

050(G)
(MARCH, 2009)

Time : 3.00 Hours]

[Maximum Marks : 100

સૂચનાઓ :-

- (1) બધા જ પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.
- (2) પ્રશ્નની સામે આપેલ સૂચના મુજબ જ તમારા ઉત્તર લખો.
- (3) નવો વિભાગ નવા પાનથી શરૂ કરો.

SECTION - A

□ નીચે આપેલા 1 થી 15 કે જે બહુ વૈકલ્પિક પ્રશ્નો જે 1-1 ગુણના છે. તે પ્રત્યેકના ઉત્તરો માત્ર સાચા જવાબોનો માત્ર અનુક્રમ (A) or (B) or (C) or (D) દ્વારા જ આપો.

15

1. રેખાઓ $x = 1$ અને $\sqrt{3}x + y - 4 = 0$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ છે.

- | | |
|----------------------|---------------------|
| (A) $\frac{2\pi}{3}$ | (B) $\frac{\pi}{6}$ |
| (C) $\frac{7\pi}{6}$ | (D) $\frac{\pi}{2}$ |

2. રેખાઓ $5x - ky - 7 = 0$ અને $2x + 3y + 5 = 0$ પરસ્પર લંબ હોય તો $k = \dots\dots$ થાય.

- | | |
|---------------------|--------------------|
| (A) $-\frac{10}{3}$ | (B) $\frac{10}{3}$ |
| (C) $-\frac{15}{2}$ | (D) $\frac{15}{2}$ |

3. વર્તુળ $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$ ના કોઈ વ્યાસને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ..... છે.

- | | |
|------------------|------------------------------|
| (A) $2x + y = 5$ | (B) $(x - 2) + (y - 3) = 25$ |
| (C) $x + y = 5$ | (D) $x + 2y = 10$ |

4. $y^2 = 12x$ નું પ્રચલ સમીકરણ..... છે. ($t \in \mathbb{R}$).

- | | |
|------------------|------------------|
| (A) $(6t, 3t^2)$ | (B) $(4t^2, 3t)$ |
| (C) $(4t^2, 8t)$ | (D) $(3t^2, 6t)$ |

5. $x^2 - y^2 = 1$ ના અનંત સ્પર્શકો વચ્ચેના ખૂણાનું માપ છે.

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$
(C) $\frac{\pi}{2}$ (D) 0

6. $\bar{x} = (2, 0)$, $\bar{y} = (3, 0)$ તો $|\bar{x} + \bar{y}|$ $|\bar{x}| + |\bar{y}|$.

- (A) = (B) <
(C) > (D) એકપણ નહીં.

7. \bar{i} નો \bar{j} ની દિશામાં પ્રક્ષેપ છે.

- (A) \bar{o} (B) \bar{i}
(C) \bar{j} (D) \bar{k}

8. $\frac{x-1}{c} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{4}$ તથા $\frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{c}$ ની દિશા સમાન હોય,

તો $c =$

- (A) -2 (B) 2
(C) 4 (D) -4

9. ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$ ની ત્રિજ્યા છે.

- (A) 4 (B) $\sqrt{2}$
(C) 2 (D) $\sqrt{13}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt[3]{2} - 1) =$

- (A) $\log_2 x$ (B) $\log_2 e$
(C) $\log_e 2$ (D) $\log_e x$

11. જો $x = 3t^2 - 6t + 5$ હોય, તો $v = 0$ થાય ત્યારે $t =$

- (A) 0 (B) 1
(C) 5 (D) -1

12. ગોલકના ઘનફળનો તેના પૃષ્ઠફળની સાપેક્ષ વૃદ્ધિ દર થાય.

- (A) $2r$ (B) $r/2$
(C) $r/4$ (D) $r/3$

13. $\int \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = \dots\dots\dots + c.$

- (A) $(x - \cos x)$ (B) $(x + \sin x)$
(C) $(x + \cos x)$ (D) $(x - \sin x)$

14. $y = \tan x$, X અક્ષ, $x = 0$ અને $x = \pi/4$ વડે સીમિત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ એકમ છે.

- (A) $2 \log 2$ (B) $\frac{1}{2} \log 2$
(C) $\log 2$ (D) 1

15. વિકલ સમીકરણ $\sqrt[3]{\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ ની કક્ષા અને પરિમાણ છે.

- (A) 4, 4 (B) 2, 4
(C) 4, 2 (D) 2, 2

SECTION - B

□ નીચે આપેલા 16 થી 30 પ્રશ્નો છે કે જે દરેકના 1-1 ગુણ છે, તેના ટૂંકમાં જવાબ લખો.

15

16. જેના પ્રચલ સમીકરણ $x = 2t + 1$ અને $y = 1 - t$, $t \in \mathbb{R}$ હોય તેવી રેખા પર બિંદુ $P(a, b)$ એવું શોધો કે જેથી $a + b = 1$ થાય.

17. વર્તુળના પ્રચલ સમીકરણ $x = -1 + 2 \sin \theta$ અને $y = 1 + 2 \cos \theta$, $\theta \in (-\pi, \pi)$ હોય, તો તેનું કાર્તેઝીય સમીકરણ મેળવો.

18. પરવલય $y^2 = -8x$ માટે નાભિ લંબની લંબાઈ તથા નાભિ લંબના અંત્ય બિંદુઓના યામ મેળવો.

19. ઉપવલય $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$ ના બિંદુ $(-6, 4)$ આગળ ઉલ્ટેન્દ્રીકોણ મેળવો.

અથવા

જેના શિરોબિંદુઓ $(\pm 5, 0)$ અને નાભિઓ $(\pm 4, 0)$ હોય તેવા ઉપવલયનું સમીકરણ મેળવો.

20. $\vec{x} = (3, 0, -4)$ ના દિક્ ખૂણાઓ શોધો.

21. સદિશો $(1, 3, 1)$ અને $(2, 6, -2)$ ની દિશા સમાન, વિરુદ્ધ કે ભિન્ન છે, તે નક્કી કરો.

22. બળ $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ થી કણનું $3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$ જેટલું સ્થાનાંતર થાય તો થતું કાર્ય શોધો.

23. P(1, 2, 3) થી રેખા $\frac{x-6}{3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-7}{-2}$ નું લંબઅંતર મેળવો.

24. $(3, 4, 2)$, $(2, 2, -1)$ તથા $(7, 0, 6)$ માંથી પસાર થતું સમતલનું સમીકરણ મેળવો.

25. $\frac{d}{dx}(x^x)$ મેળવો.

26. $\frac{d}{dx}\left(\sin^{-1} \frac{x}{a}\right)$ મેળવો. $a \neq 0$

27. $\int_{-1}^1 \sin^3 x \cos^4 x dx$ મેળવો.

અથવા

$\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx$ નું મૂલ્ય મેળવો.

28. $\int [e^{a \log x} + e^{x \log a}] dx$ મેળવો.

29. વક્ર $x = y$, X-અક્ષ અને રેખાઓ $x = 2$ અને $x = 3$ વડે ઘેરાયેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

30. રેખાઓની સંહિતિ $y = mx + c$ (m, c સ્વૈર અચળ) ને દર્શાવતું વિકલ સમીકરણ મેળવો.

SECTION - C

□ નીચે આપેલા 31 થી 40 પ્રશ્નો છે કે જે દરેકના 2-2 ગુણ છે. તેના માંગ્યા મુજબ જવાબ લખો. 20

31. ત્રિકોણના બે શિરોબિંદુઓ (1, -6) તથા (-5, 2) છે. ત્રિકોણનું મધ્યકેન્દ્ર (-2, 1) હોય, તો તે ત્રિકોણના ત્રીજા શિરોબિંદુના યામ શોધો તથા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

અથવા

સાબિત કરો કે સમભુજ ત્રિકોણના ત્રણેય શિરોબિંદુઓના યામ સંમેય સંખ્યા ન હોય શકે.

32. પરવલય $y^2 = 12x$ નો $y = x + 3$ સ્પર્શક છે. તેમ સાબિત કરો તથા સ્પર્શબિંદુના યામ મેળવો.

33. બે બિંદુઓ P અને Q ના ઉત્કેન્દ્રીય કોણના માપનો તફાવત $\frac{\pi}{2}$ હોય અને \overleftrightarrow{PQ} અક્ષો પર અનુક્રમે

c અને d અંતઃ ખંડો કાપે તો સાબિત કરો $\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{d^2} = 2$, P તથા Q ઉપવલયના બિંદુઓ છે.

34. લંબાતિવલય $x^2 - y^2 = 9$ ના બિંદુ (5, 4) આગળ સ્પર્શક તથા અનંત સ્પર્શકો વડે રચાયેલા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

35. L : $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ તથા M : $\frac{x}{2} = \frac{z+3}{3}; y = -1$

એ બે રેખાઓના છેદગણ શોધો.

36. ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ તથા $2x + 2y + z = 12$ છેદથી બનતા વર્તુળની ત્રિજ્યા તથા કેન્દ્ર શોધો.

37. $y = (\tan x)^x + x^{\tan x}$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

38. વક્રો $x^2 y = 1$ તથા $a^5 y = x^3$ પરસ્પર લંબચ્છેદી હોય, તો સાબિત કરો કે $a^6 = 6$.

39. જે પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થનો પ્રારંભિક વેગ 28 મી. / સે. હોય અને સમક્ષિતિજ વિસ્તાર 40 મી. હોય, તો પ્રક્ષેપણ કોણ શોધો.

અથવા

તાત્કાલિક ઝડપ 22 મી. / સે. પ્રવેગ અચળ છે. પદાર્થ 60 સેકન્ડમાં 10320 મી. અંતર કાપે, તો પ્રવેગ શોધો.

40. $\int \tan^3 x \, dx$ મેળવો.

અથવા

$$\int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x} \, dx \text{ મેળવો.}$$

SECTION - D

- નીચે આપેલા 41 થી 50 પ્રશ્નો છે કે જે દરેકના 3-3 ગુણ છે. તેના માંગ્યા મુજબ જવાબ લખો. 30

41. A(1, 2) અને B(2, 1) ને જોડતા રેખાખંડના A તરફથી n સમાન ભાગ કરતાં બિંદુઓના યામ મેળવો તથા તે પરથી ત્રિભાગ બિંદુઓના યામ મેળવો.

42. (1, -2) અને (4, -3) માંથી પસાર થતા અને જેનું કેન્દ્ર $3x + 4y = 7$ રેખા પર હોય તેવા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.

અથવા

વર્તુળો $x^2 + y^2 - 4x = 0$ અને $x^2 + y^2 - 6y = 0$ ની સામાન્ય જીવાને વ્યાસ તરીકે લઈ દોરેલા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.

43. (1, -1, 0) તથા (0, 1, 1) સાથે $\frac{\pi}{3}$ માપનો ખૂણો બનાવ તો એકમ સદિશ શોધો.

44. સમભુજ ત્રિકોણ માટે મધ્ય કેન્દ્ર તથા અંતકેન્દ્ર એકજ છે. તેમ બતાવો તથા તે પરથી

A(6, 4, 6), B(12, 4, 0) અને C(4, 2, -2) હોય, તો ΔABC નું અંતકેન્દ્ર મેળવો.

(સદિશના ઉપયોગથી)

45. $(2, -1, 2)$ માંથી સમતલ $2x - 3y + 4z = 44$ પરના લંબપાદ યામ, લંબરેખાનું સમીકરણ મેળવો.

અથવા

સમતલો $3x - 4y + 5z = 10$ તથા $2x + 2y - 3z = 4$ ની છેદ રેખા માંથી પસાર થતા $x = 2y = 3z$ રેખાને સમાંતર સમતલનું સમીકરણ શોધો.

46. પાણીની એક ટાંકી ઊંધાં શંકુ આકારની છે. તેની ત્રિજ્યા 10 cm અને ઊંચાઈ 20 cm છે. ટાંકીમાં $5 \text{ cm}^3 / \text{second}$ ના નિયત દરથી પાણી ઠાલવવામાં આવે છે. જ્યારે પાણીની ઊંચાઈ 15 cm હોય ત્યારે ઊંચાઈ વધવાનો દર શોધો.

અથવા

સાબિત કરો કે $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ ના કોઈપણ સ્પર્શકના અક્ષો વચ્ચે કપાયેલા ભાગની લંબાઈ અચળ છે. ($a > 0$)

47. $\int_{-1}^2 |2x-1| dx$ મેળવો.

48. વક્ર $y = x^2$ અને $y = x + 2$ વચ્ચેના પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

અથવા

વક્રો $y^2 = 4x$ અને $x^2 = 4y$ વચ્ચેના સીમિત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

49. $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = e^x$ ઉકેલો.

50. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^x - (a+1)^x + 1}{x-1}$ શોધો.

SECTION - E

□ નીચે આપેલા 51 થી 54 પ્રશ્નો છે કે જે દરેકના 5-5 ગુણ છે. તેના માંગ્યા મુજબ જવાબ લખો. 20

51. રેખાઓ $x + y = 6$, $2x + y = 4$ તથા $x + 2y = 5$ થી બનતા ત્રિકોણના પરિવૃત્તનું સમીકરણ મેળવો.

અથવા

ચોરસ ABCD શિરો બિંદુઓ A(-1, 3) અને B(2, -2) તો C અને D યામ મેળવો.

52. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{\pi} - \sqrt{\cos^{-1} x}}{\sqrt{x+1}}$ મેળવો.

53. જો $2x = y^{1/m} + y^{-1/m}$; $x \geq 1$ તો સાબિત કરો કે $(x^2 - 1)y_2 + xy_1 = m^2 y$.

54. $\int \cos 2x \cdot \cos 4x \cdot \cos 6x \, dx$ મેળવો.

અથવા

$\int (4x+3)\sqrt{x^2-4x+13} \, dx$ મેળવો.

2.

29.

30.

050

050(G)

[8]

200