।

(3) प्रश्नों में दिए गए निर्देशानुसार ही प्रश्न हल कीजिए।

(4) जहाँ आवश्यक हो, चित्र अवश्य बनाइए।

(5) प्रश्न क्रमांक 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 एवं 30 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

Instructions :

(1) All questions are compulsory.

(2) Marks have been indicated against each question.

(3) Questions are to be solved according to instructions given therein.

(4) Draw diagram wherever necessary.

(5) Internal options are given in Question Nos. 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 and 30.

1. यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ हो, तो 2A + 3B का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$, then evaluate 2A + 3B.

2. सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1+y \end{vmatrix} = xy.$$ 2

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1+y \end{vmatrix} = xy.$$

3. मूल बिन्दु से समतल $3x - 2y + 6z = 17$ की लम्बवत् दूरी ज्ञात कीजिए। 2

Find the length of perpendicular from the origin to the plane

$$3x - 2y + 6z = 17.$$

4. सदिश $2\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ एवं $6\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

Find the angle between the vectors $2\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ and $6\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k}$.

5. मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \to 0} e^x \cdot \cos x.$$ 2

Evaluate :

$$\lim_{x \to 0} e^x \cdot \cos x.$$

6. यदि $y = \dfrac{\sin x}{1+\cos x}$ हो, तो $\dfrac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $y = \frac{\sin x}{1+\cos x}$, then evaluate $\frac{dy}{dx}$.

7. यदि A व B के निर्देशांक क्रमशः (4, −1, 7) तथा (3, −3, −1) हो, तो सदिश $\overrightarrow{AB}$ ज्ञात करके इसका मापांक भी ज्ञात कीजिए। 2

If the coordinates of A and B are (4, −1, 7) and (3, −3, −1) respectively, then find the vector $\overrightarrow{AB}$ and its magnitude.

8. एक गेंद ऊर्ध्वाधरतः 30 m/sec के वेग से फेंकी जाती है। इसकी ऊँचाई समीकरण $S = 30t - 4.9t^2$ से ज्ञात की जा सकती है। 2 sec. पश्चात् इसका वेग क्या होगा? 2

The height above the ground of a ball thrown vertically upwards with an initial speed of 30 m/sec is $S = 30t - 4.9t^2$. Find the instantaneous speed at the end of 2 seconds.

9. सहसम्बन्ध गुणांक r ज्ञात कीजिए, यदि : 2

$$\text{cov}(x, y) = -16.5, \text{ var}(x) = 2.89 \text{ तथा var}(y) = 100.$$

Find the Coefficient of correlation, if

$$\text{cov}(x, y) = -16.5, \text{ var}(x) = 2.89 \text{ and var}(y) = 100.$$

10. अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} + y \tan x = \sec x$$

का समाकलन गुणांक ज्ञात कीजिए। 2

Find the integrating factor (I.F.) of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} + y \tan x = \sec x.$$

11. सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2.$$ 3

Prove that :

$$\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2.$$

12. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$A^{-1} = \frac{1}{19}A.$$ 3

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$, then prove that :

$$A^{-1} = \frac{1}{19}A.$$

13. एक रेखा x अक्ष व y अक्ष की धनात्मक दिशा से क्रमशः 45° व 60° का कोण बनाती है। यह रेखा z अक्ष की धनात्मक दिशा से कितना कोण बनायेगी ? 3

A directed line makes angles 45° and 60° with x axis and y axis respectively. What angle does it make with z axis ?

14. फलन $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$ के लिए अन्तराल [0, 3] में रोले के प्रमेय की जाँच कीजिए। 3

Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$ in the interval [0, 3].

15. उस गोले का सदिश एवं कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसका व्यास AB है, जहाँ A व B के निर्देशांक A(2, –3, 4) तथा B(–5, 6, –7) हैं। 3

Find the vector equation of a sphere, whose diameter AB has end points A(2, –3, 4) and B(–5, 6, –7). Deduce its Cartesian equation.

16. फलन

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$$

की सांतत्य की जाँच x = 1 पर कीजिए। 3

Test the continuity of the function :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$$

at the point x = 1.

17. अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+5xy+4y^2}{x^2}.$$ 3

Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+5xy+4y^2}{x^2}.$$

अथवा *(Or)*

अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2.$$

Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2.$$

18. दो समाश्रयण रेखाओं के समीकरण निम्नानुसार हैं :

$$4x + 3y + 7 = 0 \text{ तथा } 3x + 4y + 8 = 0,$$

तो समाश्रयण गुणांक b_{yx} तथा b_{xy} ज्ञात कीजिए। 3

Equations of two lines of regression are

$$4x + 3y + 7 = 0 \text{ and } 3x + 4y + 8 = 0,$$

find Regression coefficient b_{yx} and b_{xy}.

अथवा *(Or)*

निम्नांकित आँकड़ों से y का मान ज्ञात कीजिए, यदि x = 12 :

श्रेणी	x	y
माध्य	7.6	14.8
मानक विचलन	3.6	2.5

सहसम्बन्ध गुणांक r = .99.

Estimate the value of y from the following data, when x = 12 :

Series	x	y
Mean	7.6	14.8
Standard deviation	3.6	2.5

Coefficient of correlation r = .99.

19. विन्दु (1, 6, 3) से रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ की लम्बवत् दूरी तथा लम्ब पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 4

Find the perpendicular distance of the line $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ from the point (1, 6, 3). Also find the coordinates of the foot of the perpendicular.

20. सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि :

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta.$$ 4

Prove that by vector method :

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta.$$

21. प्रथम सिद्धान्त से अवकलन कीजिए :

$$\tan 3x.$$ 4

Differentiate by first principle :

$$\tan 3x.$$

22. यदि त्रिभुज ABC में शीर्ष A, B व C के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a}$, $\vec{b}$ व $\vec{c}$ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि इसके केन्द्र की स्थिति सदिश $\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$ है। 4

If the position vectors of the vertices A, B, C of ΔABC are respectively $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$, prove that the position vector of the centroid is $\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$.

23. यदि $x = \sin^{-1}\frac{24}{1+4^2}$, $y = \tan^{-1}\frac{24}{1-4^2}$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 4

If $x = \sin^{-1}\frac{24}{1+4^2}$, $y = \tan^{-1}\frac{24}{1-4^2}$, then find $\frac{dy}{dx}$.

अथवा *(Or)*

यदि $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + ...\infty}}}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

18 $$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}.$$

If $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + ...\infty}}}$, then prove that :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}.$$

24. x के सापेक्ष समाकलन कीजिए :

$$x^2 \log x.$$

Integrate with respect to x : 4

$$x^2 \log x.$$

अथवा *(Or)*

x के सापेक्ष समाकलन कीजिए :

$$\sin^{-1}\left(3x - 4x^3\right).$$

Integrate with respect to x :

$$\sin^{-1}\left(3x - 4x^3\right).$$

25. सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx = \frac{\pi^2}{4}.$$ 5

Prove that :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx = \frac{\pi^2}{4}.$$

26. (x, y) के निम्नांकित प्रेक्षणों के लिये सहसम्बन्ध गुणांक तथा समाश्रयण रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए :

x :	1	2	3	4	5
y :	2	5	3	8	7

5

Find the Coefficient of correlation between two variables x and y and the equation of lines of regression for the following data :

x :	1	2	3	4	5
y :	2	5	3	8	7

27. एक थैले में 13 गेंदें हैं, उनमें 1 से 13 तक क्रमांक डाले गये हैं। सम संख्या प्राप्त करना 'सफलता' माना जाता है। दो गेंदें एक-एक करके निकाली जाती हैं। दूसरी बार निकालने के पूर्व पहले वाली गेंद को थैले में रख दिया जाता है। निम्नांकित की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

(i) दो सफलताएँ

(ii) कम-से-कम एक सफलता

(iii) कोई सफलता नहीं। 5

A bag contains 13 balls numbered from 1 to 13. An even number is considered success. Two balls are drawn one by one with replacement, from the bag. Find the probability of getting :

(i) Two successes

(ii) At least one success

(iii) No success.

अथवा *(Or)*

एक सिक्का दो बार उछाला जाता है। शीर्षों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

A coin is tossed twice. Find the probability distribution of the number of getting heads.

28. $n = 4$ लेते हुए $\int_0^2 \frac{dx}{1+x^2}$ का मान समलम्ब चतुर्भुजीय विधि से दशमलव के तीन स्थानों तक ज्ञात कीजिए। 5

Evaluate $\int_0^2 \frac{dx}{1+x^2}$ using trapezoidal rule taking $n = 4$ upto three places of decimal.

अथवा *(Or)*

न्यूटन-रैफसन विधि से 10 का घनमूल $\left(\sqrt[3]{10}\right)$ ज्ञात कीजिए।

Find the cube root $\left(\sqrt[3]{10}\right)$ of 10 by Newton-Raphson's method.

29. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो दो समतलों $x + y + z = 6$ तथा $2x + 3y + 4z + 5 = 0$ के प्रतिछेदी रेखा से होकर जाता हो तथा समतल $4x + 8y - 3z = 0$ पर लम्ब हो। 6

Find the equation of the plane passing through the intersecting line of planes $x + y + z = 6$ and $2x + 3y + 4z + 5 = 0$ and is perpendicular to the plane $4x + 8y - 3z = 0$.

अथवा *(Or)*

एक रेखा घन के चारों विकर्णों के साथ क्रमशः $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ कोण बनाती है। सिद्ध कीजिए कि :

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta = 4/3.$$

A line makes angles $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ with four diagonals of a cube, prove that :

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta = 4/3.$$

30. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{5+4\sin x}.$$ 6

Evaluate :

$$\int \frac{dx}{5+4\sin x}.$$

अथवा *(Or)*

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int (x+1)\sqrt{x^2-x+1}\,dx.$$

Evaluate :

$$\int (x+1)\sqrt{x^2-x+1}\,dx.$$

Total No. of Questions—30] [Total No. of Printed Pages—11

T—8050C2

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

निर्देश :

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) सभी प्रश्नों के अंक उनके समक्ष दर्शाए गए हैं।

(3) प्रश्नों में दिए गए निर्देशानुसार ही प्रश्न हल कीजिए।

(4) जहाँ आवश्यक हो, चित्र अवश्य बनाइए।

(5) प्रश्न क्रमांक 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 एवं 30 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

Instructions :

(1) All questions are compulsory.

(2) Marks have been indicated against each question.

(3) Questions are to be solved according to instructions given therein.

(4) Draw diagram wherever necessary.

(5) Internal options are given in Question Nos. 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 and 30.

1. सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 0 & \sin x & \sin y \\ 0 & \cos x & \cos y \end{vmatrix} = \sin(x-y).$$ 2

Prove that :

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3.$$

12. फलन

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1}, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$$

की सांतत्य की जाँच $x = 1$ पर कीजिए। 3

Test the continuity of the function :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1}, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$$

at the point $x = 1$.

13. फलन $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$ के लिए अन्तराल $[0, 3]$ में रोले के प्रमेय की जाँच कीजिए। 3

Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$ in the interval $[0, 3]$.

14. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$2A^{-1} = 9I - A.$$ 3

If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$, then prove that :

$$2A^{-1} = 9I - A.$$

15. वह अनुपात ज्ञात कीजिए, जिसमें बिन्दु (2, 3, 1) व (-2, 1, -3) को मिलाने वाली रेखा समतल $x - 2y + 3z + 4 = 0$ द्वारा विभाजित होती है। 3

Find the ratio in which the plane $x - 2y + 3z + 4 = 0$ divides the line joining the points (2, 3, 1) and (– 2, 1, – 3).

16. बिन्दु $2\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$ की समतल $\vec{r}\left(4\hat{i} - 12\hat{j} - 3\hat{k}\right) = 6$ से लम्बवत् दूरी ज्ञात कीजिए। 3

Find the perpendicular distance of the point $2\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$ from the plane $\vec{r}\left(4\hat{i} - 12\hat{j} - 3\hat{k}\right) = 6$.

17. अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$x(x - y)dy = y(x + y)dx.$$ 3

Solve the differential equation :

$$x(x - y)dy = y(x + y)dx.$$

अथवा *(Or)*

अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + 2y = 4x.$$

Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} + 2y = 4x.$$

18. यदि दो समाश्रयण रेखाएँ $x + 2y = 5$ तथा $2x + 3y - 8 = 0$ हो, तो सहसम्बन्ध गुणांक r ज्ञात कीजिए। 3

If $x + 2y = 5$ and $2x + 3y - 8 = 0$ are the two regression line, then find the Coefficient of correlation r.

अथवा *(Or)*

यदि दो समाश्रयण रेखाओं के बीच का कोण θ है तथा समाश्रयण गुणांक $b_{yx} = 1.6$ व $b_{xy} = 0.4$ हो, तो $\tan\theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

If the angle between two regression lines is θ, Regression coefficients $b_{yx} = 1.6$ and $b_{xy} = 0.4$, then calculate $\tan\theta$.

19. यदि त्रिभुज ABC में शीर्ष A, B व C के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a}$, $\vec{b}$ व $\vec{c}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि इसके केन्द्रक की स्थिति सदिश $\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$ है। 4

If the position vectors of the vertices A, B and C of ΔABC are respectively $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$, then prove that the position vector of the centroid is $\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$.

20. प्रथम सिद्धान्त से अवकलन कीजिए :

$\tan 3x$. 4

Differentiate by First principle :

$\tan 3x$.

21. बिन्दु (1, 2, 3) से गुजरने वाली एवं समतल $x - y + 2z = 5$ और $3x + y + z = 6$ के समान्तर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। 4

Find the equation of the line passing through the point (1, 2, 3) and parallel to the plane $x - y + 2z = 5$ and $3x + y + z = 6$.

22. सिद्ध कीजिए कि सदिश $3\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$ तथा $2\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$ दोनों का लम्बवत् मात्रक सदिश $\frac{\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}}{\sqrt{3}}$ है तथा इन सदिशों के बीच के कोण की ज्या (sine) $\frac{2}{\sqrt{7}}$ है। 4

Show that a unit vector perpendicular to both the vectors $3\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$ and $2\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$ is $\frac{\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}}{\sqrt{3}}$ and the sine of angle between them is $\frac{2}{\sqrt{7}}$.

23. यदि $y=\sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x+.....\infty}}}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\cos x}{2y-1}.$$ 4

If $y=\sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x+.....\infty}}}$, then prove that :

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\cos x}{2y-1}.$$

अथवा *(Or)*

यदि $y=\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x^2-1}.$$

If $y=\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, then prove that :

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x^2-1}.$$

24. $\int \sec^3 x \, . \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

Evaluate :

$$\int \sec^3 x \, . \, dx$$

अथवा *(Or)*

$\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate :

$$\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

25. सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{1+\sqrt{\tan x}} dx = \frac{\pi}{4}.$$ 5

Prove that :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{1+\sqrt{\tan x}} dx = \frac{\pi}{4}.$$

26. निम्नांकित आँकड़ों से x व y के मध्य कार्ल पियर्सन का सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए : 2

x	:	65	66	67	67	68	69	70
y	:	67	68	65	68	72	72	69

5

Find Karl Pearson's coefficient of correlation between x and y from the following data :

x	:	65	66	67	67	68	69	70
y	:	67	68	65	68	72	72	69

27. एक पाँसा 5 बार फेंका जाता है। यदि विषम संख्या प्राप्त होने को सफलता माना जाए, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

(i) चार सफलताएँ

(ii) कम-से-कम चार सफलताएँ। 5

A die is thrown 5 times. If getting an odd number is a success, what is the probability of :

(i) 4 successes

(ii) at least 4 successes ?

अथवा *(Or)*

52 ताशों की फेंटी हुई गड्डी में से एक के पश्चात् दूसरा, इस प्रकार दो कार्ड खींचे जाते हैं। दोनों पान के कार्ड होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जबकि खींचा गया कार्ड :

(i) पुनः गड्डी में मिला दिया जाता है

(ii) नहीं मिलाया जाता।

From a well shuffled pack of 52 cards, two cards are drawn one by one. Find the probability of both the cards being heart, if the cards are drawn :

(i) Replaced

(ii) Not replaced.

28. समलम्ब चतुर्भुज नियम से $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए, जबकि अन्तराल [0, 1] को चार समान भागों में विभक्त किया गया है। 5

Considering four sub-intervals, find the value of $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ by trapezoidal rule.

अथवा *(Or)*

न्यूटन-रैफसन विधि से $\sqrt{8}$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

Using Newton-Raphson method compute $\sqrt{8}$.

29. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु (0, −1, −1), (4, 5, 1) तथा (3, 9, 4) से होकर जाता है। सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (−4, 4, 4) भी इसी समतल पर है अर्थात् चारों बिन्दु एक समतलीय हैं। 6

Find the equation of the plane, which passes through the points (0, −1, −1), (4, 5, 1) and (3, 9, 4). Prove that the point (−4, 4, 4) also lies on the plane i.e. all four points are coplanar.

अथवा *(Or)*

उन रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए, जिनकी दिक्कोज्याएँ निम्नांकित समीकरणों द्वारा निर्धारित हैं :

$2l + 2m - n = 0$ और

$mn + nl + lm = 0.$

Find the angle between two lines, whose direction cosines are given by the lines :

$2l + 2m - n = 0$ and

$mn + nl + lm = 0.$

30. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int (2x-5)\sqrt{2+3x-x^2}\,dx.$$ 6

Evaluate :

$$\int (2x-5)\sqrt{2+3x-x^2}\,dx.$$

अथवा *(Or)*

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{2 + \sin x + \cos x}.$$

Evaluate :

$$\int \frac{dx}{2 + \sin x + \cos x}.$$