

(6 pages)

MAY 2011

U/ID 32351/UCMA

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

PART A — (10 × 3 = 30 marks)

Answer any TEN questions.

1. Form the equation with rational coefficients whose roots are  $1+\sqrt{2}$  and 3.

$1+\sqrt{2}$  மற்றும் 3 வை மூலங்களாக உடைய முழுஎண் குணகங்கள் கொண்ட சமன்பாடு அமைக்க.

2. If  $\alpha, \beta, \gamma$  are the roots of  $x^3 + ax + b = 0$ , find the value of  $\Sigma \frac{\alpha}{\beta\gamma}$ .

$x^3 + ax + b = 0$  வின் மூலங்கள்  $\alpha, \beta, \gamma$  எனில்  $\Sigma \frac{\alpha}{\beta\gamma}$  வின் மதிப்பு காண்க.

3. Show that  $\log 2 + \frac{1}{2}(\log 2)^2 + \frac{1}{3}(\log 3)^3 + \dots = 1$ .

$\log 2 + \frac{1}{2}(\log 2)^2 + \frac{1}{3}(\log 3)^3 + \dots = 1$  என நிறுவுக.

4. Show that  $\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots$

$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots$  என நிறுவுக.

5. Show that  $\tanh^{-1}x = \frac{1}{2} \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ .

$\tanh^{-1}x = \frac{1}{2} \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$  என நிறுவுக.

6. Show that  $\frac{1+\tanh x}{1-\tanh x} = \cosh 2x + \sinh 2x$ .

$\frac{1+\tanh x}{1-\tanh x} = \cosh 2x + \sinh 2x$  என நிறுவுக.

7. Show that a square matrix  $A$  is skew symmetric  $\Leftrightarrow A = -A^T$ .

ஒரு சதுர அணி  $A$  எதிர்சமச்சீர் அணி  $\Leftrightarrow A = -A^T$  என நிறுவுக.

8. Show that  $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$  is an orthogonal matrix.

$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$  என்பது ஒரு செங்குத்து அணி என நிறுவுக.

9. Find the rank of  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ என்ற அணியின் தரம் காண்க.}$$

10. Show that union of symmetric relations is a symmetric relation.

சமச்சீர் தொடர்புகளின் சேர்ப்பு சமச்சீர் தொடர்பு என நிறுவுக.

11. Let  $G$  be a group and  $a, b \in G$ . Show that  $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$ .

$G$  என்ற குலத்தில்  $a, b \in G$   $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$  என நிறுவுக.

12. Find the number and sum of all divisors of 360.

360வை வகுக்கும் எண்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் 360வை வகுக்கும் எண்களின் கூடுதல் காண்க.

PART B — (5 × 6 = 30 marks)

Answer any FIVE questions.

13. If  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  are the roots of  $x^4 + px^3 + qx^2 + nx + s = 0$

find  $\Sigma \frac{1}{\alpha\beta}$ ,  $\Sigma \alpha^2$ .

$x^4 + px^3 + qx^2 + nx + s = 0$  வின் மூலங்கள்  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  எனில்

$\Sigma \frac{1}{\alpha\beta}$ ,  $\Sigma \alpha^2$  காண்க.

14. Show that :

$$1+n\left(\frac{2a}{1+a}\right)+\frac{n(n+1)}{1.2}\left(\frac{2a}{1+a}\right)^2+\dots=\left(\frac{1+a}{1-a}\right)^n.$$

$$1+n\left(\frac{2a}{1+a}\right)+\frac{n(n+1)}{1.2}\left(\frac{2a}{1+a}\right)^2+\dots=\left(\frac{1+a}{1-a}\right)^n \quad \text{என}$$

நிறுவுக.

15. Prove that  $2^5 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10$ .

$2^5 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10$  என நிறுவுக.

16. If  $\frac{\tan \theta}{\theta} = \frac{2524}{2523}$ , show that  $\theta = 1^\circ 58'$  approximately.

$\frac{\tan \theta}{\theta} = \frac{2524}{2523}$  எனில்  $\theta = 1^\circ 58'$  தோராயமாக என நிறுவுக.

17. Show that the equations  $2x - y + 3z = 8$ ;  $x - 2y - z = -4$ ;  $3x + y - 4z = 0$  are consistent and solve them.

$2x - y + 3z = 8$ ;  $x - 2y - z = -4$ ;  $3x + y - 4z = 0$  என்ற சமன்பாடு பொருத்தமுடையது எனக் காட்டி, அதை தீர்.

18. Let  $A, B$  be two subgroups of a group  $G$ . Show that  $AB$  is a subgroup of  $G \Leftrightarrow AB = BA$ .

$G$  என்ற குலத்தின் உட்குலம்  $A, B$ .  $AB$  என்பது  $G$  ன் உட்குலம்  $\Leftrightarrow AB = BA$ . என நிறுவுக.

19. If  $i^{a+ib} = a+ib$ , prove that  $a^2 + b^2 = e^{-(4n+1)\pi}$ .

$i^{a+ib} = a+ib$  எனில்  $a^2 + b^2 = e^{-(4n+1)\pi}$  என நிறுவுக.

PART C — (4 × 10 = 40 marks)

Answer any FOUR questions.

20. If  $\alpha, \beta, \gamma$  are the roots of  $x^3 + px + q = 0$  then form the equation whose roots are  $\beta + \gamma - 2\alpha$ ,  $\gamma + \alpha - 2\beta$ ,  $\alpha + \beta - 2\gamma$ .

$x^3 + px + q = 0$  வின் மூலங்கள்  $\alpha, \beta, \gamma$  எனில்  $\beta + \gamma - 2\alpha$ ,  $\gamma + \alpha - 2\beta$ ,  $\alpha + \beta - 2\gamma$  மூலங்களான சமன்பாடு காண்க.

21. Show that  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(5n+1)}{(2n+1)!} = \frac{e}{2} + \frac{2}{e}$ .

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(5n+1)}{(2n+1)!} = \frac{e}{2} + \frac{2}{e}$  என நிறுவுக.

22. Separate  $\tan^{-1}(x+iy)$  into real and imaginary parts.

$\tan^{-1}(x+iy)$  வின் மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளை பிரிக்க.

23. Find the eigen values and eigen vectors of the

$$\text{matrix } A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \text{ என்ற அணியின் சிறப்பு மூலம் மற்றும்}$$

சிறப்பு திசையண்களை காண்க.

24. State and prove Wilson's theorem.

வில்சனின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

25. Find :

$$S_n = \frac{\sin\theta}{\cos\theta + \cos 2\theta} + \frac{\sin 2\theta}{\cos\theta + \cos 4\theta} + \dots n \text{ terms}$$

$$S_n = \frac{\sin\theta}{\cos\theta + \cos 2\theta} + \frac{\sin 2\theta}{\cos\theta + \cos 4\theta} + \dots n \text{ terms காண்க.}$$