વિષય : ગણિત (028)

મોડેલ પ્રશ્નપત્ર - 3

પ્ર-1. (અ) ΔXYZ માં $XZ^2 + YX^2 = YZ^2$ હોય તો સાબિત કરો કે $\angle X$ એ કાટખૂણો છે. **4**

(બ) નીચેના પૈકી કોઈપણ બેનાં ઉત્તર આપો. 6

(1) સાદુરૂપ આપો : $\dfrac{a^2+b^2}{ab} - \dfrac{a^2}{ab+b^2} - \dfrac{b^2}{ab+a^2}$

(2) $(a + m)(b^2 - c^2) + (b + m)(c^2 - a^2) + (c + m)(a^2 - b^2)$ નાં અવયવ પાડો.

(3) $(a + b + c)(ab + bc + ca) - abc$નાં અવયવ પાડો.

(ક) કોઈપણ બેનાં અવયવ પાડો. 4

(1) $(x + y)^3 - (x - y)^3 - 2y^3 - 3y^2$

(2) $(x - y)^2 - (1 - xy)^2$

(3) $(x^2 - 3x)(x^2 - 3x - 2) - 8$

(ડ) કોઈપણ એક દાખલો ગણો. 2

(1) $\left(\dfrac{x-1}{x-3}\right)\left(\dfrac{1}{x-1}-1\right)\left(\dfrac{1}{x-2}-1\right)$ નું સરળ રૂપ આપો.

(2) $\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \dfrac{41}{9}$ હોય તો $\dfrac{x^3+y^3}{x^3-y^3}$ ની કિંમત શોધો.

(ઈ) યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો. 4

(1) ગણ $\{x / a \le x \le b, x \in R\}$ ને અંતરાલ સ્વરૂપમાં......... લખાય. ($[a, b]$, $(a, b]$, $[a, b)$)

(2) $f: N \to R^+$, $f(x) = \sqrt{x^2-9}$ હોય તો $f(6)$ = ... (5, 6, $3\sqrt{3}$)

(3) મેમરી યુનિટએ .... વિભાગનો ઘટક છે. (CPU, IPD, OPD)

(4) કમ્પ્યુટર એક સેકન્ડમાં આશરે..... સરવાળા કરી શકે છે. (10^5, 10^4, 10^3)

પ્ર-2 (અ) સાબિત કરો કે એક જ વર્તુળમાં એકરૂપ જીવાઓ વર્તુળનાં કેન્દ્રથી સરખા અંતરે આવેલી હોય છે. 4

(બ) નીચેનાં પૈકી ગમે તે બેનાં ઉત્તર આપો. 6

(1) જો a, b, c અને d પ્રમાણમાં હોય તો સાબિત કરો કે $\dfrac{a^3+b^3+c^3+d^3}{a^{-3}+b^{-3}+c^{-3}+d^{-3}} = (ad)^3$

(2) જો $\dfrac{b}{a-c} = \dfrac{a+c-d}{2d}$ હોય તો સાબિત કરો કે $\dfrac{a+b-c}{c+d+a} = \dfrac{a-c}{2d}$

(3) એક કર્મચારીનો માસિક પગાર અંશતઃ અચળ અને અંશતઃ તેની નોકરીના વર્ષની સંખ્યાના સમચલનમાં છે. 5 વર્ષની નોકરી પછી તેનો પગાર રૂા. 4325 થાય છે. 8 વર્ષની નોકરી પછી પગાર રૂા. 4700 થાય છે. તેનો શરૂઆતનો પગાર કેટલો હશે ?

(ક) નીચેનાં પ્રશ્નો પૈકી ગમે તે બે ગણો. **4**

(1) એક માહિતીના અવલોકનો $\frac{x}{4}, \frac{x}{2}, x, \frac{x}{3}, \frac{x}{5}$ છે. જો માહિતીનો મધ્યસ્થ 5 હોય તો ની x કિંમત શોધો. (x>0)

(2) 10 અવલોકનોનો મધ્યક 12.4 છે. તેમાં ભૂલથી બે અવલોકનોનો 16 અને 18 ને બદલે 6 અને 8 લેવાઈ ગયા છે. તો સુધારેલો મધ્યક શોધો.

(3) એક માહિતીના અવલોકનોની ચડતા ક્રમમાં ગોઠવણી 17, 36, x, y, 73, 89 છે. જો માહિતીનો મધ્યસ્થ 50 હોય તો માહિતીનો મધ્યક શોધો.

(ડ) કોઈપણ એક ગણો. **2**

(1) વિધેય $f : Z \rightarrow Z, f(x) = |x| + 1$ હોય તો f નો વિસ્તાર શોધો.

(2) વિધેય $f : A \rightarrow N, f(x) = 2x - 3$ નો વિસ્તાર {5, 9} હોયતો પ્રદેશ શોધો.

(ઈ) યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પુરો. **4**

(1) $\frac{1}{x+\sqrt{2}} = \frac{p(x)}{x^2-2}$ હોય તો P(x) = ... $\left(x+\sqrt{2},\ x-\sqrt{2},\ 1\right)$

(2) $\frac{2x}{3y} = \frac{5}{8}$ હોય તો $\frac{4x}{5y}$ = ... $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}\right)$

(3) $x \propto$ y અને $\sqrt{y} \propto \frac{1}{z^2}$ હોય તો $x \propto$ .... $\left(z^4, \frac{1}{z^4}, \frac{1}{z^2}\right)$

(4) $\cot\theta + \tan\theta = 2$ તથા $0 < \theta < 90^0$ હોય તો θ = ... ($30^0, 45^0, 60^0$)

પ્ર-3 (અ) અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત ખૂણો કાટખૂણો હોય છે તેમ સાબિત કરો. **4**

(બ) નીચેનાં પ્રશ્નો પૈકી ગમે તે બેનાં ઉત્તર આપો. **6**

(1) એક મિનારાનાં પાયામાંથી પસાર થતી રેખા પર મિનારાની એકજ બાજુએ આવેલા બે બિંદુઓ અનુક્રમે a અને b અંતરે આવેલાં છે જો આ બિંદુઓથી મિનારાની ટોચ આગળનાં ઉત્સેધકોણ એકબીજાનાં કોટિકોણ હોય તો મિનારાની ઉંચાઈ $\sqrt{ab}$ છે તેમ સાબિત કરો.

(2) એક શંકુ આકારનાં કાપડનાં તંબુનાં પાયાની ત્રિજ્યા 3.5 મીટર અને ઉંચાઈ 12 મીટર છે. જો કાપડ લગાડવાનો મજુરી ખર્ચ દર ચો.મીટરે રૂા. 2 હોય તો કાપડ લગાવવાનો ખર્ચ કેટલો થાય ?

(3) સોનાનાં એક ગોળ ચંદ્રકની ત્રિજ્યા 4 સે.મી. અને જાડાઈ 0.5 સે.મી છે. આ ચંદ્રકને પીગાળીને તેમાંથી 2 મિ.મીની ત્રિજ્યાવાળા ગોળ મણકા બનાવવા છે. તો આવા કેટલા મણકા બનશે ?

(ક) નીચેનાં પ્રશ્નો પૈકી ગમે તે બે ગણો. **4**

(1) $4\tan^2 30^0 + \text{cosec}^2 45^0 - \frac{1}{3}\sin^4 45^0$ ની કિંમત શોધો.

(2) $(1-\tan\theta)^2 + (1-\cot\theta)^2 = (\sec\theta - \text{cosec}\,\theta)^2$ સાબિત કરો.

(3) $\frac{(\sec\theta - \tan\theta)^2 + 1}{\sec\theta - \tan\theta} = 2\sec\theta$ સાબિત કરો.

(ડ) કોઈપણ એક ગણો. **2**

(1) $\sqrt{2}\sec^3 45^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\tan^5 60^0 - 6\,\text{cosec}^2 60^0$ ની કિંમત શોધો.

(2) x નો ઘન y નાં વર્ગમૂળના વ્યસ્ત ચલનમાં છે જ્યારે y = 9 હોય ત્યારે $x = 2$ થાય છે. તો જ્યારે $y = \frac{1}{81}$ હોય ત્યારે x ની કિંમત શોધો.

(ઈ) માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. **4**

(1) વ્યાખ્યા આપો : સંલગ્ન રેખાખંડ

(2) વ્યાખ્યા આપો : ત્રિકોણનું મધ્યકેન્દ્ર

(3) $x^2 - \frac{kx}{2} + k = 0\ (k \neq 0)$ ને R માં બે સમાન ઉકેલ હોય તો K ની કિંમત શોધો.

(4) $(2x - 3)(3x - 2) = ax^2 + bx + c$ હોય તો c ની કિંમત શોધો.

પ્ર-4 (અ) ΔABC માં $\angle B$ કાટખૂણો અને $\overline{AD}$ મધ્યગા છે તો સાબિત કરો કે $AC^2 = AD^2 + 3CD^2$ **4**

(બ) ગમે તે બે પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો. **6**

(1) $\frac{x^3 + 27}{x^2 - 2x - 15} \div \left(\frac{x^2 - 9}{x^3 - 27} \div \frac{x^2 - 25}{x^4 + 9x^2 + 81} \right)$ નું સાદુરૂપ આપો.

(2) એક સમતોલ પાસાની છ બાજુઓને 1 થી 6 વડે અંકિત કરવામાં આવી છે. આ પાસાને 50 વખત ઉછાળતા નીચેની માહિતી પ્રાપ્ત થઈ. જો માહિતીનો મધ્યક 3.6 હોય તો ખૂટતી આવૃત્તિઓ શોધો.

સંખ્યા	1	2	3	4	5	6
આવૃત્તિ	a	9	11	b	10	7

(3) 100 વ્યક્તિઓની ઉંમરનું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે તો માહિતીનો મધ્યસ્થ શોધો.

ઉંમર (વર્ષમા)	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79
આવૃત્તિ	15	16	38	15	9	7

(ક) ગમે તે બે પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો. **4**

(1) ΔPQR માં $\angle Q$ કાટખૂણો છે જો PQ = 5 અને QR = 12 હોય તો ΔPQRનાં અંતઃવૃતની ત્રિજ્યા શોધો.

(2) $\odot$(P, 10) ની $\overline{AB}$ એક જીવા છે. જો AB = 19.2 હોય તો P થી $\overline{AB}$ નું લંબઅંતર કેટલું થાય ?

(3) એક વર્તુળની બે ભિન્ન જીવાઓ $\overline{AD}$ અને $\overline{BC}$ તેમનાં અંત્યબિંદુઓ સિવાયનાં બિંદુ M માં પરસ્પર કાટખૂણે છેદે છે જો $m\angle BAM = 35$ હોય તો, $m\angle ADC$ શોધો.

(ડ) ગમે તે એકનો ઉત્તર આપો. **2**

(1) દ્વિઘાત સમીકરણ $ax^2 + bx + c = 0, (a, b \neq 0)$ નાં બીજ $\frac{3}{4}$ અને $\frac{4}{3}$ હોય તો $a + b + c$ મેળવો.

(2) $(a - 3)^2 + (b - 2)^2 + (c - 1)^2 = 0$ હોય તો abc ની કિંમત શોધો.

(ઇ) માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. **4**

(1) વ્યાખ્યા લખો : વર્તુળનો સ્પર્શક

(2) r ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળનાં લઘુવૃતખંડનું ક્ષેત્રફળ શોધવાનું માત્ર સૂત્ર લખો.

(3) વ્યાખ્યા લખો : વર્તુળની ત્રિજ્યા

(4) 8 સે.મી બાજુવાળા ધાતુનાં સમઘનમાંથી 2 સે.મી. બાજુવાળા કેટલા સમઘન બને ?

પ્ર-5 (અ) $\overline{AB}$ આપેલ છે. $\overline{AB}$ પર 75^0ના માપનો ખૂણો બનાવતાં વૃતખંડનું ચાપ રચો અને રચનાનાં મુદ્દા લખો. **4**

(બ) ગમે તે બે દાખલા ગણો. **6**

(1) $\sqrt{80}x^2 - 13x + \sqrt{20} = 0$ નો ઉકેલ R માં મેળવો.

(2) બે અયુગ્મ ક્રમિક સંખ્યાઓનો ગુણાકાર તેમનાં વર્ગોનાં સરવાળા કરતાં 67 જેટલો ઓછો છે. તો તે સંખ્યાઓ શોધો.

(3) જો $4x^2 + 9y^2 \propto xy$ હોય તો સાબિત કરો કે $3x + 2y \propto 3x - 2y$

(ક) ગમે તે બે દાખલા ગણો. **4**

(1) ΔABC ની મધ્યગા $\overline{AD}$ છે. જો AB = 5, AC = 7 અને BC = 10 હોયતો AD શોધો.

(2) ΔABC માં $\angle A$ નો દ્વિભાજક $\overrightarrow{AD}$ છે. જેથી B-D-C થાય, જો AB = 6, BD = 5, BC = 9 હોયતો AC શોધો.

(3) $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$ છે. જો ΔABC નું ક્ષેત્રફળ 18, ΔXYZ નું ક્ષેત્રફળ 32 અને AB=6 હોય તો XY શોધો.

(ડ) ગમે તે એખ દાખલો ગણો. **2**

(1) સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD માં $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ છે. $\overline{AC}$ અને $\overline{BD}$ નું છેદબિંદુ P છે. જો PD = 2, AP = 3 અને AC = 9 હોય તો BPનું માપ શોધો.

(2) એક નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $16\pi h$ ચો. એકમ હોય તો નળાકારની ત્રિજ્યા શોધો.

(ઇ) $\square$ ABCD ની બાજુઓ $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ અને $\overline{DA}$ વર્તુળને અનુક્રમે P, Q, R, S માં સ્પર્શે છે. **4**

સાબિત કરો કે AB + CD = AD + BC

અથવા

(ઇ) નીચેનાં પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો. **4**

(1) એક વર્તુળની એક જીવાની લંબાઈ 48 છે. તેનું કેન્દ્રથી અંતર 7 છે. તો વર્તુળનો વ્યાસ શોધો.

(2) ચક્રિય ચતુષ્કોણ ABCDમાં $4m\angle A - 5m\angle C = 90$ હોયતો $m\angle A$ શોધો.

(3) $\square^m$ABCD જો ચક્રીય હોય તો $m\angle R$ શોધો.

(4) 2 સે.મી. ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળને પરિગત ચોરસની પરિમિતી શોધો.