

Total No. of Printed Pages : 11

PART - A

MATH-2026(06)

Total No. of Question : 3

2016
MATHEMATICS
(New Syllabus)

Total Time : 3 Hours 15 minutes]

[Full Marks : 80

পরীক্ষার্থীদের জন্য নির্দেশ :

- ১। পরিমিত এবং যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।
- ২। উপাত্তে প্রশ্নের পূর্ণমান সূচিত আছে।

Instructions to the Candidates :

1. **Special credit will be given for answers which are brief and to the point.**
2. **Figures in the margin indicate full marks for the questions.**

বিভাগ - ক / **PART - A**

(Marks : 70)

1. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 2 × 1 = 2

(i) মনে করো, সকল বাস্তব সংখ্যার সেট \mathbb{R} এবং সকল $x \in \mathbb{R}$ -এর জন্য $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ চিত্রণ $f(x) = ax + 2$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। যদি $(f \circ f) = I_{\mathbb{R}}$ হয় তবে a -র মান নির্ণয় করো।

(ii) মান নির্ণয় করো : $4 \left(2 \tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7} \right)$

- (b) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 2 × 1 = 2

(i) মান নির্ণয় করো : $\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \\ \beta + \gamma & \gamma + \alpha & \alpha + \beta \end{vmatrix}$

(ii) যদি $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ এবং $A^2 - 4A + 3I = \mathbf{0}$ হয় যেখানে I হল 2 মাত্রার একক ম্যাট্রিক্স, তবে A^{-1} নির্ণয় করো।

MATH-2026(06)

[P.T.O.]

(c) যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 2 × 3 = 6

(i) $f(x) = \begin{cases} \frac{|\sin x|}{x}, & \text{যখন } x \neq 0 \\ 1, & \text{যখন } x = 0 \end{cases}$

অপেক্ষকটির $x = 0$ বিন্দুতে সন্ততা পরীক্ষা করো।

(ii) $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ -এর সাপেক্ষে $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ -এর অন্তরকলজ নির্ণয় করো।

(iii) মান নির্ণয় করো : $\int \left\{ \frac{1}{(\log_e x)} - \frac{1}{(\log_e x)^2} \right\} dx$

(iv) $f(x) = 4(6-x)^{2/3}$ অপেক্ষকের ক্ষেত্রে $5 \leq x \leq 7$ বিস্তারে লাগরঞ্জের মধ্যম মান উপপাদ্য প্রযোজ্য কিনা বলো।

(v) যে সকল বৃত্ত মূলবিন্দুতে x -অক্ষকে স্পর্শ করে তাদের অবকল সমীকরণ নির্ণয় করো।

(vi) মান নির্ণয় করো : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_e(1+\alpha x)}{e^{2x}-1}$

(d) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 2 × 1 = 2

(i) যদি $\vec{b} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{a} = \lambda\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ (projection) 4 একক হয়, তবে λ -র মান নির্ণয় করো।

(ii) $x - y + 2z = 9$ এবং $2x + y + z = 7$ সমতল দুটির মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় করো।

(e) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 2 × 1 = 2

(i) যদি $P(A/B) = 0.75$, $P(B/A) = 0.6$ এবং $P(A) = 0.4$ হলে $P(\overline{A}/\overline{B})$ -এর মান নির্ণয় করো।

(ii) 'দুটি ঝাঁকশূন্য মুদ্রা উৎক্ষেপণে যদি হেডের সংখ্যা X দ্বারা সূচিত করা হয় তবে X -র গড় মান নির্ণয় করো।

2. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 4 × 1 = 4

(i) স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহের সেট \mathbb{N} -এর উপর একটি সম্বন্ধ R নিম্নরূপে সংজ্ঞাত :
 $(x, y) \in R \Rightarrow (x - y)$ রাশিটি 5 দ্বারা বিভাজ্য, সকল $x, y \in \mathbb{N}$ -র জন্য।
 প্রমাণ করো যে, \mathbb{N} -র উপর R একটি সমতুল্যতা সম্বন্ধ।

(ii) যদি $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \pi$ হয়, তাহলে প্রমাণ করো যে,
 $x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2} + z\sqrt{1-z^2} = 2xyz$.

(b) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : 4 × 2 = 8

(i) $A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্স-কে একটি প্রতিসম (symmetric) ও একটি
 বিপ্রতিসম (skew-symmetric) ম্যাট্রিক্স-এর সমষ্টি রূপে প্রকাশ করো।

অথবা

বিপরীত ম্যাট্রিক্স পদ্ধতির প্রয়োগে সমাধান করো :

$$\left. \begin{aligned} x + 2y + z &= 7 \\ x + 3z &= 11 \\ 2x - 3y &= 1 \end{aligned} \right\}$$

(ii) যদি p, q, r গুণোত্তর প্রগতিভুক্ত না হয় এবং

$$\begin{vmatrix} 1 & \frac{q}{p} & \alpha + \frac{q}{p} \\ 1 & \frac{r}{q} & \alpha + \frac{r}{q} \\ p\alpha + q & q\alpha + r & 0 \end{vmatrix} = 0 \text{ হয়}$$

তবে প্রমাণ করো যে, $p\alpha^2 + 2q\alpha + r = 0$.

অথবা

$$\text{দেখাও যে, } \begin{vmatrix} a^2 + 1 & ab & ac \\ ab & b^2 + 1 & bc \\ ca & bc & c^2 + 1 \end{vmatrix} = 1 + a^2 + b^2 + c^2.$$

(c) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : 4 × 3 = 12

(i) $\sin y = x \sin(a + y)$ হলে দেখাও যে, $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin a}{1 - 2x \cos a + x^2}$.

অথবা

$pv^a = c$ (a এবং c ধ্রুবক) হলে দেখাও যে, $v^2 \frac{d^2 p}{dv^2} = a(a+1)p$.

(ii) মান নির্ণয় করো : $\int e^x \frac{x-4}{(x-2)^3} dx$.

অথবা

মান নির্ণয় করো : $\int \sqrt{1 + \operatorname{cosec} x} dx$.

(iii) সমাধান করো : $(1 + 3e^{y/x}) dy + 3e^{y/x} (1 - y/x) dx = 0$.

অথবা

একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল যদি সমহারে বর্ধিত হয়, তাহলে দেখাও যে, বৃত্তটির পরিধির বৃদ্ধির হার ব্যাসার্ধের সঙ্গে ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হবে।

(d) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 4 × 1 = 4

(i) \vec{a} , \vec{b} এবং \vec{c} তিনটি ভেক্টর এমন যে, $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$; যদি $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ এবং $|\vec{c}| = 5$ হয়, তবে দেখাও যে $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = -25$.

(ii) $\vec{\alpha} = \lambda \hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{\beta} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{\gamma} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $[\vec{\alpha} \vec{\beta} \vec{\gamma}] = -10$ হলে λ -র মান নির্ণয় করো।

(e) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 4 × 1 = 4

(i) মান নির্ণয় করো (নির্দিষ্ট সমাকলের সাহায্যে) :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right\}^{\frac{1}{n}}$$

(ii) মান নির্ণয় করো : $\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \frac{\theta}{1 + \sin \theta} d\theta$.

(f) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 4 × 1 = 4

(i) যদি a এবং b দুটি ধ্রুবক রাশি হয় তবে প্রমাণ করো যে,
 $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$.

(ii) দুটি পাত্রের মধ্যে প্রথমটিতে 2 টি লাল ও 3 টি সাদা এবং দ্বিতীয়টিতে 3 টি লাল ও 5 টি সাদা বল আছে। প্রথম পাত্র থেকে যথেষ্টভাবে একটি বল তুলে দ্বিতীয় পাত্রে রাখা হয় এবং তারপর দ্বিতীয় পাত্র থেকে একটি বল তোলা হয়। যদি তোলা বলটি লাল হয়, তবে প্রথম পাত্র থেকে দ্বিতীয় পাত্রে স্থানান্তরিত করা বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত ?

3. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5 × 1 = 5

(i) একটি পরিবহন সংস্থা-এর পাঁচটি জায়গা A, B, C, D ও E তে অফিস আছে। A ও B তে অবস্থিত অফিসে যথাক্রমে 8 ও 10 টি লরি আছে। C, D ও E তে অবস্থিত অফিসগুলিতে যথাক্রমে 6, 8 ও 4 টি লরির প্রয়োজন। একটি অফিস থেকে অন্য অফিসের দূরত্ব (কিমি) নীচের তালিকায় দেওয়া হল :

পর্যন্ত		C	D	E
থেকে	A	2	5	3
	B	4	2	7

কীভাবে A ও B অফিসের লরিগুলি C, D ও E তে পাঠালে লরিগুলি ন্যূনতম দূরত্ব অতিক্রম করবে ? এই সমস্যাটিকে রৈখিক প্রোগ্রামবিধি সমস্যা হিসেবে প্রকাশ করো।

- (ii) লেখচিত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত অসীম অপেক্ষক Z -এর অবম মান নির্ণয় করো
(হেক কাগজের প্রয়োজন নেই):

$$Z = 3x + 2y$$

$$\text{শর্ত সাপেক্ষে, } 2x + y \geq 14$$

$$2x + 3y \geq 22$$

$$x + y \geq 5$$

$$\text{এবং } x \geq 0, y \geq 0.$$

- (b) যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5 × 2 = 10

- (i) যদি $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ বক্রের কোনো বিন্দুতে অভিলম্ব x -অক্ষের সঙ্গে ϕ কোণ উৎপন্ন করে তবে প্রমাণ করো যে, অভিলম্বটির সমীকরণ হবে
 $y \cos \phi - x \sin \phi = a \cos 2\phi$.

- (ii) $3x^2 = 4y$ অধিবৃত্ত থেকে $3x - 2y + 12 = 0$ সরলরেখা দ্বারা ছেদিত অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

- (iii) r সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকে বৃহত্তম যে চোঙ অন্তর্লিখিত করা যায় তার আয়তন নির্ণয় করো।

- (iv) সমাধান করো : $x^2 dy + y(x + y) dx = 0$.

- (c) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5 × 1 = 5

- (i) $(2, -1, 3)$ বিন্দুগামী যে সরলরেখা $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ ও
 $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ সরলরেখা দুটির প্রত্যেকটির উপর
লম্ব, তার ভেক্টর সমীকরণ নির্ণয় করো।

- (ii) $(-1, 1, 1)$ ও $(1, -1, 1)$ বিন্দুগামী ও $x + 2y + 2z = 5$ সমতলের উপর
লম্ব সমতলের সমীকরণ নির্ণয় করো।

MATH-2026(06)

WBCHSE 12th Class (HS) Annual Exam Mathematics Question Paper for 2016

From www.softtek.blogspot.com