



[3]

छत्तीसगढ़ माध्यमिक शिक्षा मंडल, रायपुर

हायर सेकेण्ड्री सर्टिफिकेट परीक्षा वर्ष 2008-09

मॉडल प्रश्न पत्र (Model Question paper)

कक्षा:- 12वीं
विषय:- गणित
समय:- 3 घण्टे
पूर्णांक:- 100

Class 12th
Subject:- Mathematics
Time:- 3 Hours
Maximum Marks :- 100

सामान्य निर्देश- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य है ।
(ii) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति "नहीं" है ।

General Instruction (i) All Question are Compulsory.
(ii) Use of Calculators is "not" Permitted

निर्देश : (i) इस प्रश्न पत्र में कुल 30 प्रश्न है, जो "पांच खण्डों" में विभाजित है । खण्ड अ, ब, स, द, और इ ।

- (ii) खण्ड "अ" में 10 प्रश्न है जिनमें से प्रत्येक "दो अंकों" का है ।
(iii) खण्ड "ब" में 8 प्रश्न है जिनमें से प्रत्येक "तीन अंकों" का है ।
(iv) खण्ड "स" में 6 प्रश्न है जिनमें से प्रत्येक "चार अंकों" का है ।
(v) खण्ड "द" में 4 प्रश्न है जिनमें से प्रत्येक "पांच अंकों" का है ।
(vi) खण्ड "इ" में 2 प्रश्न है जिनमें से प्रत्येक "छः अंकों" का है ।
(vii) सम्पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी खण्डों ब, स, द एवं इ में 2-2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प है । ऐसे सभी प्रश्नों में आपको एक ही विकल्प हल करना है ।

Instruction : (i) This Question paper consist of the 30 Questions divided in "Five Sections" A, B, C, D and E

- (ii) Section "A" Comprises of 10 Question of "Two marks" each.
(iii) Section "B" Comprises of 8 Question of "Three marks" each.
(iv) Section "C" Comprises of 6 Question of "Four marks" each.
(v) Section "D" Comprises of 4 Question of "Five marks" each.
(vi) Section "E" Comprises of 2 Question of "Six marks" each.
(vii) There is no overall choice however, internal choice has been Provided in Section B, C, D and E of 2-2 Questions. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.

खण्ड " अ "

Section " A "

प्रश्न 1 - $\frac{5x-11}{2x^2+x-6}$ को आंशिक भिन्न में व्यक्त कीजिए ।

(2)

Resolve $\frac{5x-11}{2x^2+x-6}$ into partial fractions.

प्रश्न 2:— यदि $A = [1 \ 2 \ 3]$ और $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ हो तो AB तथा BA का मान ज्ञात कीजिए। (2)

If $A = [1 \ 2 \ 3]$ and $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ than find AB and BA find.

प्रश्न 3:— मान ज्ञात कीजिए $\tan^{-1} \frac{a}{b} - \tan^{-1} \left(\frac{a-b}{a+b} \right)$ (2)

Evaluate $\tan^{-1} \frac{a}{b} - \tan^{-1} \left(\frac{a-b}{a+b} \right)$

प्रश्न 4:— सदिश $\vec{A} = 4\hat{i} + 4\hat{j} - 10\hat{k}$ का सदिश $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ की दिशा में प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। (2)

Find the projection of vector $\vec{A} = 4\hat{i} + 4\hat{j} - 10\hat{k}$ in the direction of the vector $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$

प्रश्न 5:— यदि $y = \tan x^\circ$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

If $y = \tan x^\circ$ then find the value of $\frac{dy}{dx}$

प्रश्न 6:— अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = 1 + y + x + xy$ को हल कीजिए। (2)

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = 1 + y + x + xy$

प्रश्न 7:— दो समाश्रयण रेखा $3x + 12y = 19$ तथा $3y + 9x = 46$ है। तो समाश्रयण गुणांक b_{yx} तथा b_{xy} का मान ज्ञात कीजिए। (2)

Two regression lines are $3x + 12y = 19$ and $3y + 9x = 46$ then find regression coefficient b_{yx} and b_{xy}

प्रश्न 8:— लॉमी के प्रमेय को लिखिए। (2)
State Lami's Theorem.

प्रश्न 9:— बूलीय बीजगणित B का प्रयोग कर सिद्ध कीजिए $xy + [(x + y') \cdot y]' = 1$ (2)

By using Boolean algebra B Prove that $xy + [(x + y') \cdot y]' = 1$

प्रश्न 10:— कम्प्यूटर वायरस क्या है ? यह कितने प्रकार के होते हैं, तथा नाम लिखिए । (2)

What is Computer virus ? How many types of virus are there ? Name them.

खण्ड “ ब ”
Section “ B ”

प्रश्न 11:— सिद्ध कीजिए कि $\cos^{-1} \left[\frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{2 + \sqrt{1 + x^2}} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \tan^{-1} x$ (3)

Prove that $\cos^{-1} \left[\frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{2 + \sqrt{1 + x^2}} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \tan^{-1} x$

अथवा (OR)

$\frac{(\cos \alpha + i \sin \alpha)^4}{(\sin \beta + i \cos \beta)^5}$ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए ।

Express in simplest form $\frac{(\cos \alpha + i \sin \alpha)^4}{(\sin \beta + i \cos \beta)^5}$

प्रश्न 12:— सदिश विधि द्वारा सिद्ध कीजिए $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ (3)

Prove that by Vector method $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

प्रश्न 13:— यदि $y = \cot^{-1} \left[\frac{\sqrt{1 + x^2} + 1}{x} \right]$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए । (3)

If $y = \cot^{-1} \left[\frac{\sqrt{1 + x^2} + 1}{x} \right]$ then find the value of $\frac{dy}{dx}$

अथवा (OR)

यदि $x + y = 10$ हो तो xy का महत्तम मान ज्ञात कीजिए

If $x + y = 10$ then find the maximum value of xy

प्रश्न 14:— अवकल समीकरण को हल कीजिए $2x - 10y^3 \frac{dy}{dx} + y = 0$ (3)

Solve the differential equation $2x - 10y^3 \frac{dy}{dx} + y = 0$

प्रश्न 15:— यदि लीप वर्ष हो तो उस वर्ष में 53 सोमवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (3)

Find the probability of the occurrence of 53 Mondays in a leap years ?

प्रश्न 16:— एक पिंड को उँची मीनार से पृथ्वी तक गिरने में 2 सेकेण्ड का समय लगता है। मीनार की उँचाई ज्ञात कीजिए।
($g = 10$ मीटर / सेकेण्ड²) (3)

A body takes 2 sec. to reach the ground from a high tower. find the height of tower. ($g = 10\text{m} / \text{s}^2$)

प्रश्न 17:— निम्न कथन की सत्यता सारणी बनाइये — (3)
 $(P \vee Q) \wedge \sim r \Rightarrow q$

Construct the truth table for the following statement

$$(P \vee Q) \wedge \sim r \Rightarrow q$$

प्रश्न 18:— हार्डवेयर तथा सॉफ्टवेयर किसे कहते हैं। सॉफ्टवेयर को कितने प्रकार से बाँटा गया है लिखिए। (3)

What is hardware and Software ? How many types of software are there ? Name them.

खण्ड " स "
Section " C "

प्रश्न 19:—
$$\begin{vmatrix} b^2+c^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & c^2+a^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & a^2+b^2 \end{vmatrix}$$
 का मान ज्ञात कीजिए । (4)

Evaluate -
$$\begin{vmatrix} b^2+c^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & c^2+a^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & a^2+b^2 \end{vmatrix}$$

प्रश्न 20:— निम्न समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए (4)

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

Solve the equations by matrix method

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

प्रश्न 21:— एक समतल अक्षों को A, B, C पर मिलता है । त्रिभुज ABC का केन्द्रक (a, b, c) है । सिद्ध कीजिए कि समतल का समीकरण $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 3$ है । (4)

A plane meets the coordinate axes at A, B, C . The centroid of triangle ABC is (a, b, c) . Prove that the equation of the plane is

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 3$$

प्रश्न 22:— एक गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, तथा $(0, 0, 1)$ से होकर जाता है तथा जिसका केन्द्र $3x - y + z = 2$ पर स्थित है । (4)

Find the equation of the sphere which passes through the points $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, and $(0, 0, 1)$ and whose centre lies on the plane $3x - y + z = 2$

अथवा (OR)

k का मान ज्ञात कीजिए यदि रेखाएँ $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$ तथा $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-6}{-5}$ परस्पर लम्बवत् है ।

Find the value of k if the lines $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$ and $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-6}{-5}$ are mutually perpendicular.

प्रश्न 23:— $\int \frac{e^x(x^2+1)}{(x+1)^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए । (4)

Evaluate $\int \frac{e^x(x^2+1)}{(x+1)^2} dx$

प्रश्न 24:— $\int \sin^{-1} \sqrt{\frac{x}{a+x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए । (4)

Evaluate $\int \sin^{-1} \sqrt{\frac{x}{a+x}} dx$

अथवा (OR)

$\int \frac{1}{4+5 \sin x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Evaluate $\int \frac{1}{4+5 \sin x} dx$

खण्ड “ द ”
Section “ D ”

प्रश्न 25:— निम्न सारणी में पति तथा पत्नी की आयु दर्शायी गई है । इससे सह संबंध की गुणांक की गणना कीजिए – (5)

पति की आयु (वर्षों में)	23	27	28	28	29	30	31	33	35	36
पत्नी की आयु (वर्षों में)	18	20	22	27	21	29	27	29	28	29

In the following table ages of husband and wife are shown. Calculate the coefficient of correlation :-

age of husband (in years)	23	27	28	28	29	30	31	33	35	36
age of wife (in years)	18	20	22	27	21	29	27	29	28	29

प्रश्न 26:— यदि $y = e^{x+e^{x+e^{x+e^{x+\dots}}}}$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए । (5)

If $y = e^{x+e^{x+e^{x+e^{x+\dots}}}}$ then find the value of $\frac{dy}{dx}$

अथवा (OR)

यदि $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$

If $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$

प्रश्न 27:— एक नदी 80 मी. चौड़ी है । नदी के किनारे से x दूरी पर गहराई d को निम्न सारणी में दर्शाया गया है । (5)

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80
d	0	4	7	9	12	15	14	8	3

सिम्पसन नियम से नदी के अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए ।

A river is 80 meter wide. From one end of the river at a distance x the depth d is given by the following table -

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80
d	0	4	7	9	12	15	14	8	3

Fine the approximate area of cross section of river by Simpson's rule.

प्रश्न 28:— एक प्रक्षेप्य कोण α के उत्थान से \odot से प्रक्षिप्त किया गया है । t सेकेण्ड पश्चात इसकी स्थिती \odot से देखने पर कोण β के उत्थान पर देखी जाती है । सिद्ध कीजिए कि

इसका प्रारंभिक वेग $\frac{gt \cos \beta}{2 \sin(\alpha - \beta)}$ होगा । (5)

A projectile started from O at an elevation α . After t seconds its position appeared to an elevation β as seen from O . Prove that the initial velocity was $\frac{gt \cos \beta}{2 \sin(\alpha - \beta)}$

अथवा (OR)

एक बिन्दु पर कोण θ बनाते हुए क्रिया कर रहे दो बल P और Q का परिणामी बल R है । उसी कोण पर क्रिया कर रहे बल $2P$ और Q का परिणामी बल $2R$ है और $180^\circ - \theta$ कोण पर क्रिया कर रहे बल P और $2Q$ का परिणामी बल $2R$ है तो सिद्ध कीजिए कि $5P^2 = 15Q^2 = 6R^2$

Two forces P and Q acting on a point with an angle θ and their resultant be R . The resultant of forces $2P$ and Q making the same angle is $2R$ making an angle $180^\circ - \theta$ gives the resultant $2R$, then prove that $5P^2 = 15Q^2 = 6R^2$

खण्ड " इ "

Section " E "

प्रश्न 29:- सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log_e (\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \log_e 2$ (6)

prove that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log_e (\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \log_e 2$

अथवा (OR)

समाकलन की सहायता से उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(-1,1), (0,5)$ तथा $(3,2)$ है ।

Using integration, find the area of triangle whose vertices are $(-1,1), (0,5)$ and $(3,2)$

प्रश्न 30:— समतल $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) = 18$ के द्वारा गोला $|\vec{r}| = 10$ से काटे गए वृत्तीय खण्ड की त्रिज्या ज्ञात कीजिए । (6)

Find the radius of the circular section of the sphere $|\vec{r}| = 10$ by the plane $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) = 18$

अथवा (OR)

सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ –

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ और}$$

$\vec{r} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) + \mu(3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$ प्रतिच्छेदित करती है, अर्थात् समतलीय है । प्रतिच्छेद बिन्दु भी ज्ञात कीजिए ।

Prove that the lines, $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ and

$\vec{r} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) + \mu(3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$ intersect i.e coplanar. Also find the point of intersection.

-----XX-----