रोल नं.
Roll No. [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 6
No. of printed pages : 6

128

428 (IAX)

2018

गणित

MATHEMATICS

समय : 3 घण्टे] [पूर्णांक : 100
Time : 3 hours] [Max. Marks : 100

निर्देश : (i) इस प्रश्न पत्र में कुल 28 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) प्रश्न संख्या 1 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं जो छः खण्डों में विभक्त है। प्रत्येक खण्ड एक अंक का है। प्रत्येक खण्ड के उत्तर में चार विकल्प दिये गये हैं। सही विकल्प अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिये।

(iii) प्रश्न संख्या 2 से 5 तक प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है। प्रश्न संख्या 6 से 13 तक प्रत्येक प्रश्न दो अंकों का है, प्रश्न संख्या 14 से 21 तक प्रत्येक प्रश्न चार अंकों का है तथा प्रश्न संख्या 22 से 28 तक प्रत्येक प्रश्न छः अंकों का है।

(iv) प्रश्न पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है तथापि 2 अंकों वाले दो प्रश्नों में, 4 अंकों वाले तीन प्रश्नों में और 6 अंकों वाले चार प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों के केवल एक विकल्प का ही उत्तर दीजिए।

(v) कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

Note : (i) There are in all 28 questions in this question paper. All questions are compulsory.

(ii) Question No. 1 is multiple choice question, divided into six parts. Each part carry one mark. Four options are given in each part of question. Write the correct option in your answer book.

(iii) Question No. 2 to 5 carry one mark each. Q. No. 6 to 13 carry two marks each. Q. No. 14 to 21 carry four marks each and Q. No. 22 to 28 carry six marks each.

(iv) There is no overall choice in question paper, however, an internal choice has been provided in two questions of 2 marks, three questions of 4 marks and four questions of 6 marks each. You have to attempt only one of the given choices in such questions.

(v) Use of calculator is not permitted.

1.(क) यदि $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ तो $x - y + z$ का मान है– 1

If $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ then value of $x - y + z$ is :

(i) 0 (ii) 2 (iii) 6 (iv) 8

(ख) $\sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान है– 1

The Principal value of $\sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ is :

(i) $\frac{\pi}{2}$ (ii) $\frac{\pi}{3}$ (iii) $\frac{\pi}{4}$ (iv) $\frac{\pi}{6}$

(ग) यदि $x - y = \pi$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा– 1

If $x - y = \pi$ then value of $\frac{dy}{dx}$ will be :

(i) 0 (ii) 1 (iii) –1 (iv) π

(घ) $x = 2$ पर वक्र $y = x^3 - x$ की स्पर्श रेखा की प्रवणता है– 1

The slope of the tangent to the curve $y = x^3 - x$ at $x = 2$ is :

(i) 6 (ii) 10 (iii) 11 (iv) 12

(ङ) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ की कोटि है– 1

The order of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ is :

(i) 0 (ii) 1 (iii) 2 (iv) 3

(च) बिन्दुओं A (2, 3, – 4) तथा B (1, –2, 3) को मिलाने वाली रेखा के दिक्–अनुपात हैं– 1

Direction ratios of the line joining points A (2, 3, – 4) and B (1, –2, 3) is :

(i) – 1, 5, 7 (ii) – 1, – 5, 7 (iii) 1, – 5, – 7 (iv) – 1, – 5, 7

2. यदि $f : R \rightarrow R$ तथा $g : R \rightarrow R$ फलन क्रमशः $f(x) = \cos x$ तथा $g(x) = 3x^2$ द्वारा परिभाषित है तो gof ज्ञात कीजिए। 1

If $f : R \rightarrow R$ and $g : R \rightarrow R$ are given by $f(x) = \cos x$ and $g(x) = 3x^2$, then find gof.

3. दिये गए फलन का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए : $\frac{\tan^{-1} x}{1 + x^2}$ 1

Integrate the given function with respect to x :

4. यदि सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

Find the value of $\vec{a} \cdot \vec{b}$ if the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$.

5. निर्देशांकों के साथ समान कोण बनाने वाली रेखा के दिक्–कोसाइन ज्ञात कीजिए। 1

Determine the direction-cosines of a line making equal angles with the co-ordinate axes.

6. यदि $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ तो x के मान ज्ञात कीजिए। 2

Find the values of x for which $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$.

7. यदि $x = at^2$, $y = 2at$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x = at^2$, $y = 2at$.

8. x के सापेक्ष a^x का अवकलन कीजिए, जहाँ 'a' एक धन अचर है। 2

Differentiate a^x w.r.t. x, where 'a' is positive constant.

9. अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = x^2 - 4x + 6$ से प्रदत्त फलन f निरन्तर वर्धमान है। 2

Find the interval in which the function f given by $f(x) = x^2 - 4x + 6$ is strictly increasing.

10. मान ज्ञात कीजिए : $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \operatorname{cosec} x \cot x \, dx$ 2

Evaluate :

11. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 2

Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$.

अथवा (OR)

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = -4xy^2$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, यदि $y = 1$ जब $x = 0$ हो।

Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = -4xy^2$ given that $y = 1$, when $x = 0$.

12. सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ में से प्रत्येक के लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 2

Find the unit vector perpendicular to each of the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$.

अथवा (OR)

उस समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएं $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ द्वारा दी गयी हैं।

Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.

13. बिन्दुओं (– 1, 0, 2) और (3, 4, 6) से होकर जाने वाली रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

Find the vector equation for the line passing through the points (– 1, 0, 2) and (3, 4, 6).

14. $f(x) = x + 2$ द्वारा प्रदत्त फलन $f : R \to R$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f एकैकी तथा आच्छादक है। f का प्रतिलोम फलन भी ज्ञात कीजिए। 4

Consider the function $f : R \to R$ given by $f(x) = x + 2$. Prove that f is one-one-onto. Find also the inverse function of f.

15. सिद्ध कीजिए कि : 4

Prove that :

$$\tan^{-1}\sqrt{x} = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right), x \in [0, 1]$$

16. प्रारम्भिक संक्रियाओं के प्रयोग से आव्यूह $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। 4

Find the inverse of matrix $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ by using elementary operations.

अथवा (OR)

सारणिक का मान ज्ञात कीजिए :

Evaluate the determinant :

$$\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$$

17. फलन $f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & \text{यदि } x \le 2 \\ 2x - 3, & \text{यदि } x > 2 \end{cases}$, का बिन्दु $x = 2$ पर सांतत्य के लिए परीक्षण कीजिए। 4

Examine the function $f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & \text{if } x \le 2 \\ 2x - 3, & \text{if } x > 2 \end{cases}$ for its continuity at point $x = 2$.

18. फलन $\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$ का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए। 4

Integrate the function $\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$ with respect to x.

19. सिद्ध कीजिए : $\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2.$ 4
Prove that :

अथवा (OR)

ज्ञात कीजिए :
Find : $\int e^x \sin x\,dx.$

20. यदि दो सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ इस प्रकार हैं कि $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$ और $\vec{a}\cdot\vec{b} = 4$ तो $|\vec{a}-\vec{b}|$ ज्ञात कीजिए। 4
If two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are such that $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$ and $\vec{a}\cdot\vec{b} = 4$, then find $|\vec{a}-\vec{b}|$.

21. ताश के 52 पत्तों की एक गड्डी में से यादृच्छया बिना प्रतिस्थापित किये दो पत्ते निकाले जाते हैं। दोनों पत्तों के काले रंग का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 4
From a pack of 52 playing cards, two cards are drawn at random without replacement. Find the probability of being both cards black.

अथवा (OR)

सिद्ध कीजिए कि यदि E और F दो स्वतंत्र घटनाएं हैं तो E और F' भी स्वतंत्र होंगी।
Prove that if E and F are two independent events, then E and F' are also independent.

22. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ तो सत्यापित कीजिए कि $A(\text{adj} A) = |A| I$ और A^{-1} ज्ञात कीजिए। 6
If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, then verify that $A(\text{adj} A) = |A| I$. Also find A^{-1}.

23. x-अक्ष के ऊपर तथा वृत्त $x^2 + y^2 = 8x$ एवं परवलय $y^2 = 4x$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6
Find the area lying above x-axis and included between the circle $x^2 + y^2 = 8x$ and inside of the parabola $y^2 = 4x$.

अथवा (OR)

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

24. सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के अन्तर्गत महत्तम क्षेत्रफल वाला आयत, एक वर्ग होता है। 6
Prove that the rectangle of maximum area, inscribed in a circle, is a square.

अथवा (OR)

सिद्ध कीजिए कि एक शंकु के अन्तर्गत महत्तम वक्रपृष्ठ वाले लंब वृत्तीय बेलन की त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी होती है।

Prove that the radius of the right circular cylinder of greatest curved surface area which can be inscribed in a given cone is half of that of the cone.

25. अवकल समीकरण $(x-y)dy-(x+y)dx=0$ को हल कीजिए। 6

Solve the differential equation $(x-y)dy-(x+y)dx=0$.

26. बिन्दु (1, 2, 3) से गुजरने वाली और सदिश $3\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$ के समान्तर रेखा का सदिश और कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए। 6

Find the vector and cartesian equation of a line passing through the point (1, 2, 3) and parallel to the vector $3\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$.

अथवा (OR)

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (–1, 3, 2) से गुजरता है तथा समतलों $x+2y+3z=5$ और $3x+3y-z=0$ में से प्रत्येक पर लम्ब है।

Find the equation of a plane passing through the point (–1, 3, 2) and perpendicular to each of the planes $x+2y+3z=5$ and $3x+3y+z=0$.

27. एक थैले में 3 काली और 4 लाल गेंदे हैं। थैले में से एक–एक कर दो गेंदें यादृच्छया बिना प्रतिस्थापित किये निकाली जाती हैं। यदि यह ज्ञात हो कि दूसरी गेंद लाल है, तो पहली गेंद के काला होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 6

A bag contains 3 black and 4 red balls. Two balls are drawn at random, one at a time, without replacement. Find the probability that the first ball is black if the second ball is known to be red.

अथवा (OR)

ताश के 52 पत्तों की एक भली-भांति फेंटी गई गड्डी में से दो पत्ते एक साथ निकाले जाते हैं। बादशाहों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

From a pack of 52 well-shuffled playing cards, two cards are drawn at a time. Find the probability distribution of the number of kings.

28. आलेखीय विधि द्वारा निम्नांकित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिये- 6

व्यवरोधों $x+2y\le 10$,
$3x+y\le 15$,
$x, y\ge 0$, के अंतर्गत

$Z=3x+2y$ का अधिकतमीकरण कीजिए।

Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize $Z = 3x+2y$

Subject to the given constraints : $x+2y\le 10$,
$3x+y\le 15$,
$x, y\ge 0$

****