

MAY 2011

U/ID 32354/UCMD

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

PART A — (10 × 3 = 30 marks)

Answer any TEN questions.

Each question carries 3 marks.

1. Find the distance of the origin from the plane $6x - 3y + 2z - 14 = 0$.

ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $6x - 3y + 2z - 14 = 0$ எனும் தளத்தின் தூரத்தைக் காண்க.

2. Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes $x + y + z = 1$, $2x + 3y + 4z - 7 = 0$ and perpendicular to the plane $x - 5y + 3z = 5$.

$x + y + z = 1$, $2x + 3y + 4z - 7 = 0$ என்ற தளங்கள் வெட்டிக் கொள்ளும் நேர்கோட்டின் வழியாகவும் மற்றும் $x - 5y + 3z = 5$ எனும் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

3. Find the distance between the planes $2x - 3y + 6z + 12 = 0$ and $2x - 3y + 6z - 2 = 0$.

$$2x - 3y + 6z + 12 = 0 \quad \text{மற்றும்} \quad 2x - 3y + 6z - 2 = 0$$

என்ற தளங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தைக் காணவும்.

4. Find the equation of the sphere with centre $(-1, 2, -3)$ and radius 3 units.

$(-1, 2, -3)$ எனும் புள்ளியை மையமாகவும் மற்றும்

ஆரம் 3 உடைய கோளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

5. Find the equation of the sphere having the circle $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 7 = 0$, $2x - y + 2z = 5$ as a great circle.

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 7 = 0, \quad 2x - y + 2z = 5$$

எனும் வட்டத்தை மீப்பெரு வட்டமாகக் கொண்டுள்ள கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

6. 8 coins are thrown simultaneously. Find the probability of getting atleast 5 heads.

ஒரே சமயத்தில் எட்டு காசுகளை தூக்கி போடும் போது, குறைந்தது 5 தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் கண்டுபிடி.

7. If A, B, C are mutually independent events prove that $A \cup B$ and C are also independent.

A, B, C இவை ஒன்றுக்கொன்று சார்ந்திராத நிகழ்வுகள் எனில், $A \cup B$ மற்றும் C -யும் சார்ந்திராதவை என்று நிரூபி.

8. If the distribution of X is binomial with mean 3 and variance $\frac{4}{3}$ respectively, find $P[X \geq 1]$.

ஒரு ஈருறுப்பு பரவலின் X சராசரி 3 மாறுநிலை $\frac{4}{3}$ எனில் $P[X \geq 1]$ -யைக் காண்க.

9. Define couple and moment of a couple.

இணை மற்றும் இணைத்திறனை வரையறு.

10. If I is the incentre of a triangle ABC and the forces $\vec{IA}, \vec{IB}, \vec{IC}$ acting along I are in equilibrium show that ABC is an equilateral triangle.

ABC என்ற முக்கோணத்தின் உள்வட்ட மையம் I ஆகும். $\vec{IA}, \vec{IB}, \vec{IC}$ என்ற விசைகள் I -ல் செயல்பட சம நிலையில் உள்ளது எனில், ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணம் என நிறுவுக.

11. Find the inclination θ to the vertical of a uniform ladder AB of length $2a$ and weight w which is in limiting equilibrium having contact with a rough horizontal floor and a rough vertical wall, the coefficient of friction being μ .

$2a$ நீளம் மற்றும் w எடை உடைய AB என்ற சீரான ஏணி எல்லை சமநிலையில் ஒரு சொரசொரப்பான குறுக்கு தளத்திலும் சொரசொரப்பான நெடுக்கு சுவரிலும் சாய்ந்துள்ளன. உராய்வு குணகம் μ எனில், நெடுக்கு சாய்வு கோணம் θ -வைக் காண்க.

12. The magnitude of the resultant of the forces \vec{F}_1 and \vec{F}_2 acting on a particle is equal to the magnitude of \vec{F}_1 . Show that the resultant is perpendicular to \vec{F}_2 when the first force is doubled.

\vec{F}_1 மற்றும் \vec{F}_2 என்ற விசைகள் ஒரு துகளின் மீது செயல்படும் போது வெளிப்படும் விசையின் அளவு \vec{F}_1 -ன் அளவு ஆகும். முதல் விசை இரு மடங்காகும் போது வெளிப்படும் விசை \vec{F}_2 -க்கு செங்குத்தாக இருக்கும் என நிறுவுக.

PART B — (5 × 6 = 30 marks)

Answer any FIVE questions.

Each question carries 6 marks.

13. Find the equation of the plane through the line $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ which is parallel to the line of intersection of the planes $5x + 2y + 3z = 4$ and $x - y + 5z + 6 = 0$.

$5x + 2y + 3z = 4$ மற்றும் $x - y + 5z + 6 = 0$ என்ற தளங்கள் வெட்டிக் கொள்ளும் நேர்கோட்டிற்கு இணையாக உள்ள $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ என்ற நேர்கோட்டின் வழியாகச் செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

14. Find the equation of the plane passing through the points (3, 1, 2), (3, 4, 4) and perpendicular to the plane $5x + y + 4z = 0$.

(3, 1, 2), (3, 4, 4) என்ற புள்ளிகளின் வழியாகவும், $5x + y + 4z = 0$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் உள்ள தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

15. Find the equation of a sphere which touches the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2z - 11 = 0$ at the point $(2, -2, 1)$ and passes through the origin.

ஆதிப்புள்ளி வழியாகவும், $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2z - 11 = 0$ என்ற கோளத்தை $(2, -2, 1)$ என்ற புள்ளியில் தொட்டுச் செல்லும் ஒரு கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

16. The kilometers x in thousand of kilometers which car owner get with a certain kind of tyre is a random variable having probability density function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{20} e^{-\frac{x}{20}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases} .$$

Find the probabilities that one of these tyres will last

- (a) atmost 10,000 kms
(b) anywhere from 16,000 to 24,000 kms and
(c) atleast 30,000 kms.

ஒரு காரின் சொந்தக்காரர் ஒருவிதமாக டயர்களை உபயோகிக்கும் போது கிடைக்கும் தூரம் x என்பது ஆயிரம் கிலோ மீட்டர்களில் அளவிடப்பட்டு கீழ்க்கண்ட நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு படி உள்ளது.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{20} e^{-\frac{x}{20}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

ஒரு குறிப்பிட்ட டயர் கீழ்க்கண்டவாறு இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க :

- (அ) அதிகபட்சம் 10,000 கி.மீ.
(ஆ) 16,000-யிலிருந்து 24,000 கி.மீட்டர்கள்.
(இ) குறைந்தது 30,000 கி.மீட்டர்கள்.

17. State and prove addition theorem of expectation for two random variables.

இரண்டு வாய்ப்புள்ள மாறிகளின் கூடுதலுக்கான தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

18. A particle C of weight w is in equilibrium being supported by two strings CA, CB of length $4a$ and $3a$ respectively and acted on by a horizontal force with the plane ABC . If the ends A, B are at the same level and at a distance $5a$ apart, show that the tension in the strings are $\frac{7w}{5}, \frac{w}{5}$.

CA மற்றும் CB என்ற சரங்களின் நீளங்கள் முறையே $4a$ மற்றும் $3a$ ஆகும். C என்ற w எடை பொருள் ABC என்ற தளத்திலிருந்து கிடை விசை மூலம் செயல்படுகிறது. A மற்றும் B ஒரே நிலையில் $5a$ என்ற தொலைவிலிருந்தால், சரங்களின் இழுவிசை முறையே $\frac{7w}{5}, \frac{w}{5}$ என நிறுவுக.

19. A solid cone of height h and semivertical angle α is placed with its base against a smooth vertical wall and is supported by a string attached to its vertex and to a point in the wall. Show that the greatest possible length of the string is $h\sqrt{1 + \frac{16}{9}\tan^2 \alpha}$.

h உயரம் மற்றும் அரை நெடுக்குக் கோணம் α உடைய ஒரு கணக்கூம்பின் அடித்தளம் சீரான ஒரு நெடுஞ்சுவரின் மீதும் முனை மற்றொரு சுவற்றில் ஒரு சரத்தின் மூலமும் கட்டப்பட்டுள்ளது. சரத்தின் அதிகபட்ச தூரம் $h\sqrt{1 + \frac{16}{9}\tan^2 \alpha}$ என நிறுவுக.

PART C — (4 × 10 = 40 marks)

Answer any FOUR questions.

Each question carries 10 marks.

20. Prove that the reflection of the plane $ax + by + cz + d = 0$ in the plane $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ is the plane

$$2(aa_1 + bb_1 + cc_1)(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) = (a_1^2 + b_1^2 + c_1^2)(ax + by + cz + d).$$

$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ என்ற தளத்தில்,

$ax + by + cz + d = 0$ என்ற தளத்தின் எதிரொளிப்பு,

$$2(aa_1 + bb_1 + cc_1)(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) =$$

$$(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2)(ax + by + cz + d)$$

என்ற தளம் என நிரூபி.

21. Find the surface generated by a straight line which meets two given skew lines at the same angle.

இரண்டு சரிவான கோடுகளை ஒரே கோணத்தில் சந்திக்கும் ஒரு நேர்க்கோட்டில் உருவாக்கப் பெறும் பரப்பைக் காண்க.

22. A sphere of constant radius k , passes through the origin and meets the axes in A, B, C . Prove that the centroid of the triangle ABC lies on the sphere $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$.

k ஆரமுடைய ஒரு கோளம் ஒரு பகுதி வழி நுழைந்து அச்சுகளை A, B, C என்ற புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது.

ABC -யில் மையக்கோட்டுச் சந்தி $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$ என்ற கோளத்தின் மீது அமையும் என நிறுவுக.

23. A and B throw alternatively with a pair of balanced dice. A wins if he throws a sum of six points before B throws a sum of seven points while B wins if he throws a sum of seven points before A throws a sum of six points. If A begins the game, show that his probability of winning is $30/61$.

A மற்றும் B என்பவர்கள் ஒரு சமமான பகடையை அடுத்தடுத்து உருட்டுகிறார்கள். B கூடுதல் 7 வருவதற்கு முன்பு A -ன் கூடுதல் 6 வந்தால் A வெற்றி பெற்றதாக கருதப்பெறும். A கூடுதல் 6 வருவதற்கு முன்பு B -ன் கூடுதல் 7 வந்தால் B வெற்றி பெற்றதாக கருதப்பெறும். A விளையாட்டை ஆரம்பித்தால், A வெற்றி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $30/61$ என நிறுவுக.

24. Weights W, w, W are attached to points B, C, D respectively of a light string AE where B, C, D divide the string into 4 equal lengths. If the string hangs in the form of 4 consecutive sides of a regular octagon with the ends A and E attached to points on the same level, show that $W = (\sqrt{2} + 1)w$.

AE என்ற சரத்தை B, C, D என்பன நான்கு சம துண்டுகளாக பிரிக்கின்றன. B, C, D என்ற புள்ளிகளில் W, w, W என்ற எடைகள் கட்டப்பெறுகின்றன. அப்போது சரம் ஒரு ஐங்கோணத்தின் 4 அடுத்தடுத்த பக்கங்களை போன்று A மற்றும் E என்ற ஒரே நிலை முனைகளுடன் தெரிகிறது. $W = (\sqrt{2} + 1)w$ என நிறுவுக.

25. A triangular piece of lamina is folded across the line bisecting two sides, the vertex being thus brought to be on the base of the triangle. Show that the distance of the centre of gravity of the lamina in this position from the base is $3/4$ of that of the centre of gravity of the unfolded lamina from the base.

ஒரு முக்கோண வடிவ தகடு இரண்டு பக்கங்களை இரு கூறாக பிரிக்குமாறு மடிக்கப்பெற்று ஒரு முனை அதன் அடித்தளத்திற்கு வருமாறு செய்யப்படுகிறது. இப்போது அதன் புவிஈர்ப்பு மைய தூரம் முன்பு மடிக்கப்படாமல் இருந்த புவிஈர்ப்பு மைய தூரத்தின் $3/4$ மடங்கு என நிறுவுக.