

વિષય : ગણિત (028)

મોડેલ પ્રશ્નપત્ર - 4

પ્ર-1 (અ) જો રેખા  $l$  એ  $\Delta ABC$  ની બાજુઓ  $\overline{AB}$  અને  $\overline{AC}$ ને અનુક્રમે બે ભિન્ન બિંદુઓ  $P, Q$  માં એવી રીતે

છેદે છે કે જેથી  $\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC}$  થાય તો સાબિત કરો કે  $l \parallel \overline{BC}$ . (4)

(બ) ગમે તે બેના જવાબ આપો. (6)

(1)  $a(b+c)^2 + b(c+a)^2 + c(a+b)^2 - 4abc$  ના અવયવ પાડો.

(2)  $(a+b)(a^2-b^2) + (b+c)(b^2-c^2) + (c+a)(c^2-a^2)$  ના અવયવ પાડો.

(3)  $\left[ \frac{x^2-y^2}{(x-y)^2} - \frac{(x-y)^2+3xy}{x^2-y^2} \right] \div \frac{x+y}{x-y}$  નું સાદુરૂપ આપો.

(ક) અવયવ પાડો. (ગમે તે બે) (4)

(1)  $(3a-2b)^2 - 12a + 8b$

(2)  $x^2 + 8x - 3953$

(3)  $x^3 + 2x^2 - x - 2$

(ડ) ગમે તે એક ગણો. (2)

(1) સરળ રૂપ આપો :  $\frac{2(x-7)^2}{(14-2x)^2}$

(2) જો  $a : b = 2 : 3$  હોય તો  $\frac{2a+3b}{2b}$  ની કિંમત શોધો.

(ઘ) યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો. (4)

(1)  $f : N - \{1\} \rightarrow N, f(n) = n$  નો સૌથી નાનો અવિભાજ્ય અવયવ  $f(12) = \dots (1, 2, 3)$

(2)  $f : R^- \rightarrow R, f(x) = \frac{|x|}{x} \therefore R_f = \dots ( \{-1\}, \{1\}, \{-1, 1\} )$

(3) મેમરી યુનિટ એ ..... વિભાગનો ઘટક છે. (CPU, IPD, OPD)

(4) ફ્લોચાર્ટમાં વપરાતો  $\square$  સંકેત .... દર્શાવે છે. (નિર્ણય, પ્રસ્થાન, પ્રક્રિયા)

પ્ર-2 (અ) સાબિત કરો કે એક જ વર્તુળમાં આવેલી એકરૂપ જીવાઓ કેન્દ્રથી સરખા અંતરે હોય છે. (4)

(બ) ગમે તે બેના જવાબ આપો. (6)

(1) જો  $\frac{a}{u+v-w} = \frac{b}{v+w-u} = \frac{c}{w+u-v}$  તો સાબિત કરો કે  
 $au + bv + cw = av + bw + cu$

(2) જો  $\frac{a}{3a-b-c} = \frac{b}{3b-c-a} = \frac{c}{3c-a-b}$  હોય તો દરેક ગુણોત્તરની કિંમત શોધો.

(3) એક છાત્રાલયનો ખર્ચ અંશતઃ અચળ અને અંશતઃ છાત્રોની સંખ્યાના સમયલનમાં છે. જ્યારે છાત્રોની સંખ્યા 40 થી ઘટીને 25 થાય ત્યારે માથાદીઠ ખર્ચ 175 Rs. થી વધીને 190 Rs. થાય છે. જો 32 છાત્રો હોય તો માથાદીઠ ખર્ચ શોધો.

(ક) ગમે તે બે પ્રશ્નો ગણો (4)

(1) 5 અવલોકનોનો મધ્યક 20 છે. તેમાં એક નવું અવલોકન ઉમેરતા મળતી માહતીનો મધ્યક 25 થાય છે તો ઉમેરેલું અવલોકન શોધો.

(2) અવલોકનો -9, -4, a, 5, 8, 11 ચડતા ક્રમમાં છે. જો તેમનો મધ્યસ્થ 2 હોય તો a શોધો.

(3) 26 કુટુંબમાં બાળકોની માહતીનું આવૃત્તિ વિતરણ આપેલ છે તેનો મધ્યસ્થ શોધો.

બાળકોની સંખ્યા	0	1	2	3	4
કુટુંબની સંખ્યા	4	3	6	11	2

(ડ) ગમે તે એક ગણો. (2)

(1)  $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = [x] = x$  થી અધિક નહીં તેવો મહત્તમ પૂર્ણાંક તો  $f(4.8)$  અને  $f(-6.9)$  ના મૂલ્યો શોધો.

(2)  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = x$  ને 5 વડે ભાગતા મળતી શેષ, તો વિસ્તાર શોધો.

(ઘ) યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો (4)

(1) જો  $x = \frac{2a-5}{a-5}$  અને  $y = \frac{10-a}{5-a}$  હોય, તો  $x + y = \dots\dots\dots$  (0, 1, 3)

(2)  $\frac{a}{3} = \frac{b}{2}$  અને  $\frac{b}{4} = \frac{c}{5}$  તો  $a : b : c = \dots\dots\dots$  (3:4:5, 6:4:5, 3:8:5)

(3)  $x > 0$ ,  $y \neq 0$  તથા  $x \propto \frac{1}{y^2}$  તો  $y \propto \dots\dots\dots \left( x^2, \sqrt{x}, \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$

(4) જો  $\cos^2 40^\circ + \sin^2 \theta = 1$  તો  $\theta = \dots\dots\dots$  (40, 20, 50)

પ્ર-3 (અ) સાબિત કરો કે વર્તુળનો સ્પર્શક તેના સ્પર્શબિંદુએ દોરેલી ત્રિજ્યા ને લંબ હોય છે. (4)

(બ) નીચેનામાંથી ગમે તે બે ગણો. (6)

(1) 340m ઊંચી એક ટેકરીની પૂર્વ-પશ્ચિમ દિશામાં આવેલા બે મકાનોના અવરોધકોણો અનુક્રમે  $30^\circ$  અને  $60^\circ$  મળે છે. તો તેમની વચ્ચે કેટલું અંતર હશે? ( $\sqrt{3} = 1.7$ )

(2) એક વર્તુળમાં 10 સે.મી. લાંબી જીવા કેન્દ્ર આગળ કાટખૂણો બનાવે છે. તો તે જીવાથી બનતા લઘુવૃત્તખંડ અને ગુરૂવૃત્તખંડના ક્ષેત્રફળ મેળવો.

(3) એક ગોળાની વકસપાટીનું ક્ષેત્રફળ  $\frac{3168}{7}$  ચો.સેમી. છે. તો તેનું ઘનફળ શોધો.

(ક) નીચેનામાંથી ગમે તે બેના જવાબ આપો. (4)

(1) સાબિત કરો :  $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta$

(2) સાબિત કરો :  $\frac{1 + \sin\theta - \cos\theta}{1 + \sin\theta + \cos\theta} = \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$

(3) કિંમત શોધો :  $\sqrt{3} \tan 30^\circ + \sqrt{2} \sec 45^\circ - \tan^2 60^\circ$

(ક) ગમે તે એક ગણો. (2)

(1)  $x + \frac{1}{y} \propto x - \frac{1}{y}$  તો સાબિત કરો કે  $x$  એ  $y$  ના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે.

(2) સાબિત કરો કે  $(4\sin\theta + 5\cos\theta)^2 + (4\cos\theta - 5\sin\theta)^2 = 41$

(ઈ) માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. (4)

(1)  $4x^2 + bx + c = 0$  ના બીજ એકબીજાના વ્યસ્ત હોય તો  $c$  શોધો.

(2) જો  $x + \frac{1}{x} = 2$  તો  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  ની કિંમત શોધો.

(3) વ્યાખ્યા આપો : ત્રિકોણનું મધ્યકેન્દ્ર

(4) વ્યાખ્યા આપો : રેખાઓની છેદિકા

પ્ર-4 (અ)  $\triangle ABC$  માં  $\angle B$  કાટકોણ છે તથા  $\overline{BE}$  મધ્યગા છે. સાબિત કરો  $AB^2 + BC^2 + AC^2 = 8AE^2$  (4)

(બ) નીચેના પ્રશ્નોમાંથી કોઈ બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (6)

(1)  $\left[ \frac{2x+3}{x+2} - \frac{x^2+3x}{x^2+5x+6} \right] \times \frac{x^2+x-2}{2x^2+3x+1}$

(2) 70 વિદ્યાર્થીઓની 50 ગુણની એક કસોટીના ગુણનું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે આપેલ છે. આ પરથી માહિતીનો મધ્યક શોધો.

ગુણ	0	1	2	3	4-6	5-9	10-14	15-19	20-24	24-35
આવૃત્તિ	5	3	3	2	5	15	20	10	6	1

(3) 5 કુટુંબના બાળકોની સંખ્યા 3, 2, 1, 4 અને  $x$  છે. જો તેનો મધ્યક 3.2 હોય તો  $x$  ની કિંમત તથા માહિતીનો મધ્યસ્થ શોધો.

(ક) નીચેનામાંથી ગમે તે બે ગણો. (4)

(1) બે સમ કેન્દ્રીય વર્તુળોની ત્રિજ્યા 3.4 અને 1.6 છે. મોટી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળની જીવા નાના વર્તુળને સ્પર્શે છે. તો જીવાની લંબાઈ શોધો.

(2)  $\triangle ABC$  માં  $m\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 5$ ,  $BC = 12$  તો  $\triangle ABC$  ના અંતઃવૃત્તની ત્રિજ્યા શોધો.

(3)  $P$  એ  $\triangle ABC$  ના પરિવૃત્તનું કેન્દ્ર છે. જો  $m\angle APB = 110^\circ$  અને  $m\angle APC = 140^\circ$  તો  $m\angle BAC$  શોધો.

(ક) ગમે તે એક ગણો. (2)

(1) ઉકેલ મેળવો :  $3(x - 1)(x + 2) = (x + 5)(x - 1)$

(2) 56 રૂપિયામાં એક વસ્તુ વેચવાથી વસ્તુની મૂળ કિંમત જેટલા ટકા નફો થાય છે. તો વસ્તુની મૂળ કિંમત શોધો.

(ઈ) માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. (4)

(1) વ્યાખ્યા આપો : લઘુ ચાપે કેન્દ્ર આગળ આંતરેલો ખૂણો.

(2) વ્યાખ્યા આપો : સામાન્ય જીવા

- (3) બંધ શંકુ આકારના પાત્રના પાયાનું ક્ષેત્રફળનું સૂત્ર..... છે.  
 (4) ગોળાર્ધનું ઘનફળ શોધવાનું સૂત્ર .... છે.

પ્ર-5 (અ)  $\overline{AB}$  આપેલા છે.  $\Delta PQR$  એવો રચો કે જેથી  $QR = 4AB$  અને  $m\angle P = 45^\circ$  અને મધ્યગા  $PM = 3AB$  થાય. મુદ્દા લખો. (4)

(બ) નીચેનામાંથી ગમે તે બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (6)

- (1) જો  $x \propto y$  હોય તો સાબિત કરો કે  $x^3 + y^3 \propto xy(x-y)$   
 (2)  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{17}{4}$  સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો.  
 (3) એક કાટકોણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણો સમાવતી બે બાજુઓ અનુક્રમે  $3x$  અને  $4x - 1$  સેમી છે. જો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 90 ચો સેમી હોય તો બાજુઓ શોધો.

(ક) ગમે તે બે ના જવાબ આપો. (4)

- (1)  $\Delta ABC$  માં  $\angle A$  નો દ્વિભાજક  $\overline{AD}$  છે. તથા  $D \in \overline{BC}$  છે. જો  $AB = 8$ ,  $AC = 12$  અને  $BD = 6$  હોય તો  $BC$  શોધો.  
 (2)  $\Delta ABC$  માં  $D \in \overline{AB}$ ,  $CD = 3$ ,  $BD = 4.5$  અને  $BC = 6$  છે. જો  $\angle CAB \cong \angle BCD$  હોય, તો  $\Delta ADC$ ની પરિમિતી શોધો.  
 (3) જો કોઈ ત્રિકોણની બાજુઓના માપ 10, 24 અને 26 હોય તો સૌથી મોટી બાજુ પરની મધ્યગાનું માપ શોધો.

(ડ) ગમે તે એક ગણો. (2)

- (1)  $\square^m ABCD$  માં  $AC = 12$ ,  $BD = 14$  અને  $AB = 11$  તો  $AD$  શોધો.  
 (2) 7 cm. બાજુવાળા એક સમઘન લાકડાના ટૂકડામાંથી મોટામાં મોટો કેટલા ઘનફળનો ગોળો કોતરી શકાય ?  
 (ઈ)  $\overline{AB}$  અને  $\overline{AC}$  એ P કેન્દ્રિત વર્તુળની એકરૂપ જીવાઓ છે. જો P એ  $\angle BAC$  ના અંદરના ભાગમાં હોય, તો સાબિત કરો કે  $\overline{AP}$  એ  $\angle BAC$  નો દ્વિભાજક છે. (4)

અથવા

(ઈ) નીચેના પ્રશ્નોનો માત્ર ઉત્તર આપો. (4)

- (1)  $\odot(P, r)$  ને ગણ ભાષામાં લખો.  
 (2) વર્તુળની વ્યાખ્યા પરથી કઈ બાબતો સ્પષ્ટ થાય છે ?  
 (3)  $\odot(P, 4)$  ના  $\widehat{AB}$  માટે  $m\angle APB = 45$  હોય તો ગુરુ  $\widehat{AB}$  ની લંબાઈ શોધો.  
 (4) ચક્રીય ચતુષ્કોણ ABCD માં  $m\angle A = 40$  હોય તો  $m\angle C$  શોધો.