

MAY 2011

U/ID 4733/JAE

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

Each question carries 2 marks.

1. If A and B are two independent events, $P(\bar{A}) = 0.7$, $P(\bar{B}) = k$ and $P(A \cup B) = 0.8$, find k .

A மற்றும் B என்பவை சார்பற்ற நிகழ்ச்சிகள், $P(\bar{A}) = 0.7$, $P(\bar{B}) = k$ மற்றும் $P(A \cup B) = 0.8$ எனில் k -ன் மதிப்பைக் காண்க.

2. Define : Movement generating function.

வரையறு : விலக்கப் பெருக்குத்தொகையை உருவாக்கும் சார்பு.

3. If $E(X) = \mu$ and $Var(X) = \sigma^2$, show that $P[\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma] = 0.6$ is not possible.

$E(X) = \mu$ மற்றும் $Var(X) = \sigma^2$ எனில்

$P[\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma] = 0.6$ எனக்காட்டுக.

4. State the need for rank correlation coefficients.
தர ஒட்டுறவுக் கெழுவின் அவசியத்தை எழுது.
5. If X is a Poisson random variable and $E(X) = \lambda$, show that $E(X^2) = \lambda E(X + 1)$.
 X ஒரு பாய்சான் சமவாய்ப்பு மாறி மற்றும் $E(X) = \lambda$ எனில் $E(X^2) = \lambda E(X + 1)$ எனக்காட்டுக.
6. Define χ^2 - distribution.
 χ^2 -பரவலை வரையறு.
7. Define the term unbiasedness.
நீள்போக்கு எதிர்பார்ப்பு தன்மையை வரையறு.
8. In a random sample of 100 values the mean is 35, variance of the population is 5, find the 95% confidence interval for the population mean μ .
100 எண்ணிக்கையுள்ள கூறின் கூட்டு சராசரி 35 , இனத்தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் 5 எனில், இனத்தொகுதியின் கூட்டுச்சராசரி μ -க்கு 95% நம்பிக்கை இடைவெளி காண்க.
9. Distinguish between simple and composite hypothesis.
எளிய மற்றும் பகுத்த எடுகோட்களை வேறுபடுத்திக் காட்டுக.

10. State the conditions for consistency of data for two attributes.

இரண்டு பண்புகளுக்கான இசைவு நிபந்தனைகளை எழுது

PART B — (5 × 16 = 80 marks)

Answer ALL questions.

Each question carries 16 marks.

11. (a) State and prove the addition theorem of probability for n events.

(b) If $P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}$, $P(E / E_1) = \frac{n(n-1)}{(n+1)(n+2)}$

$$P(E / E_2) = \frac{2}{(n+1)(n+2)} \quad \text{and} \quad P(E_1 / E) = \frac{6}{7},$$

find n using Baye's theorem.

- (அ) n நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

(ஆ) $P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}$, $P(E / E_1) = \frac{n(n-1)}{(n+1)(n+2)}$,

$$P(E / E_2) = \frac{2}{(n+1)(n+2)} \quad \text{மற்றும்} \quad P(E_1 / E) = \frac{6}{7}$$

எனில் பேயஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி n -ன் மதிப்பைக் காண்க.

Or

(c) If

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{25}, & 0 \leq x < 5 \\ \frac{10-x}{25}, & 5 \leq x < 10 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

is the probability density function of X ,
 $A = \{5 < x \leq 10\}$, $B = \{0 \leq x \leq 5\}$ and
 $C = \{2.5 \leq x \leq 7.5\}$ are three events, prove that

- (i) A and C are independent and
(ii) A and B are not independent.

(d) Find the mean and variance of the distribution :

$$p(x) = e^{-t}(1 - e^{-t})^{x-1}, \quad x = 1, 2, 3, \dots \text{ and } t > 0.$$

$$(இ) f(x) = \begin{cases} \frac{x}{25}, & 0 \leq x < 5 \\ \frac{10-x}{25}, & 5 \leq x < 10 \\ 0, & \text{மற்றவை} \end{cases}$$

என்பது X -ன் நிகழ்தகவு சார்பு, $A = \{5 < x \leq 10\}$,
 $B = \{0 \leq x \leq 5\}$ மற்றும் $C = \{2.5 \leq x \leq 7.5\}$
என்பவை மூன்று நிகழ்ச்சிகள் எனில்,

- (i) A -யும் C -யும் சார்பற்றவை மற்றும்
(ii) A -யும், B -யும் சார்பற்றவை இல்லை என்று நிறுவுக.

(ஈ) $p(x) = e^{-t}(1 - e^{-t})^{x-1}$, $x = 1, 2, 3, \dots$ $t > 0$, என்ற பரவலின் கூட்டுச்சராசரி மற்றும் பரவற்படியைக் காண்க.

12. (a) State and prove Chebyshev's inequality.
(b) Define the characteristic function. X_1 and X_2 are independent random variables, prove that $\phi_{X_1+X_2}(t) = \phi_{X_1}(t)\phi_{X_2}(t)$.

(அ) செபிசேவின் சமனின்மையை எழுதி நிறுவுக.

(ஆ) சிறப்புச் சார்பை வரையறு. X_1 , X_2 சார்பற்ற சமவாய்ப்பு மாறிகள் எனில்

$\phi_{X_1+X_2}(t) = \phi_{X_1}(t)\phi_{X_2}(t)$ என்று நிறுவுக.

Or

- (c) If the joint distribution of X and Y is

$$F_{XY}(x,y) = \begin{cases} 1 - e^{-x} - e^{-y} + e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (i) Find the marginal densities of X and Y .
(ii) Show that X and Y are independent, find
(iii) $P[(X \leq 1) \cap (Y \leq 1)]$ and
(iv) $P(X+Y \leq 1)$.
(d) Find the angle between two regression lines.

(இ) X மற்றும் Y -ன் கூட்டு நிகழ்தகவு சார்பு

$$F_{XY}(x,y) = \begin{cases} 1 - e^{-x} - e^{-y} + e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{மற்றவை} \end{cases}$$

எனில்,

(i) X, Y -ன் விளிம்பு சார்புகள் காண்க.

(ii) X மற்றும் Y சார்பற்றவை எனக் காட்டுக.

(iii) $P[(X \leq 1) \cap (Y \leq 1)]$ -ம் மற்றும்

(iv) $P(X + Y \leq 1)$ -ஐக் காண்க.

(ஈ) இரு உடன்தொடர்புக் கோடுகளுக்கிடையே உள்ள கோணம் காண்க.

13. (a) Find the moment generating function of binomial distribution and hence find mean and variance.

(b) If $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\mu'_r = E(X^r)$, and $\mu_{2r} = E(X - \mu)^{2r}$, $n = 0, 1, 2, \dots$ show that

(i) $\mu'_{r+2} = 2\mu \mu'_{r+1} + (\sigma^2 - \mu^2) \mu'_r + \sigma^3 \frac{d\lambda'_r}{d\sigma}$ and

(ii) $\mu_{2r+2} = \sigma^2 \mu_{2r} + \sigma^3 \frac{d\mu_{2r}}{d\sigma}$.

(அ) ஈருறுப்பு பரவலுக்கு விலக்குப் பெருக்குத் தொகைகளை உருவாக்கும் சார்பு காண்க.

(ஆ) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\mu'_r = E(X^r)$ மற்றும் $\mu_{2r} = E(X - \mu)^{2r}$, $n = 0, 1, 2, \dots$ எனில்

$$(i) \mu'_{r+2} = 2\mu \mu'_{r+1} + (\sigma^2 - \mu^2) \mu'_r + \sigma^3 \frac{d\lambda'_r}{d\sigma}$$

மற்றும்

$$(ii) \mu_{2r+2} = \sigma^2 \mu_{2r} + \sigma^3 \frac{d\mu_{2r}}{d\sigma} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

Or

(c) Define 't' distribution and derive its probability density function.

(d) Define Gamma distribution and find its mean and variance.

(இ) 't' பரவலை வரையறுத்து அதன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பை காண்க.

(ஈ) காமா பரவலை வரையறுத்து அதன் கூட்டுச்சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.

14. (a) State and prove Cramer-Rao inequality.
(b) In a random sample of size n from $N(\mu, \sigma^2)$, find the maximum likelihood estimator of
(i) μ when σ^2 is known and
(ii) σ^2 when μ is known.

- (அ) கிரமர்-ராவ் சமனின்மையை எழுதி நிறுவுக.
- (ஆ) $N(\mu, \sigma^2)$ என்ற ஒரு இயல்நிலைப் பரவலிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட n -அளவுள்ள சமவாய்ப்புக் கூற்றைக் கொண்டு
- (i) σ^2 -ன் மதிப்பு தெரிந்திருக்கும் போது μ -ன் மீப்பெரு நிகழ்பாங்கு மதிப்பீடு மற்றும்
- (ii) μ -தெரிந்திருக்கும் போது σ^2 -ன் மீப்பெரு நிகழ்பாங்கு மதிப்பீடு காண்க.

Or

- (c) State and prove the sufficient condition for consistent estimators.
- (d) Let x_1, x_2, \dots, x_n be a random sample from $N(\mu, \sigma^2)$ population. Find the sufficient estimators for μ and σ^2 .
- (இ) மதிப்பீடுகள் இசைவானதாயிருக்கப் போதுமான நிபந்தனைகளை எழுதி நிறுவுக.
- (ஈ) இயல்நிலை இனத்தகுதி $N(\mu, \sigma^2)$ -லிருந்து எடுக்கப்பட்ட சமவாய்ப்புக் கூறு x_1, x_2, \dots, x_n என்க. $N(\mu, \sigma^2)$ போதுமான மதிப்பீடுகளைக் காண்க.

15. (a) How do you test the significant difference between
- Two means and
 - Two variances, using large samples.
- (b) If A and B are two attributes $(AB) = 50$;
 $(A\beta) = 79$; $(\alpha\beta) = 89$; $(\alpha\beta) = 782$ find
- Yule's coefficient
 - (A) , (B) , (α) , (β) and N .

(அ) பெருங்கூறுகளில்

- சராசரிகளுக்கிடையேயுள்ள வேறுபாட்டின் முக்கியத்துவம்
- இரு பரவற்படிகளுக்கிடையே உள்ள வேறுபாட்டின் முக்கியத்துவம் எவ்வாறு சோதனை செய்வாய்?

- (ஆ) A மற்றும் B இரு பண்புகள், $(AB) = 50$;
 $(A\beta) = 79$; $(\alpha\beta) = 89$; $(\alpha\beta) = 782$ எனில்
- யூலின் கெழு
 - (A) , (B) , (α) , (β) மற்றும் N -ன் மதிப்பைக் காண்க.

Or

- (c) From the following data, test the significant difference between the means :

Sample I x : 25, 32, 30, 34, 24, 14, 32, 24,
30, 31, 35, 25

Sample II y : 44, 34, 22, 10, 47, 31, 40, 30,
32, 35, 18, 21, 35, 29, 22

- (d) From the following data test whether the samples are drawn from the same normal population at 5% level of significance :

	Sample I	Sample II
Sample size	10	12
Sample mean	12	15
Sum of the squares of the deviation from the mean	120	132

- (இ) பின்வரும் பரவலில் கூட்டுச்சராசரிகளுக்கிடையே உள்ள வேறுபாட்டின் முக்கியத்துவம் ஆராய்க.

கூறு I x : 25, 32, 30, 34, 24, 14, 32, 24, 30,
31, 35, 25

கூறு II y : 44, 34, 22, 10, 47, 31, 40, 30, 32, 35,
18, 21, 35, 29, 22

(ஈ) பின்வரும் விவரங்களிலிருந்து இரண்டு கூறுகளும், ஒரே இயல்நிலை இனத்தொகுதியிலிருந்து வந்ததா என்பதை 5% முக்கியத்துவ எல்லையில் ஆராய்க.

	கூறு I	கூறு II
கூறு எண்ணிக்கை	10	12
கூறு சராசரி	12	15
கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து விலக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்	120	132