

FC-13

March-2007

Advance Statistics (Subsidiary)**Paper-I****(New Course)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 70**

- સૂચના : (i) બધા જ પ્રશ્નના ગુણ સરખા છે.
(ii) જમણી બાજુના અંક ગુણ દર્શાવે છે.
(iii) સાદા ગણનયંત્રનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

1. (a) બિંદુ $x = a$ આગળ વિધેયના સાતત્યની વ્યાખ્યા આપો. (4)
(b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)
(i) જો $f(x) = 2x^2 + \frac{1}{x}$ હોય તો $f(x) + f(-x)$ ની કિંમત મેળવો.
(ii) એક વસ્તુના x એકમોનું ઉત્પાદન ખર્ચનું વિધેય $(C) = 3x + 240$ છે અને એકમદીઠ વેચાણ કિંમત રૂા. 6 હોય તો સમતૂટ બિંદુ શોધો. જો રૂા. 600 નફો મેળવવો હોય તો કેટલા એકમો બનાવવા જોઈએ ?
(c) નીચેનાનું લક્ષ મેળવો (ગમે તે બે) : (4)
(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 - x - 1}$
(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x + 3}$
(iii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$
(iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + 2)(x^2 + 1)}{2x^3 + 1}$

અથવા

- (a) લક્ષના નિયમો જણાવો. (4)
(b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)
(i) વિધેય $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$ માટે બિંદુ $x = 1$ આગળ સાતત્યની ચર્ચા કરો.
(ii) બિંદુ $x = 1$ આગળ નીચેના વિધેયનું સાતત્ય ચકાસો

$$f(x) = 3x \quad , \quad \text{જ્યાં } 0 \leq x < 1.$$

$$= 3 \quad , \quad \text{જ્યાં } x = 1.$$

$$= 6 - 3x \quad , \quad \text{જ્યાં } 1 < x \leq 2.$$

(c) નીચેના વિધેયોનું x ના સાપેક્ષમાં વિકલન કરો (ગમે તે બે) : (4)

(i) $y = \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 3x + 2}$

(ii) $y = x^2 \cdot \log x$

(iii) $y = (x^2 + 2x + 5)^3$

(iv) $y = 11 + x + x^2 + \frac{3}{x}$

2. (a) nP_r ની વ્યાખ્યા આપી સાબિત કરો કે $nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ (4)

(b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

(i) $\sum_{i=1}^{10} i(i+5)$ ની કિંમત મેળવો.

(ii) $2.5 + 5.8 + 8.11 + \dots$ ના n -પદોનો સરવાળો શોધો.

(c) $(x-3y)^7$ ના વિલીરણમાં ચોથું પદ શોધો. (4)

અથવા

(a) દ્વિપદી પ્રમેયનું સૂત્ર લખો અને તેનાં લક્ષણો જણાવો. (4)

(b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

(i) $nC_5 : nC_2 = 28 : 5$ હોય તો n ની કિંમત મેળવો.

(ii) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^4 + (\sqrt{6} - \sqrt{2})^4$ ની કિંમત મેળવો.

(c) ગાણિતીય અનુમાનના સિદ્ધાંતથી સાબિત કરો કે : (4)

$$1.3 + 2.5 + 3.7 + 4.9 + \dots + n(2n+1) = \frac{n(n+1)(4n+5)}{6}$$

3. (a) કેન્દ્રીય પ્રઘાતોની વ્યાખ્યા આપો અને આવૃત્તિ વિતરણની વિષમતા તેમજ ઘંટાકારતા મેળવવાનાં સૂત્રો જણાવો. (4)

(b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

(i) જો $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ અને $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ હોયતો $P(A \cup B)$, $P(A' \cap B')$ અને $P(A'/B')$ મેળવો.

(ii) એક ફેક્ટરીમાં ત્રણ મશીનો A, B અને C કુલ ઉત્પાદનના 15%, 55% અને 30% વસ્તુઓ દરરોજ બનાવે છે. તે મશીનો અનુક્રમે 4%, 5% અને 6% ખામીવાળી વસ્તુઓ બનાવે છે. ઉત્પાદન પ્રક્રિયામાંથી યદ્યચ્છ રીતે એક વસ્તુ લેવામાં આવે છે જે ખામીવાળી જણાય છે. તો તે વસ્તુ મશીન A દ્વારા ઉત્પાદિત થઈ હોય તેની સંભાવના શોધો.

- (c) એક ડબ્બામાં ૫ ટિકિટો છે તેના ઉપર અનુક્રમે 1, 1, 2, 2 અને 3 અંક લખેલા છે. તેમાંથી ૨ ટિકિટો લેવામાં આવે છે. તો ટિકિટ ઉપર મળતા અંકોના સરવાળાની અપેક્ષિત કિંમત મેળવો. (4)

અથવા

- (a) ગાણિતીય અપેક્ષાની વ્યાખ્યા આપો. ગાણિતીય અપેક્ષાના ગુણધર્મો લખો. (4)
 (b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

- (i) એક યદૃચ્છ ચલ X નું સંભાવના વિતરણ $P(X)$ નીચે પ્રમાણે છે :

$$P(X) = K \cdot X^3, \text{ જ્યાં } X = 1, 2, 3.$$

અચળાંક K ની કિંમત મેળવો. X ની અપેક્ષિત કિંમત મેળવો.

- (ii) એક આવૃત્તિ વિતરણમાં ૩ની આજુબાજુની પ્રથમ ચાર પ્રઘાતો 1, 3, 7 અને 20 છે. તો કેન્દ્રિય પ્રઘાતો મેળવો.

- (c) ત્રણ વિવેચકો સ્વતંત્ર રીતે કોઈ એક પુસ્તક વિષે સારો અભિપ્રાય આપે તેનું પ્રમાણ 3 : 5, 2 : 5 અને 3 : 4 છે. તે પુસ્તક વિષે ઓછામાં ઓછા બે વિવેચકો સારો અભિપ્રાય આપે તેની સંભાવના શોધો. (4)

4. (a) પોયસન વિતરણનું સંભાવના વિધેય લખી તેના ગુણધર્મો જણાવો. (4)

- (b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

- (i) દ્વિઘાત સમીકરણ $9x^2 - 30x + 25 = 0$ ના બીજ મેળવો અને બીજના પ્રકાર જણાવો.

- (ii) પોયસન ચલ X માટે મધ્યક 0.64 છે. તો તેનું પ્રમાણિત વિચલન શોધો અને $P(X \geq 1)$ મેળવો. [$e^{-0.64} = 0.5273$]

- (c) એક પેકેટમાં ૩૦ સ્કૂ છે. જેમાં ૫ સ્કૂ ખામીવાળા છે. તે પેકેટમાંથી યદૃચ્છ રીતે ૧૦ સ્કૂ લેવામાં આવે તો તેમાં એકપણ સ્કૂ ખામીવાળો ન હોય તેની સંભાવના શોધો. ઉપરાંત ખામીવાળા સ્કૂનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. (4)

અથવા

- (a) વિવેચક - Δ ને આધારે બીજના પ્રકાર જણાવો. (4)

- (b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

- (i) પોયસન ચલ X માટે $P(X = 3) = 2 \cdot P(X = 4)$ છે. તો $P(X \leq 1)$ મેળવો. [$e^{-2} = 0.1353$]

- (ii) એક જથ્થામાં 40 બલ્બ છે. જેમાં 5 બલ્બ ખામીવાળા છે. જો તે જથ્થામાંથી યદૃચ્છ રીતે એક પછી એક 10 બલ્બ લેવામાં આવે તો તેમાં વધુમાં વધુ એક બલ્બ ખામીવાળો હોય તેની સંભાવના શોધો.

- (c) જો દ્વિઘાત સમીકરણ $2x^2 - 3x + 1 = 0$ નાં બીજ α અને β હોય તો (4)

(i) $\alpha^2 + \beta^2$

(ii) $\alpha^3 + \beta^3$

(iii) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ ની કિંમત શોધો.

5. (a) નિર્ણયના સિદ્ધાંતના સંદર્ભમાં નીચેનાં પદો સમજાવો : (4)
- ઘટના
 - વ્યૂહ
 - વળતર શ્રેણિક
 - પરિસ્થિતિની સંભાવના
- (b) એક વસ્તુની પડતરકિંમત રૂા. 10 છે. તેની વેચાણ કિંમત રૂા. 15 છે. જો તે વસ્તુ ન વેચાય તો દિવસના અંતે રૂા. 8 માં પરત કરવામાં આવે છે. દરરોજની માંગની સંભાવનાનું વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે : (6)

માંગ	0	1	2	3	4
સંભાવના	0.15	0.20	0.35	0.25	0.05

તો દરરોજ કેટલી વસ્તુઓ રાખવી જોઈએ ? વળી સંપૂર્ણ માહિતીનું અપેક્ષિત મૂલ્ય (EVPI) ની કિંમત મેળવો.

- (c) નીચેની યોજના માટે પર્ટ (PERT) નકશો તૈયાર કરો. કટોકટીપૂર્ણ માર્ગ શોધો. (4)

પ્રવૃત્તિ	1-2	2-3	2-4	3-4	3-5	4-5	4-6	5-6
સમય (કલાકમાં)	13	13	12	10	13	17	15	16

અથવા

- (a) પર્ટ (PERT) અને કટોકટીપૂર્ણ માર્ગ (CPM) વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો. (4)
- (b) નીચેની યોજના માટે કટોકટીપૂર્ણ માર્ગ શોધો અને ત્યારબાદ દરેક કાર્ય માટે EFT, LFT અને ફાજલ સમય શોધો : (6)

પ્રવૃત્તિ	1-2	1-3	2-4	3-4	3-5	4-5	5-6
સમય (કલાકમાં)	2	5	4	3	5	6	2

- (c) નીચેના વળતર શ્રેણિક માટે (4)
- ગુરુ-લઘુ સિદ્ધાંત
 - ગુરુ-ગુરુ સિદ્ધાંત
 - હાર્વિયના સિદ્ધાંત (જ્યાં $\alpha = 0.4$) અને
 - લાખ્યાસના સિદ્ધાંત પ્રમાણે શ્રેષ્ઠ વ્યૂહ નક્કી કરો.

	વ્યૂહ	S_1	S_2	S_3	S_4
ઘટના					
E_1		10	40	20	30
E_2		20	12	30	28
E_3		30	20	35	16
E_4		40	30	15	22

Seat No. : _____

FC-13
March-2007
Advance Statistics (Subsidiary)
Paper-I
(New Course)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 70

- Instructions :** (i) All questions carry equal marks.
(ii) Figure to the right hand side indicates marks.
(iii) Use of simple calculator is allowed.

1. (a) Define the continuity of a function at point $x = a$. (4)
(b) Answer the following questions : (6)
(i) If $f(x) = 2x^2 + \frac{1}{x}$, find the value of $f(x) + f(-x)$.
(ii) The cost function of producing x units of an item is $(C) = 3x + 240$ and the selling price per unit is Rs. 6. Find break-even point. Find the number of units to be produced to get profit of Rs. 600.
(c) Find the limits of following (any two) : (4)
(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 - x - 1}$
(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x + 3}$
(iii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$
(iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + 2)(x^2 + 1)}{2x^3 + 1}$

OR

- (a) State the rules of limit. (4)
(b) Answer the following questions : (6)
(i) Discuss the continuity of $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$ at point $x = 1$.
(ii) Verify the continuity of the following function at $x = 1$.
 $f(x) = 3x$, where $0 \leq x < 1$.
 $= 3$, where $x = 1$.
 $= 6 - 3x$, where $1 < x \leq 2$.

(c) Differentiate the following functions with respect to x (any **two**) : (4)

(i) $y = \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 3x + 2}$

(ii) $y = x^2 \cdot \log x$

(iii) $y = (x^2 + 2x + 5)^3$

(iv) $y = 11 + x + x^2 + \frac{3}{x}$

2. (a) Define nP_r . Prove that $nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ (4)

(b) Answer the following questions : (6)

(i) Find the value of $\sum_{i=1}^{10} i(i+5)$

(ii) Find sum of n -terms of the series $2.5 + 5.8 + 8.11 + \dots$

(c) Find the fourth term in the expansion of $(x - 3y)^7$. (4)

OR

(a) Write the formula of Binomial expansion and state its characteristics. (4)

(b) Answer the following questions : (6)

(i) If $nC_5 : nC_2 = 28 : 5$, find the value of n .

(ii) Find the value of $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^4 + (\sqrt{6} - \sqrt{2})^4$

(c) Using principle of mathematical Induction prove that : (4)

$$1.3 + 2.5 + 3.7 + 4.9 + \dots + n(2n + 1) = \frac{n(n+1)(4n+5)}{6}$$

3. (a) Define central moments and state the formula to find coefficients of skewness and kurtosis of a frequency distribution. (4)

(b) Answer the following questions. (6)

(i) If $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, find the value of $P(A \cup B)$, $P(A' \cap B')$ and $P(A'/B')$.

(ii) Three machines A, B and C produces 15%, 55% and 30% of items daily in a factory. The percentage of defective items of these machines are respectively 4%, 5% and 6%. An item is taken at random from the production and is found to be defective. Find the probability that it is produced by machine A.

- (c) There are 5 tickets in a box and number 1, 1, 2, 2 and 3 are written on tickets. Two tickets are taken at random from the box. Find the expected value of the sum of the numbers on the tickets. (4)

OR

- (a) Define mathematical expectation. State the characteristics of the mathematical expectation. (4)

- (b) Answer the following questions : (6)

- (i) Probability distribution $P(X)$ of a random variable X is as follows :

$$P(X) = K \cdot X^3, \text{ where } X = 1, 2, 3.$$

Find the constant K . Find the expected value of X .

- (ii) The first four moments about 3 of a frequency distribution are 1, 3, 7 and 20. Find central moments.

- (c) The opinion in favour of a book given by three critics is in the ratio 3 : 5, 2 : 5 and 3 : 4. Find the probability that at least two will give good opinion about a book. (4)

4. (a) Write the probability mass function of Poisson distribution. State its properties. (4)

- (b) Answer the following questions : (6)

- (i) Obtain roots of the quadratic equation $9x^2 - 30x + 25 = 0$ and state the nature of roots.

- (ii) The mean of a Poisson variate X is 0.64. Find its standard deviation. Find $P(X \geq 1)$. [$e^{-0.64} = 0.5273$]

- (c) There are 30 screws in a packet of which five are defective. If 10 screws are taken at random from the packet, find the probability that none of them is defective. Also find mean and variance of the defective screws. (4)

OR

- (a) State the nature of roots using discriminant Δ . (4)

- (b) Answer the following questions : (6)

- (i) For a Poisson Variate X , $P(X = 3) = 2 \cdot P(X = 4)$. Find $P(X \leq 1)$. [$e^{-2} = 0.1353$]

- (ii) There are 40 bulbs in a lot and 5 of them are defective bulbs. If 10 bulbs are taken one after the other from it, find the probability that at the most one bulb is defective.

- (c) If α and β are the roots of quadratic equation $2x^2 - 3x + 1 = 0$, find the value of (4)

(i) $\alpha^2 + \beta^2$

(ii) $\alpha^3 + \beta^3$

(iii) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$

5. (a) Explain the following terms with reference to decision theory : (4)
- (i) Event
 - (ii) Strategy
 - (iii) Pay-off matrix
 - (iv) Estimate of probability
- (b) The cost price of an item is Rs. 10 and its selling price is Rs. 15. The unsold item can be returned at Rs. 8 at the end of a day. The probability distribution of daily demand is as follows : (6)

Demand	0	1	2	3	4
Probability	0.15	0.20	0.35	0.25	0.05

Decide how many units of an item should be kept daily. Also find Expected value under perfect information (EVPI).

- (c) Prepare PERT chart for the following project and find critical path. (4)

Activity	1 – 2	2 – 3	2 – 4	3 – 4	3 – 5	4 – 5	4 – 6	5 – 6
Time (Hours)	13	13	12	10	13	17	15	16

OR

- (a) Explain the difference between PERT and CPM. (4)
- (b) Find critical path for the following project and then find EFT, LFT and Float time for each activity : (6)

Activity	1 – 2	1 – 3	2 – 4	3 – 4	3 – 5	4 – 5	5 – 6
Time (Hours)	2	5	4	3	5	6	2

- (c) For the following pay-off matrix, decide the best strategy using (4)
- (i) Maxi-min
 - (ii) Maxi-max
 - (iii) Hurwitz's principle ($\alpha = 0.4$) and
 - (iv) Laplace principle.

Strategy Event	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
E ₁	10	40	20	30
E ₂	20	12	30	28
E ₃	30	20	35	16
E ₄	40	30	15	22

FC-13

March-2007

Advance Statistics (Subsidiary)

Paper-I

(Old Course)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 70

- સૂચના : (i) બધા જ પ્રશ્નના ગુણ સરખા છે.
(ii) જમણી બાજુના અંક ગુણ દર્શાવે છે.
(iii) સાદા ગણનયંત્રનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

1. (a) બિંદુ $x = a$ આગળ વિધેયના સાતત્યની વ્યાખ્યા આપો. (4)
(b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

(i) જો $f(x) = 2x^2 + \frac{1}{x}$ હોય તો $f(x) + f(-x)$ ની કિંમત મેળવો.

(ii) એક વસ્તુના x એકમોનું ઉત્પાદન ખર્ચનું વિધેય $(C) = 3x + 240$ છે અને એકમદીઠ વેચાણ કિંમત રૂા. 6 હોય તો સમતૂટ બિંદુ શોધો. જો રૂા. 600 નફો મેળવવો હોય તો કેટલા એકમો બનાવવા જોઈએ ?

- (c) નીચેનાનું લક્ષ મેળવો. (ગમે તે બે) : (4)

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 - x - 1}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x + 3}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)(x^2+1)}{2x^3+1}$

અથવા

- (a) લક્ષના નિયમો જણાવો. (4)
(b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

(i) વિધેય $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$ માટે બિંદુ $x = 1$ આગળ સાતત્યની ચર્ચા કરો.

(ii) બિંદુ $x = 1$ આગળ નીચેના વિધેયનું સાતત્ય ચકાસો

$$f(x) = 3x \quad , \quad \text{જ્યાં } 0 \leq x < 1.$$

$$= 3 \quad , \quad \text{જ્યાં } x = 1.$$

$$= 6 - 3x \quad , \quad \text{જ્યાં } 1 < x \leq 2.$$

(c) નીચેના વિધેયનું x ના સાપેક્ષમાં વિકલન કરો (ગમે તે બે) : (4)

(i) $y = \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 3x + 2}$

(ii) $y = x^2 \cdot \log x$

(iii) $y = (x^2 + 2x + 5)^3$

(iv) $y = 11 + x + x^2 + \frac{3}{x}$

2. (a) nP_r ની વ્યાખ્યા આપી સાબિત કરો કે $nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ (4)

(b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

(i) $\sum_{i=1}^{10} i(i+5)$ ની કિંમત શોધો.

(ii) $2.5 + 5.8 + 8.11 + \dots$ ના n -પદોનો સરવાળો શોધો.

(c) $(x-3y)^7$ ના વિલીરણમાં ચોથું પદ શોધો. (4)

અથવા

(a) દ્વિપદી પ્રમેયનું સૂત્ર લખો અને તેનાં લક્ષણો જણાવો. (4)

(b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

(i) $nC_5 : nC_2 = 28 : 5$ હોય તો n ની કિંમત મેળવો.

(ii) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^4 + (\sqrt{6} - \sqrt{2})^4$ ની કિંમત મેળવો.

(c) ગાણિતીય અનુમાનના સિદ્ધાંતથી સાબિત કરો કે : (4)

$$1.3 + 2.5 + 3.7 + 4.9 + \dots + n(2n+1) = \frac{n(n+1)(4n+5)}{6}$$

3. (a) કેન્દ્રીય પ્રઘાતોની વ્યાખ્યા આપો અને આવૃત્તિ વિતરણની વિષમતા તેમજ ઘંટાકારતા મેળવવાનાં સૂત્રો જણાવો. (4)

(b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

(i) જો $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ અને $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ તો $P(A \cup B)$, $P(A' \cap B')$ અને $P(A'/B')$ મેળો.

(ii) એક ફેક્ટરીમાં ત્રણ મશીનો A, B અને C કુલ ઉત્પાદનના 15%, 55% અને 30% વસ્તુઓ દરરોજ બનાવે છે. તે મશીનો અનુક્રમે 4%, 5% અને 6% ખામીવાળી વસ્તુઓ બનાવે છે. ઉત્પાદન પ્રક્રિયામાંથી યદ્યચ્છ રીતે એક વસ્તુ લેવામાં આવે છે જે ખામીવાળી જણાય છે. તો તે વસ્તુ મશીન A દ્વારા ઉત્પાદિત થઈ હોય તેની સંભાવના શોધો.

- (c) એક ડબ્બામાં ૫ ટિકિટો છે તેના ઉપર અનુક્રમે 1, 1, 2, 2 અને 3 અંક લખેલા છે. તેમાંથી ૨ ટિકિટો લેવામાં આવે છે. તો ટિકિટ ઉપર મળતા અંકોના સરવાળાની અપેક્ષિત કિંમત મેળવો. (4)

અથવા

- (a) ગાણિતીય અપેક્ષાની વ્યાખ્યા આપો. ગાણિતીય અપેક્ષાના ગુણધર્મો લખો. (4)

- (b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

- (i) એક યદૃચ્છ ચલ X નું સંભાવના વિતરણ $P(X)$ નીચે પ્રમાણે છે :

$$P(X) = K \cdot X^3, \text{ જ્યાં } X = 1, 2, 3.$$

અચળાંક K ની કિંમત મેળવો. X ની અપેક્ષિત કિંમત મેળવો.

- (ii) એક આવૃત્તિ વિતરણમાં ૩ની આજુબાજુની પ્રથમ ચાર પ્રઘાતો 1, 3, 7 અને 20 છે. તો કેન્દ્રિય પ્રઘાતો મેળવો.

- (c) ત્રણ વિવેચકો સ્વતંત્ર રીતે કોઈ એક પુસ્તક વિષે સારો અભિપ્રાય આપે તેનું પ્રમાણ 3 : 5, 2 : 5 અને 3 : 4 છે. તે પુસ્તક વિષે ઓછામાં ઓછા બે વિવેચકો સારો અભિપ્રાય આપે તેની સંભાવના શોધો. (4)

4. (a) પોંચસન વિતરણનું સંભાવના વિધેય લખી તેના ગુણધર્મો જણાવો. (4)

- (b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

- (i) સ્કૂના એક ઉત્પાદનમાં કોઈ એક સ્કૂ ખામીયુક્ત (ખામીવાળો) હોવાની સંભાવના $\frac{1}{10}$ છે. તો 400 સ્કૂના જથ્થામાં ખામીયુક્ત સ્કૂની સરેરાશ સંખ્યા તથા તેનું પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

- (ii) પોંચસન ચલ x માટે મધ્યક 0.64 છે. તો તેનું પ્રમાણિત વિચલન શોધો અને $P(x \geq 1)$ મેળવો. [$e^{-0.64} = 0.5273$]

- (c) એક પેકેટમાં 30 સ્કૂ છે. જેમાં 5 સ્કૂ ખામીવાળા છે. તે પેકેટમાંથી યદૃચ્છ રીતે 10 સ્કૂ લેવામાં આવે તો તેમાં એકપણ સ્કૂ ખામીવાળો ન હોય તેની સંભાવના શોધો. ઉપરાંત ખામીવાળા સ્કૂનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. (4)

અથવા

- (a) દ્વિપદી વિતરણનું સંભાવના વિધેય મેળવી તેના ગુણધર્મો જણાવો. (4)

- (b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (6)

- (i) એક પ્રમાણ્ય વિતરણમાં ચતુર્થકો 20.7 અને 39.3 હોય તો મધ્યક અને વિચરણ શોધો.

- (ii) એક જથ્થામાં 40 બલ્બ છે, જેમાં 5 બલ્બ ખામીવાળા છે. જો તે જથ્થામાંથી યદૃચ્છ રીતે એક પછી એક 10 બલ્બ લેવામાં આવે તો તેમાં વધુમાં વધુ એક બલ્બ ખામીવાળો હોય તેની સંભાવના શોધો.

- (c) એક હોટેલનો સરેરાશ દૈનિક નફો ગ્રાહકદીઠ રૂા. 200 અને તેનું પ્રમાણિત વિચલન રૂા. 50 છે. તો વર્ષના 365 દિવસ પૈકી કેટલા દિવસોમાં હોટેલનો નફો રૂા. 150 થી ઓછો થશે ? (4)

$$[z = 1 \text{ માટે ક્ષેત્રફળ} = 0.3413, z = 2 \text{ માટે ક્ષેત્રફળ} = 0.4772]$$

5. (a) નિદર્શ તપાસ અને સમષ્ટિ તપાસ વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો. (5)
- (b) કોઈ એક ચલ લક્ષણના અભ્યાસ માટેની એક સમષ્ટિના અવલોકનો 8, 12, 15, 18 અને 22 છે. તેમાંથી પુરવણી રહિતબબે એકમોનાં નિદર્શો લઈ નીચેનાં પરિણામો ચકાસો : (9)

(i) $E\bar{y} = \bar{Y}$

(ii) $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \times \frac{S^2}{n}$

(iii) $E(s^2) = S^2$.

અથવા

- (a) પદ્ધતિ નિદર્શન પદ્ધતિ સમજાવો. તેમજ તેના ગુણ-દોષ જણાવો. (4)
- (b) એક સમૂહને બે સ્તરમાં વહેંચવામાં આવે છે અને તે બે સ્તરો વિષેની માહિતી નીચે પ્રમાણે છે : (6)

સ્તર	અવલોકનોની સંખ્યા	સ્તરનો મધ્યક	સ્તરનું વિચરણ
1	30	52	15
2	70	48	35

સમષ્ટિનો મધ્યક શોધો. જો દરેક સ્તરમાંથી યાદચ્છિક રીતે 10% નિદર્શ લેવામાં આવે તો સ્તરિત નિદર્શ મધ્યકનું વિચરણ મેળવો.

- (c) એક સમષ્ટિના 10 અવલોકનો અનુક્રમે 18, 20, 23, 25, 28, 29, 21, 26, 28 અને 35 છે તેમાંથી બે કદના પદ્ધતિ નિદર્શો લઈ દર્શાવો કે $E(\bar{y}_{sy}) = \bar{Y}$. (4)

Seat No. : _____

FC-13
March-2007
Advance Statistics (Subsidiary)
Paper-I
(Old Course)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 70

- Instructions :**
- (i) All questions carry equal marks.
 - (ii) Figure to the right hand side indicates marks.
 - (iii) Use of simple calculator is allowed.

1. (a) Define the continuity of a function at point $x = a$. **(4)**
- (b) Answer the following questions : **(6)**
- (i) If $f(x) = 2x^2 + \frac{1}{x}$, find the value of $f(x) + f(-x)$.
 - (ii) The cost function of producing x units of an item is $C = 3x + 240$ and the selling price per unit is Rs. 6. Find break-even point. Find the number of units to be produced to get profit of Rs. 600.
- (c) Find the limits of following (any **two**) : **(4)**
- (i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 - x - 1}$
 - (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x + 3}$
 - (iii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$
 - (iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + 2)(x^2 + 1)}{2x^3 + 1}$

OR

- (a) State the rules of limit. **(4)**
- (b) Answer the following questions : **(6)**

(i) Discuss the continuity of $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$ at point $x = 1$.

(ii) Verify the continuity of the following function at point $x = 1$.

$$f(x) = 3x \quad , \quad \text{where } 0 \leq x < 1.$$

$$= 3 \quad , \quad \text{where } x = 1.$$

$$= 6 - 3x \quad , \quad \text{where } 1 < x \leq 2.$$

(c) Differentiate the following functions with respect to x (any **two**) : (4)

(i) $y = \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 3x + 2}$

(ii) $y = x^2 \cdot \log x$

(iii) $y = (x^2 + 2x + 5)^3$

(iv) $y = 11 + x + x^2 + \frac{3}{x}$

2. (a) Define nP_r . Prove that $nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ (4)

(b) Answer the following questions : (6)

(i) Find the value of $\sum_{i=1}^{10} i(i+5)$.

(ii) Find sum of n -terms of the series $2.5 + 5.8 + 8.11 + \dots$

(c) Find the fourth term in the expansion of $(x - 3y)^7$. (4)

OR

(a) Write the formula of Binomial expansion and state its characteristics. (4)

(b) Answer the following questions : (6)

(i) If $nC_5 : nC_2 = 28 : 5$, find the value of n .

(ii) Find the value of $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^4 + (\sqrt{6} - \sqrt{2})^4$

(c) Using principle of mathematical induction prove that : (4)

$$1.3 + 2.5 + 3.7 + 4.9 + \dots + n(2n+1) = \frac{n(n+1)(4n+5)}{6}$$

3. (a) Define central moments and state the formula to find coefficients of skewness and kurtosis of a frequency distribution. **(4)**
- (b) Answer the following questions. **(6)**
- (i) If $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, find the value of $P(A \cup B)$, $P(A' \cap B')$ and $P(A'/B')$.
- (ii) Three machines A, B and C produces 15%, 55% and 30% of items daily in a factory. The percentage of defective items. of these machines are respectively 4%, 5% and 6%. An item is taken at random from the production and is found to be defective. Find the probability that it is produced by machine A.
- (c) There are 5 tickets in a box and numbers 1, 1, 2, 2 and 3 are written on tickets. Two tickets are taken at random from the box. Find the expected value of the sum of the numbers on the tickets. **(4)**

OR

- (a) Define mathematical expectation. State the characteristics of the mathematical expectation. **(4)**
- (b) Answer the following questions : **(6)**
- (i) Probability distribution $P(x)$ of a random variable X is as follows :
- $$P(X) = K \cdot x^3, \text{ where } X = 1, 2, 3.$$
- Find the constant K . Find the expected value of X .
- (ii) The first four moments about 3 of a frequency distribution are 1, 3, 7 and 20. Find central moments.
- (c) The opinion in favour of a book given by three critics is in the ratio of 3 : 5, 2 : 5 and 3 : 4. Find the probability that at least two will give good opinion about a book. **(4)**
4. (a) Write the probability mass function of Poisson distribution. State its properties. **(4)**
- (b) Answer the following questions : **(6)**
- (i) The probability of a defective screw in a manufacturing process is $\frac{1}{10}$. Find mean and variance of defective screws in a sample of 400 screws.
- (ii) The mean of a Poisson variate x is 0.64. Find its standard deviation. Find $P(x \geq 1)$. [$e^{-0.64} = 0.5273$)]

- (c) There are 30 screws in a packet of which 5 are defective. If 10 screws are taken at random from the packet, find the probability that none of them is defective. Also find mean and variance of the defective screws. **(4)**

OR

- (a) Obtain the probability mass function of Binomial distribution and state its properties : **(4)**
- (b) Answer the following questions : **(6)**
- (i) Quartiles of a normal distribution are 20.7 and 39.3. Find its mean and variance.
- (ii) There are 40 bulbs in a lot and 5 of them are defective bulbs. If 10 bulbs are taken one after the other from it, find the probability that at the most one bulb is defective.
- (c) The average daily profit of a hotel is Rs. 200 per customer and its standard deviation is Rs. 50. Assuming the distribution of daily profit normal, how many days will have the profit less than Rs. 150 in a year of 365 days ? **(4)**

[When $z = 1$, Area = 0.3413 and when $z = 2$, Area = 0.4772]

5. (a) Explain the difference between population survey and sample survey. **(5)**
- (b) For studying some characteristic of a population, the observations are 8, 12, 15, 18 and 22. Taking all possible samples of size 2 without replacement, verify the following results : **(9)**
- (i) $E\bar{y} = \bar{Y}$
- (ii) $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \times \frac{S^2}{n}$
- (iii) $E(s^2) = S^2$.

OR

- (a) Explain systematic sampling method. State its merits and demerits. **(4)**
- (b) A population is divided into two strata. The information regarding them is as follows : **(6)**

Stratum	Number of Observations	Mean of Stratum	Variance of Stratum
1	30	52	15
2	70	48	35

Find the population mean. If 10% random sample is taken from each stratum, then find variance of stratified sample mean.

- (c) Ten observations of a population are 18, 20, 23, 25, 28, 29, 21, 26, 28 and 35 respectively. Taking all possible systematic samples of size 2 from it verify

$$E(\bar{y}_{sy}) = \bar{Y}. \quad (4)$$
