



क्रमांक 1636

2012 (I)
गणित विज्ञान
प्रश्न पत्र

विषय कोड पुस्तिका कोड

4

A

समय : 3:00 घंटे

पूर्णांक : 200 अंक

अनुदेश

1. आपने हिन्दी को माध्यम चुना है। इस परीक्षा पुस्तिका में एक सौ बीस (20 भाग 'A' में + 40 भाग 'B' + 60 भाग 'C' में) बहुल विकल्प प्रश्न (MCQ) दिए गए हैं। आपको भाग 'A' में से अधिकतम 15 और भाग 'B' में 25 प्रश्नों तथा भाग 'C' में से 20 प्रश्नों के उत्तर देने हैं। यदि निर्धारित से अधिक प्रश्नों के उत्तर दिए गए तब केवल पहले भाग 'A' से 15, भाग 'B' से 25 तथा भाग 'C' से 20 उत्तरों की जांच की जाएगी।
2. उत्तर पत्र अलग से दिया गया है। अपना रोल नम्बर और केन्द्र का नाम लिखने से पहले यह जांच लीजिए कि पुस्तिका में पृष्ठ पूरे और सही हैं तथा कहीं से कटे-फटे नहीं हैं। यदि ऐसा है तो आप इविजीलेटर से पुस्तिका बदलने का निवेदन कर सकते हैं। इसी तरह से उत्तर पत्र को भी जांच लें। इस पुस्तिका में रफ काम करने के लिए अतिरिक्त पन्ने संलग्न हैं।
3. उत्तर पत्र के पृष्ठ 1 में दिए गए स्थान पर अपना रोल नम्बर, नाम, अपना पता तथा इस परीक्षा पुस्तिका का क्रमांक लिखिए। आपके हस्ताक्षर भी जरूरी हैं।
4. आप अपनी ओ.एन.आर. उत्तर पुस्तिका में रोल नंबर, विषय कोड, पुस्तिका कोड और केन्द्र कोड से संबंधित समुचित वृत्तों को अवश्य काला कर दें। यह एक मात्र परीक्षार्थी की जिम्मेदारी है कि वह उत्तर पुस्तिका में दिए गए निर्देशों का पूरी सावधानी से पालन करें, ऐसा न करने पर कंप्यूटर विवरणों का सही तरीके से अक्यूटिड नहीं कर पाएगा, जिससे अंताः आपको हानि, जिससे आपकी उत्तर पुस्तिका की अस्वीकृति भी शामिल हो सकती है।
5. भाग 'A' में प्रत्येक प्रश्न 2 अंक, भाग 'B' में प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक तथा भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न 4.75 अंक का है। प्रत्येक गलत उत्तर का ऋणात्मक मूल्यांकन भाग 'A' में @ 0.5 अंक तथा भाग 'B' में @ 0.75 अंक से किया जाएगा। भाग 'C' के उत्तरों के लिए ऋणात्मक मूल्यांकन नहीं है।
6. भाग 'A' तथा भाग 'B' के प्रत्येक प्रश्न के नीचे चार विकल्प दिए गए हैं। इनमें से केवल एक विकल्प ही "सही" अथवा "सर्वोत्तम हल" है। आपको प्रत्येक प्रश्न का सही अथवा सर्वोत्तम हल चुनना है। भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न का "एक" या "एक से अधिक" विकल्प सही हो सकते हैं। भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न के सभी विकल्पों का सही चयन करने पर ही क्रेडिट प्राप्त होगा। सब सही विकल्पों का चयन नहीं करने पर कोई आंशिक क्रेडिट नहीं दिया जाएगा।
7. नकल करते हुए या अनुचित तरीकों का प्रयोग करते हुए पाए जाने वाले अभ्यर्थियों का इस और अन्य भावी परीक्षाओं के लिए अयोग्य ठहराया जा सकता है।
8. अभ्यर्थी को उत्तर या रफ पन्नों के अतिरिक्त कहीं और कुछ भी नहीं लिखना चाहिए।
9. परीक्षा समाप्त हो जाने पर परीक्षा पुस्तिका और उत्तर पत्र को इविजीलेटर को अवश्य सौंप दीजिए।
10. केलक्यूलेटर का उपयोग करने की अनुमति नहीं है।
11. किसी प्रश्न में विवादास्पदता के मामले में अंग्रेजी संस्करण प्रबल होगा।

रोल नंबर

अभ्यर्थी द्वारा भरी गई जानकारी को मैं सत्यापित करता हूँ।

नाम

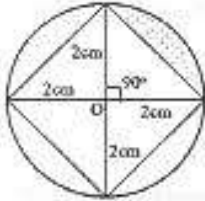
.....
इन्विजीलेटर के हस्ताक्षर

AH

S/07 RD/12-4 AH-1A

भाग A

1. छायाित क्षेत्र का क्षेत्रफल सेमी² में, है

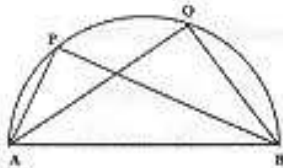


1. $(\pi - \sqrt{2})$ 2. $(\pi - 2)$
3. $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 4. $(\pi + 2)$

2. एक समकोण त्रिभुजाय आकृति के बाग के कोण समान्तर श्रेणी में हैं और सबसे छोटी भुजा 10-00 मीटर है। बाग की बाड़ की कुल लंबाई, मीटर में, है

1. 60.00 2. 47.32
3. 12.68 4. 22.68

3. चित्र में दर्शाये अनुसार किसी अर्धवृत्त का व्यास AB है। यदि $AQ = 2AP$ तो निम्न में से कौनसा विकल्प सही है ?



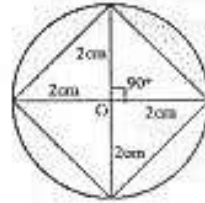
1. $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AQB$
2. $\angle APB = 2 \angle AQB$
3. $\angle APB = \angle AQB$
4. $\angle APB = \frac{1}{4} \angle AQB$

4. खरगोशों के एक समूह A की जनसंख्या 25% प्रतिवर्ष की दर से बढ़ती है जबकि समूह B की वृद्धि दर 50% प्रतिवर्ष है। यदि समूह A और B की वर्तमान जनसंख्याएँ समान हैं तो दो वर्ष पश्चात् समूह B और समूह A के खरगोशों की संख्या का अनुपात होगा :

1. 1.44 2. 1.72
3. 1.90 4. 1.25

PART A

1. The area of the shaded region in cm^2 is

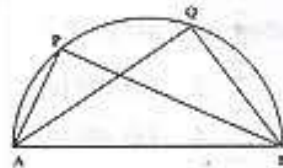


1. $(\pi - \sqrt{2})$ 2. $(\pi - 2)$
3. $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 4. $(\pi + 2)$

2. The angles of a right-angled triangle shaped garden are in arithmetic progression and the smallest side is 10.00 m. The total length of the fencing of the garden in m is

1. 60.00 2. 47.32
3. 12.68 4. 22.68

3. AB is the diameter of the semicircle as shown in the diagram. If $AQ = 2AP$ then which of the following is correct?



1. $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AQB$
2. $\angle APB = 2 \angle AQB$
3. $\angle APB = \angle AQB$
4. $\angle APB = \frac{1}{4} \angle AQB$

4. The rabbit population in community A increases at 25% per year while that in B increases at 50% per year. If the present populations of A and B are equal, the ratio of the number of the rabbits in B to that in A after 2 years will be

1. 1.44 2. 1.72
3. 1.90 4. 1.25

5. O_2 व H_2 प्रत्येक की दो मोल मात्रा समान आयतन वाले दो पात्रों में 150° से. और 1 वायुमण्डलीय दाब पर हैं : ये दोनों गैस एक तीसरे पात्र में मिलाई कर तब तक वाष्प बनाते हैं जब तक कि H_2 पूर्ण रूप से धूंक नहीं जाती। जब तीसरे पात्र के मिश्रण का तापमान 150° से. पर लाया जाता है तो इसका दाब 1 वायुमण्डल हो जाता है। तीसरे पात्र का आयतन होना चाहिए

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. V_0 | 2. $5V_0/4$ |
| 3. $3V_0/2$ | 4. $2V_0$ |

6.

6. हीलियम व आर्गन गैसों दो अलग पात्रों में समान तापमान पर हैं। अतः इनके वर्ग-माध्य-मूल वेग का मान भी विभिन्न है : ये दोनों गैस एक तीसरे पात्र में उसी तापमान पर मिलाई जाती हैं। मिश्रण के हीलियम परमाणुओं का वर्ग-माध्य-मूल वेग होगा

1. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उससे ज्यादा
2. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उससे कम
3. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उसके समान
4. मिश्रण के आर्गन परमाणुओं के वेग के समान

7. साबुन के उत्पादन में सिलिकाई तकनिक का उपयोग किया जाता है क्योंकि यह

- (a) उत्पाद का परिमाण बढ़ता है
- (b) जीवाणुओं को नारता है
- (c) सुगंध देता है
- (d) मुलायम है और त्वचा को खरोंचता नहीं है

उपर्युक्त में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/हैं ?

- | | |
|---------------|---------------|
| 1. (d) | 2. (a) और (c) |
| 3. (a) और (b) | 4. (a) और (d) |

8. 100 ग्राम अकार्बनिक यौगिक $X \cdot 5H_2O$ को जिसमें एक वाष्पशील अशुद्धि है, एक बट्टी में 150° से. पर 60 मिनट तक रखा गया। गर्म करने के पश्चात् अवशेष का भार 8 ग्राम रहता है। X में अशुद्धि की प्रतिशतता थी

- | | |
|-------|-------|
| 1. 10 | 2. 8 |
| 3. 20 | 4. 80 |

9. एक विशेष रात्रि में शुक्लपक्षीय चंद्र एक अर्ध-चंद्र था। उस रात्रि को चंद्र

1. पूर्वी क्षितिज पर होगा
2. पूर्वी क्षितिज की 45° कोणीय ऊँचाई पर होगा
3. आकाश के शिरोबिंदु पर होगा
4. पश्चिमी क्षितिज पर होगा

5. Two moles each of O_2 and H_2 are in two separate containers, each of volume V_0 and at $150^\circ C$ and 1 atmosphere. The two are made to react in a third container to form water vapour until H_2 is exhausted. When the temperature of the mixture in the third container was restored to $150^\circ C$, its pressure became 1 atmosphere. The volume of the third container must be

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. V_0 | 2. $5V_0/4$ |
| 3. $3V_0/2$ | 4. $2V_0$ |

6. Helium and argon gases in two separate containers are at the same temperature and so have different root-mean-square (r.m.s.) velocities. The two are mixed in a third container keeping the same temperature. The r.m.s. velocity of the helium atoms in the mixture is

1. more than what it was before mixing.
2. less than what it was before mixing.
3. equal to what it was before mixing.
4. equal to that of argon atoms in the mixture.

7. The mineral talc is used in the manufacture of soap because it

- (a) gives bulk to the product
- (b) kills bacteria
- (c) gives fragrance
- (d) is soft and does not scratch the skin

Which of the above statements is/are correct?

- | | |
|----------------|----------------|
| 1. (d) | 2. (a) and (c) |
| 3. (a) and (b) | 4. (a) and (d) |

8. 100 g of an inorganic compound $X \cdot 5H_2O$ containing a volatile impurity was kept in an oven at $150^\circ C$ for 60 minutes. The weight of the residue after heating is 8 g. The percentage of impurity in X was

- | | |
|-------|-------|
| 1. 10 | 2. 8 |
| 3. 20 | 4. 80 |

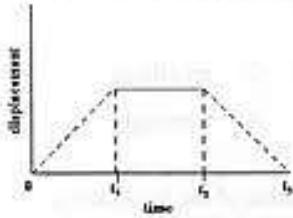
9. On a certain night the moon in its waning phase was a half-moon. At midnight the moon will be

1. on the eastern horizon.
2. at 45° angular height above the eastern horizon.
3. at the zenith.
4. on the western horizon.

10. नाभिकीय रिएक्टर में एक रत्न को 5 दिन तक विकिरणित किया जाता है। विकिरणन के 10 दिन बाद रत्न के रेडियोसमस्थानिक क्रोमियम की सक्रियता 600 डिसेटन प्रति घंटे है। किरणन के 5 दिन बाद रेडियोक्रोमियम की सक्रियता कितनी होगी यदि इसकी अर्धायु 5 दिन है ?

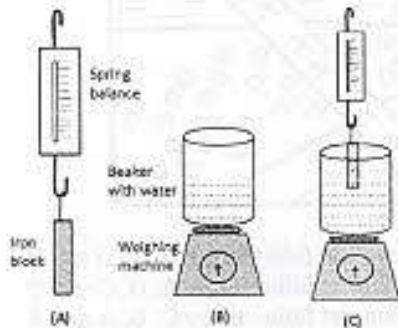
1. 300 2. 150
3. 2400 4. 1200

11. एक पिण्ड के सरकान विरुद्ध समय का प्लॉट चित्र में दर्शाये अनुसार है। उस ग्राफ को चुनिये जो कि इस पिण्ड के वेग का समय के साथ परिवर्तन सही सही दर्शाता है



- (A) Velocity vs time graph showing a constant velocity from 0 to t_1 , a linear decrease to zero at t_2 , and a constant velocity from t_2 to t_3 .
- (B) Velocity vs time graph showing a linear increase from 0 to t_1 , a constant velocity from t_1 to t_2 , and a linear decrease to zero at t_3 .
- (C) Velocity vs time graph showing a constant velocity from 0 to t_1 , a constant velocity from t_1 to t_2 , and a constant velocity from t_2 to t_3 .
- (D) Velocity vs time graph showing a constant velocity from 0 to t_1 , a constant velocity from t_1 to t_2 , and a constant velocity from t_2 to t_3 .

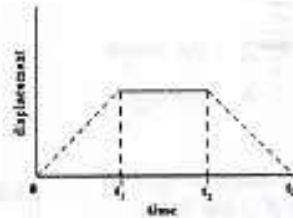
12.



10. A gemstone is irradiated in a nuclear reactor for 5 days. Ten days after irradiation, the activity of the chromium radioisotope in the gemstone is 600 disintegrations per hour. What is the activity of chromium radioisotope 5 days after irradiation if its half life is 5 days?

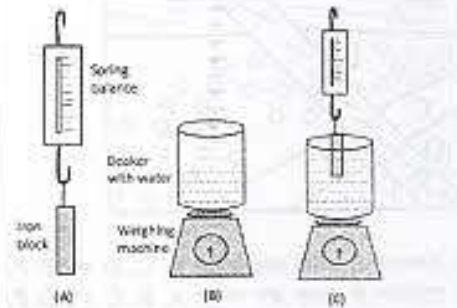
1. 300 2. 150
3. 2400 4. 1200

11. Displacement versus time curve for a body is shown in the figure. Select the graph that correctly shows the variation of the velocity with time



- (A) Velocity vs time graph showing a constant velocity from 0 to t_1 , a linear decrease to zero at t_2 , and a constant velocity from t_2 to t_3 .
- (B) Velocity vs time graph showing a linear increase from 0 to t_1 , a constant velocity from t_1 to t_2 , and a linear decrease to zero at t_3 .
- (C) Velocity vs time graph showing a constant velocity from 0 to t_1 , a constant velocity from t_1 to t_2 , and a constant velocity from t_2 to t_3 .
- (D) Velocity vs time graph showing a constant velocity from 0 to t_1 , a constant velocity from t_1 to t_2 , and a constant velocity from t_2 to t_3 .

12.



चित्र A की कमानदार तुला 0.5 कि.ग्रा. दर्शाती है तथा चित्र B को पलड़ेदार तुला 3.0 कि.ग्रा. दर्शाती है। कमानदार तुला से लटकता लोह खण्ड चित्र C को घोंकर के पानी में आंशिक रूप से डुकाया जाता है। कमानदार तुला अब 0.4 कि.ग्रा. दर्शाती है। चित्र में पलड़ेदार तुला दर्शाएगी।

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. 3.0 कि.ग्रा. | 2. 2.9 कि.ग्रा. |
| 3. 3.1 कि.ग्रा. | 4. 3.5 कि.ग्रा. |

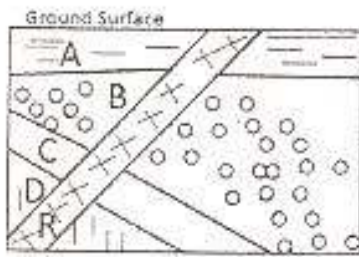
13. एक रस्सी के दोनों सिरे दो अलग खूंटों में इस तरह बांधे जाते हैं कि रस्सी पयान्त ढीली रहती है। एक पेंसिल इस रस्सी से इस तरह रगटा कर घुमाई जाती है कि रस्सी हमेशा तनी रहे। पेंसिल को घुमाने से बनने वाली आकृति किसकी अंश होगी?

- | | |
|-------------|-----------------|
| 1. एक वृत्त | 2. एक लम्बवृत्त |
| 3. एक वर्ग | 4. एक त्रिभुज |

14. बर्फ पर स्केटिंग के दौरान बर्फ स्केटर के जूतों की पतलियाँ बर्फ पर दबाव डालती हैं। बर्फ स्केटर नियुक्ततापूर्वक स्कैट कर सकता है क्योंकि

1. लगने वाले दबाव के बढ़ने से बर्फ पानी में परिवर्तित हो जाता है।
2. लगने वाले दबाव को घटाने से बर्फ पानी में परिवर्तित हो जाता है।
3. पतलियों के सम्पर्क वाले बर्फ का घनत्व घट जाता है।
4. पतलियाँ बर्फ को भेद नहीं पाती।

15. अनुप्रस्थकाट चित्र में दर्शाये अनुसार चार तलछटी शैल A, B, C और D में एक आग्नेय शैल R पुरी है। इनकी आयु के संबंध में निम्न में से कौनसा कथन सही है?



1. A तरुणतम है उसके बाद क्रमशः B, C, D और R हैं।
2. R तरुणतम है उसके बाद क्रमशः A, B, C और D हैं।
3. D तरुणतम है उसके बाद क्रमशः C, B, A और R हैं।
4. A तरुणतम है उसके बाद क्रमशः R, B, C और D हैं।

The spring balance in Fig. A reads 0.5 kg and the pan balance in Fig. B reads 3.0 kg. The iron block suspended from the spring balance is partially immersed in the water in the beaker (Fig. C). The spring balance now reads 0.4 kg. The reading on the pan balance in Fig. C is

- | | |
|-----------|-----------|
| 1. 3.0 kg | 2. 2.9 kg |
| 3. 3.1 kg | 4. 3.5 kg |

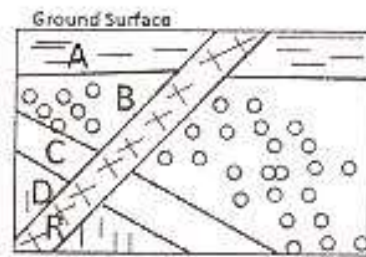
13. The ends of a rope are fixed to two pegs, such that the rope remains slack. A pencil is placed against the rope and moved, such that the rope always remains taut. The shape of the curve traced by the pencil would be a part of

- | | |
|-------------|---------------|
| 1. a circle | 2. an ellipse |
| 3. a square | 4. a triangle |

14. During ice skating, the blades of the ice skater's shoes exert pressure on the ice. Ice skater can efficiently skate because

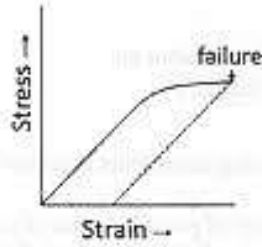
1. ice gets converted to water as the pressure exerted on it increases.
2. ice gets converted to water as the pressure exerted on it decreases.
3. the density of ice in contact with the blades decreases.
4. blades do not penetrate into ice.

15. Four sedimentary rocks A, B, C and D are intruded by an igneous rock R as shown in the cross-section diagram. Which of the following is correct about their ages?



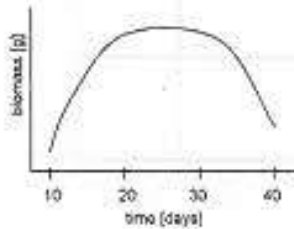
1. A is the youngest followed by B, C, D and R.
2. R is the youngest followed by A, B, C and D.
3. D is the youngest followed by C, B, A and R.
4. A is the youngest followed by R, B, C and D.

16. एक ठोस यदुर्ध जो कि लगातार तनाव में है उसकी टान संलग्न चित्र में अंकित की गई है।



निम्न में से कौनसा कथन सत्य है ?

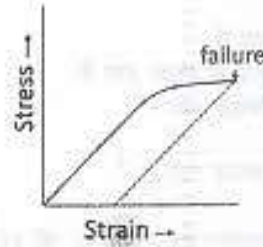
1. विफलता बिन्दु तक ठोस प्रत्यावस्थापूर्वक विकृत होता है।
 2. विफलता बिन्दु तक ठोस प्लास्टिकता पूर्वक विकृत होता है।
 3. विफलता होने पर ठोस अपने मूल आकार व स्वरूप में आ जाता है।
 4. विफलता होने पर ठोस हमेशा के लिये विकृत हो जाता है।
17. एक जीव की वृद्धि जिसे कि समय के नियत अंतरालों पर जांचा गया था नीचे दिये गये ग्राफ में दर्शाया गया है। किस समय के दौरान वृद्धि दर शून्य है ?



1. दसवें दिन के आरम्भत
 2. 20 वें दिन
 3. 20 से 30 दिनों के बीच
 4. 30 से 40 दिनों के बीच
18. लाल (R) बीजाँ वाले एक लंबे (T) पीधे (दोनों प्रमुख विशेषताएँ) को एक सफेद (r) बीजाँ वाले बौने (t) पीधे से संकरित किया गया था। यदि पृथक्कारी संतति ने समान संख्या में लंबे लाल व बौने सफेद पीधे पैदा किये तो उनके जनकों का जीन प्रकल्प होगा ?

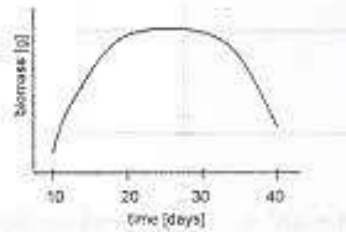
1. $TtRr \times TtRR$
2. $TtRr \times ttrr$
3. $TTRR \times ttrr$
4. $TTRR \times TtRr$

16. The strain in a solid subjected to continuous stress is plotted.



Which of the following statements is true?

1. The solid deforms elastically till the point of failure.
 2. The solid deforms plastically till the point of failure.
 3. The solid comes back to original shape and size on failure.
 4. The solid is permanently deformed on failure.
17. Growth of an organism was monitored at regular intervals of time, and is shown in the graph below. Around which time is the rate of growth zero?



1. Close to day 10
 2. On day 20
 3. Between days 20 and 30
 4. Between days 30 and 40
18. A Tall plant with Red seeds (both dominant traits) was crossed with a dwarf plant with white seeds. If the segregating progeny produced equal number of tall red and dwarf white plants, what would be the genotype of the parents?

1. $TtRr \times TtRR$
2. $TtRr \times ttrr$
3. $TTRR \times ttrr$
4. $TTRR \times TtRr$

19. तीन सूर्यमुखी पौधों को नीचे दर्शायी गयी परिस्थितियों में रखा गया था

पौधा A : निश्चल हवा में

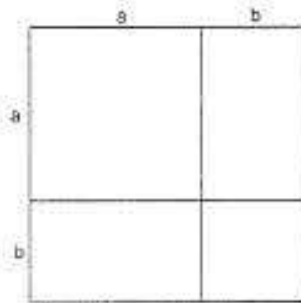
पौधा B : सामान्य रूप से प्रबुद्ध हवा में

पौधा C : अंधेरे व निश्चल हवा में

निम्न में से कौनसा कथन सही है ?

1. पौधे B की पारश्वसन दर > पौधे A की दर से
2. पौधे A की पारश्वसन दर > पौधे B की दर से
3. पौधे C की पारश्वसन दर = पौधे A की पारश्वसन दर
4. पौधे C की पारश्वसन दर > पौधे A की पारश्वसन दर > पौधे B की पारश्वसन दर

20. संलग्न चित्र के द्वारा निम्न में से कौनसा उंगित होता है



1. $a + ab + ab^2 + \dots = a/(1-b)$ for $|b| < 1$
2. $a > b$ से तात्पर्य $a^3 > b^3$
3. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4. $a > b$ से तात्पर्य $-a < -b$

19. Three sunflower plants were placed in conditions as indicated below.

Plant A : still air

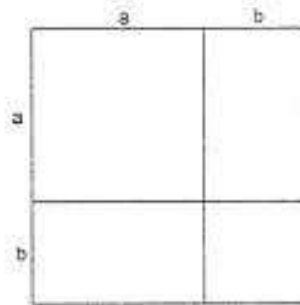
Plant B : moderately turbulent air

Plant C : still air in the dark

Which of the following statements is correct?

1. Transpiration rate of plant B > that of plant A.
2. Transpiration rate of plant A > that of plant B.
3. Transpiration rate of plant C = that of plant A.
4. Transpiration rate of plant C > that of plant A > that of plant B.

20. Which of the following is indicated by the accompanying diagram?



1. $a + ab + ab^2 + \dots = a/(1-b)$ for $|b| < 1$
2. $a > b$ implies $a^3 > b^3$
3. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4. $a > b$ implies $-a < -b$

भाग B

21. शब्द 'MATHEMATICS' के अक्षरों के क्रमबद्ध से कितने शब्द बनाये जा सकते हैं ?

1. 5040 2. 4989600
3. 11! 4. 8!

22. 50,000 के धनात्मक भाजक कितने हैं ?

1. 20 2. 30
3. 40 4. 50

23. मानें कि A व B दो $n \times n$ वास्तविक आव्यूह हैं। निम्न कथनों में कौन सही है ?

1. जाति $(A+B) =$ जाति $(A) +$ जाति (B) .
2. जाति $(A+B) \leq$ जाति $(A) +$ जाति (B) .
3. जाति $(A+B) =$ न्यूनतम {जाति (A) , जाति (B) }.
4. जाति $(A+B) =$ महत्तम {जाति (A) , जाति (B) }.

24. मानें कि

$$f_n(x) = \begin{cases} 1-nx & \text{for } x \in [0, 1/n] \\ 0 & \text{for } x \in [1/n, 1] \end{cases} \quad \text{तो}$$

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$, $[0, 1]$ पर संतत फलन की परिभाषा करता है।
2. $\{f_n\}$, $[0, 1]$ पर एकसमान अभिसरित होता है।
3. सभी $x \in [0, 1]$ के लिए $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$ है।
4. सभी $x \in [0, 1]$ के लिए $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ का अस्तित्व है।

25. संख्या $\sqrt{2}e^{i\pi}$ एक

1. परिमेय संख्या है।
2. अभिगमनांक है।
3. अपरिमेय संख्या है।
4. अधिकल्पित संख्या है।

PART B

21. The number of words that can be formed by permuting the letters of 'MATHEMATICS' is

1. 5040 2. 4989600
3. 11! 4. 8!

22. The number of positive divisors of 50,000 is

1. 20 2. 30
3. 40 4. 50

23. Let A, B be $n \times n$ real matrices. Which of the following statements is correct?

1. $\text{rank}(A+B) = \text{rank}(A) + \text{rank}(B)$.
2. $\text{rank}(A+B) \leq \text{rank}(A) + \text{rank}(B)$.
3. $\text{rank}(A+B) = \min\{\text{rank}(A), \text{rank}(B)\}$.
4. $\text{rank}(A+B) = \max\{\text{rank}(A), \text{rank}(B)\}$.

24. Let $f_n(x) = \begin{cases} 1-nx & \text{for } x \in [0, 1/n] \\ 0 & \text{for } x \in [1/n, 1] \end{cases}$

Then

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ defines a continuous function on $[0, 1]$.
2. $\{f_n\}$ converges uniformly on $[0, 1]$.
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$ for all $x \in [0, 1]$.
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ exists for all $x \in [0, 1]$.

25. The number $\sqrt{2}e^{i\pi}$ is

1. a rational number.
2. a transcendental number.
3. an irrational number.
4. an imaginary number.

26. मानें कि ζ एक का आदिम घनमूल है। A की परिभाषा है:

$$A = \begin{pmatrix} \zeta^{-1} & 0 \\ 0 & \zeta \end{pmatrix}$$

सदिश $v = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$ के लिये $|v|_A$ की परिभाषा है $\sqrt{|vAv^T|}$ जहाँ v^T, v का परिवर्त है। अगर $w = (1, 1, 1)$ तो $|w|_A$

1. 0 के समान है।
2. 1 के समान है।
3. -1 के समान है।
4. 2 के समान है।

27. मानें कि $M = \{(a_1, a_2, a_3) : a_i \in \{1, 2, 3, 4\}, a_1 + a_2 + a_3 = 6\}$ । M के अवयवों की संख्या है

1. 8
2. 9
3. 10
4. 12

28. $(38)^{2011}$ का आंशिक अंक है।

1. 6
2. 2
3. 4
4. 8

29. वास्तविक प्रविष्टि व शून्य अनुरेख वाले $n \times n$ ($n \geq 2$) कोष्टि के सभी सम्मित आव्यूहों $A = (a_{ij})$, $a_{ij} = 0$ के सदिश समष्टि की विमा है:

1. $(n^2+n-4)/2$
2. $(n^2-n+4)/2$
3. $(n^2+n-3)/2$
4. $(n^2-n+3)/2$

30. मानें कि $I = [0, 1] \subset \mathbb{R}$ । $x \in \mathbb{R}$ के लिये मानें कि $\phi(x) = \text{दूरी}(x, I) = \inf\{|x-y| : y \in I\}$ । तो

1. \mathbb{R} पर कहीं $\phi(x)$ असतत है।
2. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ सतत है परन्तु यथातथ $x = 0$ पर सतत अवकलनीय नहीं है।
3. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ सतत है परन्तु यथातथ $x = 0$ व $x = 1$ पर सतत अवकलनीय नहीं है।
4. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ अवकलनीय है।

26. Let ζ be a primitive cube root of unity. Define

$$A = \begin{pmatrix} \zeta^{-1} & 0 \\ 0 & \zeta \end{pmatrix}$$

For a vector $v = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$ define

$|v|_A = \sqrt{|vAv^T|}$ where v^T is transpose of v . If $w = (1, 1, 1)$ then $|w|_A$ equals

1. 0
2. 1
3. -1
4. 2

27. Let $M = \{(a_1, a_2, a_3) : a_i \in \{1, 2, 3, 4\}, a_1 + a_2 + a_3 = 6\}$. Then the number of elements in M is

1. 8
2. 9
3. 10
4. 12

28. The last digit of $(38)^{2011}$ is

1. 6
2. 2
3. 4
4. 8

29. The dimension of the vector space of all symmetric matrices $A = (a_{ij})$ of order $n \times n$ ($n \geq 2$) with real entries, $a_{ij} = 0$ and trace zero is

1. $(n^2+n-4)/2$
2. $(n^2-n+4)/2$
3. $(n^2+n-3)/2$
4. $(n^2-n+3)/2$

30. Let $I = [0, 1] \subset \mathbb{R}$. For $x \in \mathbb{R}$, let $\phi(x) = \text{dist}(x, I) = \inf\{|x-y| : y \in I\}$. Then

1. $\phi(x)$ is discontinuous somewhere on \mathbb{R} .
2. $\phi(x)$ is continuous on \mathbb{R} but not continuously differentiable exactly at $x = 0$.
3. $\phi(x)$ is continuous on \mathbb{R} but not continuously differentiable exactly at $x = 0$ and at $x = 1$.
4. $\phi(x)$ is differentiable on \mathbb{R} .

31. मानें कि $a_n = \sin \pi/n$ । क्रम a_1, a_2, \dots के लिए उच्चतम

1. 0 है व यह प्राप्त होता है ।
2. 0 है व यह प्राप्त नहीं होता ।
3. 1 है व यह प्राप्त होता है ।
4. 1 है व यह प्राप्त नहीं होता ।

32. तथ्य $\sum_1^\infty \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ का उपयोग करके

$\sum_1^\infty \frac{1}{(2n+1)^2}$ का मूल्य होगा :

- | | |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. $\frac{\pi^2}{12}$ | 2. $\frac{\pi^2}{12} - 1$ |
| 3. $\frac{\pi^2}{8}$ | 4. $\frac{\pi^2}{8} - 1$ |

33. मानें कि $f(x, y) = u(x, y) + i v(x, y)$ रूप का एक सम्मिश्रमानी फलन $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ है ।

मानें कि $u(x, y) = 3x^2y$, तो

1. \mathbb{C} पर v के किसी भी चरण पर f होलोमॉर्फिक नहीं हो सकता ।
2. \mathbb{C} पर v के उचित चरण पर f होलोमॉर्फिक होगा ।
3. \mathbb{C} पर v के सभी चरण पर f होलोमॉर्फिक होगा ।
4. u अवकलनीय नहीं है ।

34. मानें कि $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ एक द्विरैखिक प्रतिचित्र है, अर्थात् हर चर में अलग से रैखिक है । तो $(V, W) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ के लिये $(H, K) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ पर मूल्यंकित अवकलज $Df(V, W)$ निम्न से दिया जाता है :

1. $f(V, K) + f(H, W)$
2. $f(H, K)$
3. $f(V, H) + f(W, K)$
4. $f(H, V) + f(W, K)$

35. अधिकतम 3 घात वाले, सभी वास्तविक बहुपदों की संदिश समष्टि N माना जाये । $S: N \rightarrow N$ की परिभाषा है $(Sp)(x) = p(x+1)$, $p \in N$ । तो $\{1, x, x^2, x^3\}$ जो स्तंभ संदिश के रूप में हैं, इस आधार में S का आव्यूह, इस प्रकार दिया जाता है :

31-- Let $a_n = \sin \pi/n$. For the sequence a_1, a_2, \dots the supremum is

1. 0 and it is attained.
2. 0 and it is not attained.
3. 1 and it is attained
4. 1 and it is not attained.

32. Using the fact that

$$\sum_1^\infty \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}, \quad \sum_1^\infty \frac{1}{(2n+1)^2} \text{ equals}$$

- | | |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. $\frac{\pi^2}{12}$ | 2. $\frac{\pi^2}{12} - 1$ |
| 3. $\frac{\pi^2}{8}$ | 4. $\frac{\pi^2}{8} - 1$ |

33. Let $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ be a complex valued function of the form $f(x, y) = u(x, y) + i v(x, y)$.

Suppose that $u(x, y) = 3x^2y$.

Then

1. f cannot be holomorphic on \mathbb{C} for any choice of v .
2. f is holomorphic on \mathbb{C} for a suitable choice of v .
3. f is holomorphic on \mathbb{C} for all choices of v .
4. u is not differentiable.

34. Let $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ be a bilinear map, i.e., linear in each variable separately. Then for $(V, W) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$, the derivative $Df(V, W)$ evaluated on $(H, K) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ is given by

1. $f(V, K) + f(H, W)$
2. $f(H, K)$
3. $f(V, H) + f(W, K)$
4. $f(H, V) + f(W, K)$

35. Let N be the vector space of all real polynomials of degree at most 3. Define

$$S: N \rightarrow N \text{ by } (Sp)(x) = p(x+1), p \in N.$$

Then the matrix of S in the basis $\{1, x, x^2, x^3\}$, considered as column vectors, is given by:

1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

36. मानें कि F , 8 अवयव वाला एक क्षेत्र है एवं $A = \{x \in F \mid x^7 = 1 \text{ व } x^k \neq 1, k < 7 \}$ वाले सभी प्राकृतिक अंकों को लिये। तो A के अवयवों की संख्या है :

1. 1 2. 2
3. 3 4. 6

36. Let F be a field of 8 elements and $A = \{x \in F \mid x^7 = 1 \text{ and } x^k \neq 1 \text{ for all natural numbers } k < 7\}$. Then the number of elements in A is

1. 1 2. 2
3. 3 4. 6

37. घात श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n} (z-1)^{2n}$ तभी अभिसरित होती है जब

1. $|z| \leq 3$ 2. $|z| < \sqrt{3}$
3. $|z-1| < \sqrt{3}$ 4. $|z-1| \leq \sqrt{3}$

37. The power series $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n} (z-1)^{2n}$ converges if

1. $|z| \leq 3$ 2. $|z| < \sqrt{3}$
3. $|z-1| < \sqrt{3}$ 4. $|z-1| \leq \sqrt{3}$

38. समूह $G = \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ के बारे में विचारें जहाँ \mathbb{Q} व \mathbb{Z} क्रमशः परिमेय व पूर्ण अंकों के समूह हैं। मानें कि n एक धनात्मक संख्या है। तो क्या कोई n का एक चक्रीय उपसमूहव्यय है ?

1. आवश्यक नहीं।
2. हाँ, एक अनन्य।
3. हाँ, परन्तु अनन्य होने की आवश्यकता नहीं।
4. कभी नहीं।

38. Consider the group $G = \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ where \mathbb{Q} and \mathbb{Z} are the groups of rational numbers and integers respectively. Let n be a positive integer. Then is there a cyclic subgroup of order n ?

1. not necessarily.
2. yes, a unique one.
3. yes, but not necessarily a unique one.
4. never

39. मानें कि $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ एवं $g(x) = 2x^2 + x + 2$ तो \mathbb{Z}_3 पर

1. $f(x)$ व $g(x)$ अलघुकरणीय हैं।
2. $f(x)$ अलघुकरणीय है परन्तु $g(x)$ नहीं।
3. $g(x)$ अलघुकरणीय है परन्तु $f(x)$ नहीं।
4. न तो $f(x)$ या न तो $g(x)$ अलघुकरणीय है।

39. Let $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ and $g(x) = 2x^2 + x + 2$. Then over \mathbb{Z}_3 ,

1. $f(x)$ and $g(x)$ are irreducible
2. $f(x)$ is irreducible, but $g(x)$ is not.
3. $g(x)$ is irreducible, but $f(x)$ is not.
4. neither $f(x)$ nor $g(x)$ is irreducible.

40. $\mathbb{Z}_{(12)}$ से $\mathbb{Z}_{(28)}$ तक के अतुल्य बलय समाकारिता की संख्या है :

1. 1
2. 3
3. 4
4. 7

41. प्रारंभिक मान समस्या $y'(t) = f(t)y(t)$, $y(0) = 1$ जहाँ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ संतत है, पर विचारें। तो इस प्रारंभिक मान समस्या के

1. कुछ f के लिये अनंता: बहुत हल होते हैं।
2. \mathbb{R} पर एक अनन्य हल होता है।
3. \mathbb{R} पर कुछ f के लिये कोई हल नहीं होता।
4. 0 को अन्तर्विष्ट करते एक अंतराल में एक हल होता है, परन्तु कुछ f के लिये \mathbb{R} पर नहीं।

42. मानें कि साधारण अवकल समीकरण $u''(t) - 4u'(t) + 3u(t) = 0$, $t \in \mathbb{R}$ के सभी परिवृद्ध हलों का समुच्चय V है। तो V

1. विभा 2 की एक वास्तविक सदिश समष्टि है।
2. विभा 1 की एक वास्तविक सदिश समष्टि है।
3. केवल एक तुच्छ फलन $u \equiv 0$ को अन्तर्विष्ट करता है।
4. ठीक-ठीक दो ही फलनों को अन्तर्विष्ट करता है।

43. फलन $u(x, t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x^2}{4t}} & , t > 0, x \in \mathbb{R} \\ 0 & , t \leq 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$

ऊपर समीकरण का, निम्न अंतराल में, एक हल है :

1. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\}$.
2. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > 0\}$ परन्तु समुच्चय $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t < 0\}$ में नहीं।
3. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\} \setminus \{(0, 0)\}$.
4. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > -1\}$.

40. The number of non-trivial ring homomorphisms from $\mathbb{Z}_{(12)}$ to $\mathbb{Z}_{(28)}$ is

1. 1
2. 3
3. 4
4. 7

41. Consider the initial value problem

$$y'(t) = f(t)y(t), \quad y(0) = 1$$

where $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is continuous. Then this initial value problem has

1. infinitely many solutions for some f .
2. a unique solution in \mathbb{R} .
3. no solution in \mathbb{R} for some f .
4. a solution in an interval containing 0, but not on \mathbb{R} for some f .

42. Let V be the set of all bounded solutions of the ODE

$$u''(t) - 4u'(t) + 3u(t) = 0, t \in \mathbb{R}$$

Then V

1. is a real vector space of dimension 2.
2. is a real vector space of dimension 1.
3. contains only the trivial function $u \equiv 0$.
4. contains exactly two functions.

43. The function

$$u(x, t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x^2}{4t}} & , t > 0, x \in \mathbb{R} \\ 0 & , t \leq 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

is a solution of the heat equation in

1. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\}$.
2. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > 0\}$ but not in the set $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t < 0\}$.
3. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\} \setminus \{(0, 0)\}$.
4. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > -1\}$.

44. दूसरी कोटि के आंशिक अवकल समीकरण

$$u_{yy} - yu_{xx} + x^3u = 0$$

है :

1. सभी $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ के लिये दीर्घवृत्तीय है ।
2. सभी $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ के लिये परवल्यिक है ।
3. सभी $x \in \mathbb{R}, y < 0$ के लिये दीर्घवृत्तीय है ।
4. सभी $x \in \mathbb{R}, y < 0$ के लिये अतिपरवल्यिक है ।

45. दूसरी कोटि के एक साधारण अवकल समीकरण व उसके परिमित अंतर निरूपण के बारे में विचारें । निम्न में से एक सही कथन को पहचानें ।

1. परिमित अंतर निरूपण अनन्य है ।
2. कुछ साधारण अवकल समीकरणों के लिये परिमित अंतर निरूपण अनन्य है ।
3. साधारण अवकल समीकरणों के लिये कोई अनन्य परिमित अंतर निरूपण नहीं है ।
4. परिमित अंतर अधियोजना की अनन्यता निर्धारित नहीं हो सकती ।

46. फलनक

$$I(y(x)) = \int_1^3 y(3x-y)dx; \quad y(3) = 4\frac{1}{2}, y(1) = 1$$

के वरममानोकरण की विचरणी समस्या का

1. एक अनन्य हल होता है ।
2. ठीक-ठीक दो ही हल होते हैं ।
3. अनन्त संख्या के हल होते हैं ।
4. कोई हल नहीं होता ।

47. रैखिक समाकल समीकरण $\phi(x) = x + \int_0^{1/2} \phi(\xi)d\xi$,

के लिये सन्निकट अर्थ $R(x, \xi; 1)$ है :

- | | |
|--------|------|
| 1. 1/2 | 2. 2 |
| 3. 3/2 | 4. 4 |

48. एक गतिकीय तंत्र की हैमिल्टनी $H = pq - q^2$ दी जाती है, तो जब $t \rightarrow \infty$,

1. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow \infty$
2. $q \rightarrow 0, p \rightarrow 0$
3. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$
4. $q \rightarrow 0, p \rightarrow \infty$

44. The second order PDE

$$u_{yy} - yu_{xx} + x^3u = 0$$

is

1. elliptic for all $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.
2. parabolic for all $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.
3. elliptic for all $x \in \mathbb{R}, y < 0$.
4. hyperbolic for all $x \in \mathbb{R}, y < 0$.

45. Consider a second order ordinary differential Equation (ODE) and its finite difference representation. Identify which of the following statements is correct.

1. The finite difference representation is unique.
2. The finite difference representation is unique for some ODE.
3. There is no unique finite difference scheme for the ODE.
4. The uniqueness of a finite difference scheme can not be determined.

46. The variational problem of extremizing the functional

$$I(y(x)) = \int_1^3 y(3x-y)dx; \quad y(3) = 4\frac{1}{2}, y(1) = 1$$

has

1. a unique solution.
2. exactly two solutions.
3. an infinite number of solutions.
4. no solution.

47. For the linear integral equation

$$\phi(x) = x + \int_0^{1/2} \phi(\xi)d\xi,$$

the resolvent kernel $R(x, \xi; 1)$ is

- | | |
|--------|------|
| 1. 1/2 | 2. 2 |
| 3. 3/2 | 4. 4 |

48. If the Hamiltonian of a dynamical system is given by $H = pq - q^2$, then as $t \rightarrow \infty$

1. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow \infty$
2. $q \rightarrow 0, p \rightarrow 0$
3. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$
4. $q \rightarrow 0, p \rightarrow \infty$

49. संबंधी बंटन फलन $F_1(t)$ व $F_2(t)$ एवं प्रायिकता घनत्व फलन $f_1(t)$ व $f_2(t)$ के दो जीवकाल वर T_1 व T_2 की जोखिम गतियों क्रमशः $h_1(t) = 3t^2$ व $h_2(t) = 4t^3, t > 0$ हैं। तो

1. सभी $t > 0$ के लिये $F_1(t) \geq F_2(t)$.
2. सभी $t > 1$ के लिये $F_1(t) < F_2(t)$.
3. $E(T_1) < E(T_2)$.
4. सभी $t > 0$ के लिये $f_1(t) < f_2(t)$.

50. मानें कि $X_1, X_2, \dots, N(1,1)$ के अनुसार सर्वथा स्वतंत्र रूप से बंटित यादृच्छिक वर हैं। मानें कि $n \geq 1$ के लिये $S_n = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ है। तो

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{प्रसरण}(S_n)}{n}$ का मूल्य है :

- | | |
|------|------|
| 1. 4 | 2. 6 |
| 3. 1 | 4. 0 |

51. मानें कि $\{X_n : n \geq 0\}$ एक परिमित अवस्था समष्टि S पर स्तब्ध संक्रमण प्रायिकता आव्यूह वाला एक मार्कोव श्रंखला है। मानें कि श्रंखला अलघुकरणीय नहीं है। तो यह मार्कोव श्रंखला

1. के अनन्त बहुत स्तब्ध बंटन ग्राह्य है।
2. का एक ही अनन्य स्तब्ध बंटन ग्राह्य है।
3. का कोई भी स्तब्ध बंटन ग्राह्य नहीं है।
4. के ठीक-ठीक दो स्तब्ध बंटन ग्राह्य नहीं हैं।

52. मानें कि X व Y दो स्वतंत्र यादृच्छिक वर हैं, जहाँ 0 के दोनों तरफ Y सममित है। मानें कि $U = X + Y$ व $V = X - Y$ तो

1. U व V हमेशा स्वतंत्र हैं।
2. U व V दोनों का बंटन समान है।
3. U हमेशा 0 के दोनों तरफ सममित है।
4. V हमेशा 0 के दोनों तरफ सममित है।

53. एक चुनाव में दो राजनैतिक पक्षों के प्रति मतदाताओं की पसंद की आवृत्तियों निम्न 2×2 तालिका में लिंगानुसार वर्गीकृत की गयी हैं। सही कथन को पहचानें :

लिंग	पक्ष B	पक्ष C	कुल
पुरुष	200	400	600
स्त्री	100	300	400
कुल	300	700	1000

49. The hazard rates of two life time variables T_1 and T_2 with respective c.d.f.s $F_1(t)$ and $F_2(t)$ and p.d.f.s $f_1(t)$ and $f_2(t)$, are $h_1(t) = 3t^2$ and $h_2(t) = 4t^3, t > 0$ respectively. Then

1. $F_1(t) \geq F_2(t)$ for all $t > 0$.
2. $F_1(t) < F_2(t)$ for all $t > 1$.
3. $E(T_1) < E(T_2)$.
4. $f_1(t) < f_2(t)$ for all $t > 0$.

50. Let X_1, X_2, \dots be i.i.d. $N(1,1)$ random variables. Let

$S_n = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ for $n \geq 1$. Then $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{Var}(S_n)}{n}$ is

- | | |
|------|------|
| 1. 4 | 2. 6 |
| 3. 1 | 4. 0 |

51. Let $\{X_n : n \geq 0\}$ be a Markov chain on a finite state space S with stationary transition probability matrix. Suppose that the chain is not irreducible. Then the Markov chain

1. admits infinitely many stationary distributions.
2. admits a unique stationary distribution.
3. may not admit any stationary distribution.
4. cannot admit exactly two stationary distributions.

52. Suppose X and Y are independent random variables where Y is symmetric about 0. Let $U = X + Y$ and $V = X - Y$. Then

1. U and V are always independent.
2. U and V have the same distribution.
3. U is always symmetric about 0.
4. V is always symmetric about 0.

53. Consider the following 2×2 table of frequencies of voter preferences to two parties classified by gender, in an election. Identify the correct statement:

Gender	Party B	Party C	Total
Male	200	400	600
Female	100	300	400
Total	300	700	1000

1. अगर पक्ष व लिंग के बीच कोई सम्बन्ध नहीं है तो अपेक्षित आवृत्तियाँ होंगी

180	420
120	280

2. सम्बन्ध की अनुपस्थिति के परीक्षण हेतु काई-वर्ग प्रतिदर्श 0 है ।
3. लिंग व पक्ष सम्बन्धित नहीं हैं ।
4. पुरुष व स्त्री दोनों समानतः पक्ष C को पसंद करते हैं ।

54. माने कि X_1, X_2, \dots, X_n , $n (\geq 2)$, $N(\mu, \sigma^2)$ बंटन से सर्वथासम स्वतंत्र रूप से बंटे प्रेक्षण हैं, जहाँ $-\infty < \mu < \infty$ व $0 < \sigma^2 < \infty$ अज्ञात प्राचल हैं । माने कि $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ व $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ क्रमशः σ^2 के अधिकतम संभावित व एकसमान न्यूनतम प्रसरण अनुमानित आवचल हैं । सही कथन को पहचाने :

1. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ का प्रसरण $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ के प्रसरण के समान है ।
2. $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ की तुलना में $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ का प्रसरण अधिक है ।
3. $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ की तुलना में $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ का झुटि वर्ग माध्य कम है ।
4. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ व $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ दोनों के झुटि वर्ग माध्य समान हैं ।

55. माने कि हमारे पास X_1, X_2, \dots, X_n एक प्रसामान्य बंटन वाले सर्वथासम स्वतंत्र रूप से बंटे प्रेक्षण हैं । इसके अतिरिक्त माने कि हमारे पास उसी प्रसामान्य बंटन वाले स्वतंत्र प्रेक्षण समुच्चय Y_1, Y_2, \dots, Y_n भी हैं जो भी सर्वथासम स्वतंत्ररूप से बंटे हैं । माने कि $R_X = X$ व Y मूल्यों के युगित समुच्चय में X ओं की जातियों (रैंक) का योगफल है एवं $R_Y = Y$ युगित समुच्चय में Y ओं की जातियों का योगफल है । तो

1. $P(R_X - R_Y > 0) > \frac{1}{2}$.
2. $P(R_Y - R_X > 0) > \frac{1}{2}$.
3. $E(R_X) = E(R_Y)$.
4. $P(R_Y = R_X) = 1$.

56. एक साधारण समाप्रयण निदर्श $Y = \beta X + \epsilon$ पर विचारें । माने कि $\hat{Y}_0, X = x_0$ पर n प्रेक्षणों (Y_i, X_i) , $i = 1, \dots, n$ व $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ पर आधारित Y का न्यूनतम वर्ग प्राच्यता है । तो प्राच्यता \hat{Y}_0 की मानक झुटि

1. If there is no association between party and gender, the expected frequencies are

180	420
120	280

2. The chi-square statistic for testing no association is 0.
3. Gender and party are not associated.
4. Both males and females equally prefer party C.

54. Let X_1, X_2, \dots, X_n be $n (\geq 2)$ i.i.d. observations from $N(\mu, \sigma^2)$ distribution, where $-\infty < \mu < \infty$ and $0 < \sigma^2 < \infty$ are unknown parameters. Let $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ and $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ denote the maximum likelihood and uniformly minimum variance unbiased estimates of σ^2 respectively. Identify the correct statement:

1. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ has the same variance as that of $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$.
2. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ has larger variance than that of $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$.
3. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ has smaller mean squared error than that of $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$.
4. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ and $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ have the same mean squared error.

55. Suppose that we have i.i.d. observations X_1, X_2, \dots, X_n with a normal distribution. Suppose further that we have an independent set of observations Y_1, Y_2, \dots, Y_n which are also i.i.d. with the same normal distribution. Let R_X = the sum of the ranks of the X 's when they are ranked in the combined set of X and Y values, and R_Y = the sum of the ranks of the Y 's in the combined set. Then

1. $P(R_X - R_Y > 0) > \frac{1}{2}$.
2. $P(R_Y - R_X > 0) > \frac{1}{2}$.
3. $E(R_X) = E(R_Y)$.
4. $P(R_Y = R_X) = 1$.

56. Consider a simple linear regression model $Y = \beta X + \epsilon$. Let \hat{Y}_0 be the least squares predictor of Y at $X = x_0$ based on n observations (Y_i, X_i) , $i = 1, \dots, n$ and $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$. Then the standard error of the predictor \hat{Y}_0

1. जब \bar{X} से x_0 दूर हटता है तो कम होती है।
2. जब \bar{X} से x_0 दूर हटता है तो अधिक होती है।
3. जब 0 के पास x_0 आता है तो अधिक होती है।
4. जब 0 के पास x_0 आता है तो कम होती है।

57. एक बक्से में 1, 2, ..., N संख्यावाले N टिकट अंतर्भिन्ने हैं। N का मूल्य तथापि अज्ञात है। बक्से में से यापस रखे बिना एक साधारण यादृच्छिक n टिकटों का प्रतिदर्श निकाला गया। मानें कि X_1, X_2, \dots, X_n टिकटों पर दिये गये संख्या हैं जो क्रमशः पहले, दूसरे, ..., n वें बार निकालने में पाये जाते हैं। निम्न में से कौन N का अनभिनत आकल है ?

1. $2\bar{X}-1$ जहाँ $\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)$
2. $2\bar{X}+1$
3. $2\bar{X} + \frac{1}{2}$
4. $2\bar{X} - \frac{1}{2}$

58. यह देखने के लिए कि क्या दो अलग चर्म क्रीम A व B मानव शरीर पर अलग परिणाम देते हैं, एक नैदानिक परीक्षण किया गया जिसमें यादृच्छिक रूप से चुने न व्यक्ति शामिल किये गये। क्रीम A, हर व्यक्ति के यादृच्छिक रूप से चुनी गयी एक भुजा में लगाया गया, व क्रीम B दूसरी भुजा में। मानें कि मापी गयी प्रतिक्रिया एक संतत धर है। अंतर के परीक्षण हेतु किस सांख्यिकीय परीक्षण का उपयोग करना चाहिये ?

1. अगर प्रसामान्यता मानी जा सकती है तो दो-प्रतिदर्श टी-परीक्षण
2. अगर प्रसामान्यता मानी जा सकती है तो युगल टी-परीक्षण
3. दो प्रतिदर्श कोल्मोगोरोव-स्मिर्नोव परीक्षण
4. यादृच्छिकता का परीक्षण

59. मानें कि घर $x_1 \geq 0$ व $x_2 \geq 0$ व्ययसोर्षों $x_1+x_2 \geq 3$ व $x_1+2x_2 \geq 4$ का समाधान करते हैं। तो निम्न में से कौन सा सही है ?

1. $5x_1 + 7x_2$ का उच्चतम मूल्य 21 है व उसका कोई परिमित न्यूनतम नहीं है।
2. $5x_1 + 7x_2$ का न्यूनतम मूल्य 17 है व उसका कोई परिमित उच्चतम नहीं है।
3. $5x_1 + 7x_2$ का उच्चतम मूल्य 21 है व उसका न्यूनतम मूल्य 17 है।
4. $5x_1 + 7x_2$ का न तो कोई परिमित न्यूनतम है न तो उच्चतम।

1. decreases as x_0 moves away from \bar{X} .
2. increases as x_0 moves away from \bar{X} .
3. increases as x_0 moves closer to 0.
4. decreases as x_0 moves closer to 0.

57. A box contains N tickets which are numbered 1, 2, ..., N. The value of N is however, unknown. A simple random sample of n tickets is drawn without replacement from the box. Let X_1, X_2, \dots, X_n be numbers on the tickets obtained in the 1st, 2nd, ..., nth draws respectively. Which of the following is an unbiased estimator of N?

1. $2\bar{X}-1$ where $\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)$
2. $2\bar{X}+1$
3. $2\bar{X} + \frac{1}{2}$
4. $2\bar{X} - \frac{1}{2}$

58. In a clinical trial n randomly chosen persons were enrolled to examine whether two different skin creams, A and B, have different effects on the human body. Cream A was applied to one of the randomly chosen arms of each person, cream B to the other arm. Which statistical test is to be used to examine the difference? Assume that the response measured is a continuous variable.

1. Two-sample t-test if normality can be assumed.
2. Paired t-test if normality can be assumed.
3. Two-sample Kolmogorov-Smirnov test.
4. Test for randomness.

59. Suppose that the variables $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$ satisfy the constraints $x_1+x_2 \geq 3$ and $x_1+2x_2 \geq 4$. Which of the following is true?

1. The maximum value of $5x_1 + 7x_2$ is 21 and it does not have any finite minimum.
2. The minimum value of $5x_1 + 7x_2$ is 17 and it does not have any finite maximum.
3. The maximum value of $5x_1 + 7x_2$ is 21 and its minimum value is 17.
4. $5x_1 + 7x_2$ neither has a finite maximum nor a finite minimum.

60. आगमन गति $\lambda > 0$ व सेवा गति $\mu > 0$ के एक M/M/1 कतार प्रणाली में मानें कि $X(t)$ ग्राहकों की संख्या है। प्रक्रिया $X(t)$ एक

1. गति $\lambda - \mu$ का प्वासों प्रक्रिया है।
2. जनन गति $\lambda - \mu$ की शुद्ध जनन प्रक्रिया है।
3. जनन गति λ व मरण गति μ की जनन-मरण प्रक्रिया है।
4. जनन गति $\frac{1}{\lambda}$ व मरण गति $\frac{1}{\mu}$ की जनन-मरण प्रक्रिया है।

60. Let $X(t)$ be the number of customers in an M/M/1 queuing system with arrival rate $\lambda > 0$ and service rate $\mu > 0$. The process $X(t)$ is a

1. Poisson process with rate $\lambda - \mu$.
2. pure birth process with birth rate $\lambda - \mu$.
3. birth and death process with birth rate λ and death rate μ .
4. birth and death process with birth rate $\frac{1}{\lambda}$ and death rate $\frac{1}{\mu}$.

भाग/Part C

एकक I/Unit I

61. फलन $f(x) = \cos(|x-5|) + \sin(|x-3|) + |x+10|^3 - (|x+4|)^2$ पर विचार कीजिए। f निम्न बिन्दुओं में कहाँ अवकलनीय नहीं है ?

1. $x=5$ 2. $x=3$ 3. $x=-10$ 4. $x=0$

61. Consider the function

$$f(x) = \cos(|x-5|) + \sin(|x-3|) + |x+10|^3 - (|x+4|)^2.$$

At which of the following points is f not differentiable?

1. $x=5$ 2. $x=3$ 3. $x=-10$ 4. $x=0$

62. \mathbb{R}^2 के निम्न उपसमुच्चयों में कौन से सुसंघत हैं ?

1. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y| \geq 2\}$ 2. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y|^2 \leq 2\}$
3. $\{(x, y) : x^2 + 3y^2 \leq 5\}$ 4. $\{(x, y) : x^2 \leq y^2 + 5\}$

62. Which of the following subsets of \mathbb{R}^2 are compact?

1. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y| \geq 2\}$ 2. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y|^2 \leq 2\}$
3. $\{(x, y) : x^2 + 3y^2 \leq 5\}$ 4. $\{(x, y) : x^2 \leq y^2 + 5\}$

63. निम्न में कौन से $C = \{f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ जो एक सतत फलन है}\}$ में दूरीक हैं ?

1. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}$.
2. $d(f, g) = \inf\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}$.
3. $d(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$.
4. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\} + \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$.

63. Which of the following are metrics on $C = \{f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ is a continuous function}\}$

1. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}$.
2. $d(f, g) = \inf\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}$.
3. $d(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$.
4. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\} + \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$.

64. हर $j = 1, 2, 3, \dots$ के लिये मानें कि A_j एक परिमित समुच्चय है जिसमें कम से कम दो अवयव हैं। तो

1. $\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$ एक गणनीय समुच्चय है।
2. $\bigcup_{n=1}^{\infty} \prod_{j=1}^n A_j$ अगणनीय है।
3. $\prod_{j=1}^{\infty} A_j$ अगणनीय है।
4. $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_j$ अगणनीय है।

64. For each $j = 1, 2, 3, \dots$, let A_j be a finite set containing at least two distinct elements. Then

1. $\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$ is a countable set.
2. $\bigcup_{n=1}^{\infty} \prod_{j=1}^n A_j$ is uncountable.
3. $\prod_{j=1}^{\infty} A_j$ is uncountable.
4. $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_j$ is uncountable.

65. निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं ?

1. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.
2. $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.
3. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.
4. $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.

65. Which of the following is/are correct?

1. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.
2. $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.
3. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.
4. $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.

66. निम्न में से कौन सही है/हैं ?

1. $\log \frac{x+y}{2} \leq \frac{\log x + \log y}{2}$ सभी $x, y > 0$ के लिये ।
2. $e^{\frac{x+y}{2}} \leq \frac{e^x + e^y}{2}$ सभी $x, y > 0$ के लिये ।
3. $\sin \frac{x+y}{2} \leq \frac{\sin x + \sin y}{2}$ सभी $x, y > 0$ के लिये ।
4. $\frac{(x+y)^k}{2^k} \leq \max\{x^k, y^k\}$ सभी $x, y > 0$ व सब $k \geq 1$ के लिये ।

66. Which of the following is/are true?

1. $\log \frac{x+y}{2} \leq \frac{\log x + \log y}{2}$ for all $x, y > 0$.
2. $e^{\frac{x+y}{2}} \leq \frac{e^x + e^y}{2}$ for all $x, y > 0$.
3. $\sin \frac{x+y}{2} \leq \frac{\sin x + \sin y}{2}$ for all $x, y > 0$.
4. $\frac{(x+y)^k}{2^k} \leq \max\{x^k, y^k\}$ for all $x, y > 0$ and all $k \geq 1$.

67. $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ एक मेय फलन है, तो करीब-करीब सर्वत्र

1. सभी $a \leq c < d \leq b$ के लिए अगर $\int_c^d f(x) dx = 0$ तो $f = 0$ है ।
2. सभी $a \leq c \leq b$ के लिए अगर $\int_a^c f(x) dx = 0$ तो $f = 0$ है ।
3. सभी $a \leq c < d \leq b$ के लिए अगर $\int_c^d f(x) dx = 0$ तो यह आवश्यक नहीं है कि $f = 0$ हो ।
4. सभी $a \leq c \leq b$ के लिये अगर $\int_a^c f(x) dx = 0$ तो यह आवश्यक नहीं है कि $f = 0$ हो ।

67. Let $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ be a measurable function. Then

1. If $\int_c^d f(x) dx = 0$ for all $a \leq c < d \leq b$ then $f = 0$ a.e.
2. If $\int_a^c f(x) dx = 0$ for all $a \leq c \leq b$, then $f = 0$ a.e.

3. If $\int_c^d f(x)dx=0$ for all $a \leq c < d \leq b$, does not necessarily imply that $f=0$ a.e.
4. If $\int_a^c f(x)dx=0$ for all $a \leq c \leq b$ does not necessarily imply that $f=0$ a.e.

68. \mathbb{R}^n में $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ व $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, $1 \leq p < \infty$ के लिये माने कि

$$d_p(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{1/p} \text{ व } d_\infty(x, y) = \max \{|x_j - y_j| : j = 1, 2, \dots, n\} \text{ है। मानें कि } B_p =$$

$\{x \in \mathbb{R}^n : d_p(x, 0) < 1\}$, $1 \leq p \leq \infty$. निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं ?

1. d_∞ -दूरीक में B_1 विवृत है।
2. d_∞ -दूरीक में B_2 विवृत है।
3. d_2 -दूरीक में B_1 विवृत नहीं है।
4. d_2 -दूरीक में B_2 विवृत नहीं है।

68. For $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ and $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ in \mathbb{R}^n let $d_p(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{1/p}$ for $1 \leq p < \infty$,

and $d_\infty(x, y) = \max \{|x_j - y_j| : j = 1, 2, \dots, n\}$.

Let $B_p = \{x \in \mathbb{R}^n : d_p(x, 0) < 1\}$, $1 \leq p \leq \infty$.

Which of the following are correct?

1. B_1 is open in the d_∞ -metric.
2. B_2 is open in the d_∞ -metric.
3. B_1 is not open in the d_2 -metric.
4. B_2 is not open in the d_2 -metric.

69. $f(x, y) = (7x + x^4, 3x + 4y + y^4)$ द्वारा परिभाषित प्रतिचित्र $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ पर विचारें। तो

1. $(0, 0)$ पर f असतत है।
2. $(0, 0)$ पर f सतत है व $(0, 0)$ पर सभी दिक्-अवकलज के अस्तित्व है।
3. $(0, 0)$ पर f अवकलनीय है परन्तु अवकलज $Df(0, 0)$ व्युत्क्रमणीय नहीं है।
4. $(0, 0)$ पर f अवकलनीय है परन्तु अवकलन $Df(0, 0)$ व्युत्क्रमणीय है।

69. Consider the map $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ defined by

$$f(x, y) = (7x + x^4, 3x + 4y + y^4).$$

Then

1. f is discontinuous at $(0, 0)$.
2. f is continuous at $(0, 0)$ and all directional derivatives exist at $(0, 0)$.
3. f is differentiable at $(0, 0)$ but the derivative $Df(0, 0)$ is not invertible.
4. f is differentiable at $(0, 0)$ and the derivative $Df(0, 0)$ is invertible.

70. $[0, 1]$ पर सतत फलनों की समष्टि $C[0, 1]$ निम्न मानक के विषय में पूर्ण है :

1. $\|f\|_\infty := \sup\{|f(x)| : x \in [0, 1]\}$.

2. $\|f\|_1 := \int_0^1 |f(x)| dx$.

3. $\|f\|_\infty^{0,1} := \|f\|_\infty + |f(1)| + |f(0)|$.

4. $\|f\|_2 = \sqrt{\int_0^1 |f(x)|^2 dx}$.

70. The space $C[0, 1]$ of continuous functions on $[0, 1]$ is complete with respect to the norm

1. $\|f\|_\infty := \sup\{|f(x)| : x \in [0, 1]\}$.

2. $\|f\|_1 := \int_0^1 |f(x)| dx$.

3. $\|f\|_\infty^{0,1} := \|f\|_\infty + |f(1)| + |f(0)|$.

4. $\|f\|_2 = \sqrt{\int_0^1 |f(x)|^2 dx}$.

71. मानें कि $D_{(a,b)}(r) = \{(x, y) : (x-a)^2 + (y-b)^2 < r\}$ / \mathbb{R} के निम्न उपसमुच्चयों में कौन सा/से संबद्ध है/हैं ?

1. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(2,0)}(1)$

2. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(2,0)}(1)$

3. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(0,2)}(1)$

4. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(0,2)}(1)$

71. Let $D_{(a,b)}(r) = \{(x, y) : (x-a)^2 + (y-b)^2 < r\}$. Which of the following subsets of \mathbb{R} are connected?

1. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(2,0)}(1)$

2. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(2,0)}(1)$

3. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(0,2)}(1)$

4. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(0,2)}(1)$

72. मानें कि $X = \{x \in [0, 1] : x \neq 1/n, n \in \mathbb{N}\}$ दिया हुआ उपसमष्टि सांस्थितिकी है / तो

1. X संबद्ध है परन्तु संहत नहीं है /

2. X न तो संबद्ध है, न तो संहत /

3. X संबद्ध व संहत है /

4. X संहत है, परन्तु संबद्ध नहीं /

72. Let $X = \{x \in [0, 1] : x \neq 1/n, n \in \mathbb{N}\}$ be given the subspace topology. Then

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1. X is connected but not compact. | 2. X is neither compact nor connected. |
| 3. X is compact and connected. | 4. X is compact but not connected. |

73. निम्न आव्यूहों में से कौन से धनात्मक-निश्चित हैं ?

- | | |
|---|---|
| 1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ | 2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ |
| 3. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ | 4. $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ |

73. Which of the following matrices are positive definite?

- | | |
|---|---|
| 1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ | 2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ |
| 3. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ | 4. $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ |

74. मानें कि n -विमीय वास्तविक सदिश समष्टि V में A एक व्युत्क्रमर रेखिक रूपान्तरण है। मानें कि उपसमष्टि $V_0 \subset V$, A के अर्थात् V का प्रतिबिम्ब है। मानें कि $k = \dim(V_0) < n$ एवं मानें कि कुछ $\lambda \in \mathbb{R}$ के लिये $A^2 = \lambda A - I$ तो

1. $\lambda = 1$,
2. साक्ष्यिक $A = |\lambda|^n$
3. λ , A का एक मात्र अभिलाक्षणिक मान है।
4. एक अतुच्छ उपसमष्टि $V_1 \subset V$ है ताकि सभी $x \in V_1$ के लिये $Ax = 0$

74. Let A be a non-zero linear transformation on a real vector space V of dimension n . Let the subspace $V_0 \subset V$ be the image of V under A . Let $k = \dim V_0 < n$ and suppose that for some $\lambda \in \mathbb{R}$, $A^2 = \lambda A - I$. Then

1. $\lambda = 1$,
2. $\det A = |\lambda|^n$
3. λ is the only eigenvalue of A .
4. There is a nontrivial subspace $V_1 \subset V$ such that $Ax = 0$ for all $x \in V_1$,

75. मानें कि C एक $n \times n$ वास्तविक आव्यूह है। मानें कि W , $\{I, C, C^2, \dots, C^{2n}\}$ द्वारा विस्तृत एक सदिश समष्टि है। सदिश समष्टि W की विमा है :
1. $2n$
 2. अधिक से अधिक n
 3. n^2
 4. अधिक से अधिक $2n$
75. Let C be a $n \times n$ real matrix. Let W be the vector space spanned by $\{I, C, C^2, \dots, C^{2n}\}$. The dimension of the vector space W is
1. $2n$
 2. at most n
 3. n^2
 4. at most $2n$
76. मानें कि V_1 व V_2 एक सदिश समष्टि V की उपसमष्टियाँ हैं। निम्न में से कौन आवश्यकतः V की उपसमष्टि है?
1. $V_1 \cap V_2$.
 2. $V_1 \cup V_2$.
 3. $V_1 + V_2 = \{x + y : x \in V_1, y \in V_2\}$.
 4. $V_1 \setminus V_2 = \{x \in V_1 \text{ and } y \in V_2\}$.
76. Let V_1, V_2 be subspaces of a vector space V . Which of the following is necessarily a subspace of V ?
1. $V_1 \cap V_2$.
 2. $V_1 \cup V_2$.
 3. $V_1 + V_2 = \{x + y : x \in V_1, y \in V_2\}$.
 4. $V_1 \setminus V_2 = \{x \in V_1 \text{ and } y \in V_2\}$.
77. मानें कि N एक 3×3 शून्येतर आव्यूह है जिसका गुण है $N^2 = 0$. निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं ?
1. N एक विकर्ण-आव्यूह से समरूप नहीं है।
 2. N एक विकर्ण-आव्यूह से समरूप है।
 3. N का एक शून्येतर अभिलक्षणिक सदिश है।
 4. N के तीन रैखिकी स्वतंत्र अभिलक्षणिक सदिश हैं।
77. Let N be a nonzero 3×3 matrix with the property $N^2 = 0$. Which of the following is/are true?
1. N is not similar to a diagonal matrix.
 2. N is similar to a diagonal matrix.
 3. N has one non-zero eigenvector.
 4. N has three linearly independent eigenvectors.
78. मानें कि $x, y \in \mathbb{C}^n$ । $f(x, y) = \sup_{\theta, \phi} \left\| e^{i\theta} x + e^{i\phi} y \right\|^2 : \theta, \phi \in \mathbb{R}$ पर विचारें। निम्न में से कौन-सा/से सही है/हैं ?
1. $f(x, y) \leq \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.
 2. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2 \operatorname{Re} \langle x, y \rangle$.
 3. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.
 4. $f(x, y) > \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.

78. Let $x, y \in \mathbb{C}^n$. Consider $f(x, y) = \sup_{\theta, \phi} \left\| e^{i\theta} x + e^{i\phi} y \right\|^2 : \theta, \phi \in \mathbb{R}$. Which of the following is/are correct?

1. $f(x, y) \leq \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\langle x, y \rangle$.
2. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\operatorname{Re}\langle x, y \rangle$.
3. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.
4. $f(x, y) > \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.

एकक II/Unit II

79. निम्न में से कौन-से समुच्चय $C[0, 1]$ में सघन हैं ? (दृष्यक-मानक सांस्थितिकी के विषय में $[0, 1]$ पर वास्तविक मूल्यवाले सतत फलनों की समष्टि)

1. $\{f \in C[0, 1] : f \text{ एक बहुपद है}\}$
2. $\{f \in C[0, 1] : f(0) = 0\}$
3. $\{f \in C[0, 1] : f(0) \neq 0\}$
4. $\{f \in C[0, 1] : \int_0^1 f(x) dx = 5\}$

79. Which of the following sets are dense in $C[0, 1]$ (the space of real valued continuous functions on $[0, 1]$ with respect to sup-norm topology)?

1. $\{f \in C[0, 1] : f \text{ is a polynomial}\}$
2. $\{f \in C[0, 1] : f(0) = 0\}$
3. $\{f \in C[0, 1] : f(0) \neq 0\}$
4. $\{f \in C[0, 1] : \int_0^1 f(x) dx = 5\}$

80. मानें कि $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $n \geq 1$ के लिये $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n}{2n+1}$ का समाधान करता हुआ एक मेरोमॉर्फिक फलन है जो 0 पर विश्लेषक है।

1. $f(0) = 1/2$
2. $z = -2$ पर f का एक साधारण अनंतक है।
3. $f(2) = 1/4$
4. ऐसा कोई मेरोमॉर्फिक फलन का अस्तित्व नहीं है।

80. Let $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ be a meromorphic function analytic at 0 satisfying $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n}{2n+1}$ for $n \geq 1$.

Then

1. $f(0) = 1/2$
2. f has a simple pole at $z = -2$
3. $f(2) = 1/4$
4. no such meromorphic function exists

81. मानें कि f एक सर्वत्र वैश्लेषिक फलन है। अगर f का अधिकल्पित भाग ≥ 0 , तो

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| 1. f का वास्तविक भाग स्थिर है। | 2. f स्थिर है। |
| 3. $f = 0$. | 4. f' एक शून्यतर स्थिरांक है। |

81. Let f be an entire function. If $\text{Im } f \geq 0$, then

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. $\text{Re } f$ is constant | 2. f is constant |
| 3. $f = 0$ | 4. f' is a nonzero constant |

82. मानें कि $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ $f(0) = 0$ व $f(1/2) = 0$ के साथ होलमोर्फिक है, जहाँ $\mathbb{D} = \{z: |z| < 1\}$, निम्न में से कौन से कथन सही हैं ?

- | | |
|--|---------------------------------|
| 1. $ f'(1/2) \leq 4/3$ | 2. $ f'(0) \leq 1$ |
| 3. $ f'(1/2) \leq 4/3$ and $ f'(0) \leq 1$ | 4. $f(z) = z, z \in \mathbb{D}$ |

82. Let $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ be holomorphic with $f(0) = 0$ and $f(1/2) = 0$, where $\mathbb{D} = \{z: |z| < 1\}$. Which of the following statements are correct?

- | | |
|--|---------------------------------|
| 1. $ f'(1/2) \leq 4/3$ | 2. $ f'(0) \leq 1$ |
| 3. $ f'(1/2) \leq 4/3$ and $ f'(0) \leq 1$ | 4. $f(z) = z, z \in \mathbb{D}$ |

83. $z = x + iy$ रूप के $z \in \mathbb{C}$ के लिये परिभाषित करें :

$$\mathbb{H}^+ = \{z \in \mathbb{C} : y > 0\},$$

$$\mathbb{H}^- = \{z \in \mathbb{C} : y < 0\},$$

$$\mathbb{L}^+ = \{z \in \mathbb{C} : x > 0\},$$

$$\mathbb{L}^- = \{z \in \mathbb{C} : x < 0\}.$$

फलन $f(z) = \frac{2z+1}{5z+3}$

1. \mathbb{H}^+ को \mathbb{H}^+ के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{H}^- ऊपर प्रतिचित्रित करता है।
2. \mathbb{H}^+ को \mathbb{H}^- के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{H}^+ के ऊपर प्रतिचित्रित करता है।
3. \mathbb{H}^+ को \mathbb{L}^+ के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{L}^- के ऊपर प्रतिचित्रित करता है।
4. \mathbb{H}^+ को \mathbb{L}^- के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{L}^+ के ऊपर प्रतिचित्रित करता है।

83. For $z \in \mathbb{C}$ of the form $z = x + iy$, define

$$\mathbb{H}^+ = \{z \in \mathbb{C} : y > 0\},$$

$$\mathbb{H}^- = \{z \in \mathbb{C} : y < 0\},$$

$$\mathbb{L}^+ = \{z \in \mathbb{C} : x > 0\},$$

$$\mathbb{L}^- = \{z \in \mathbb{C} : x < 0\}.$$

The function $f(z) = \frac{2z+1}{5z+3}$

1. maps \mathbb{H}^+ onto \mathbb{H}^+ and \mathbb{H}^- onto \mathbb{H}^- .
2. maps \mathbb{H}^+ onto \mathbb{H}^- and \mathbb{H}^- onto \mathbb{H}^+ .
3. maps \mathbb{H}^+ onto \mathbb{L}^+ and \mathbb{H}^- onto \mathbb{L}^- .
4. maps \mathbb{H}^+ onto \mathbb{L}^- and \mathbb{H}^- onto \mathbb{L}^+ .

84. $z = 0$ पर फलन $f(z) = \exp\left(\frac{z}{1-\cos z}\right)$ का

1. एक अपन्य विवित्रता है ।
2. एक अनंतक है ।
3. एक अनिवार्य विवित्रता है ।
4. $z = 0$ के आस पास $f(z)$ के लॉरेन्ट विस्तरीकरण के अनन्ततः बहुत घनात्मक व अणुत्मक घात z के हैं।

84. At $z = 0$, the function $f(z) = \exp\left(\frac{z}{1-\cos z}\right)$ has

1. a removable singularity.
2. a pole.
3. an essential singularity.
4. the Laurent expansion of $f(z)$ around $z = 0$ has infinitely many positive and negative powers of z .

85. मानें कि $R = \mathbb{Q}[x]/I$ जहाँ $I = (1+x^2)$ द्वारा जनित एक आदर्श है । मानें कि R में x का सहसमूह्य y है । तो R पर अलघुकरणीय है

- | | |
|------------------|------------------------|
| 1. $y^2 + 1$ | 2. $y^2 + y + 1$ |
| 3. $y^2 - y + 1$ | 4. $y^3 + y^2 + y + 1$ |

85. Let $R = \mathbb{Q}[x]/I$ where I is the ideal generated by $1+x^2$. Let y to the coset of x in R . Then

- | | |
|--|--|
| 1. $y^2 + 1$ is irreducible over R . | 2. $y^2 + y + 1$ is irreducible over R . |
| 3. $y^2 - y + 1$ is irreducible over R . | 4. $y^3 + y^2 + y + 1$ is irreducible over R . |

86. निम्न में से कौन-सा सही है ?

- | | |
|---|---|
| 1. $\sin 7^\circ, \mathbb{Q}$ पर बीजीय है । | 2. $\cos \pi/17, \mathbb{Q}$ पर बीजीय है । |
| 3. $\sin^{-1} 1, \mathbb{Q}$ पर बीजीय है । | 4. $\sqrt{2} + \sqrt{\pi}, \mathbb{Q}(\pi)$ पर बीजीय है । |

86. Which of the following is true?

- | | |
|--|--|
| 1. $\sin 7^\circ$ is algebraic over \mathbb{Q} . | 2. $\cos \pi/17$ is algebraic over \mathbb{Q} . |
| 3. $\sin^{-1} 1$ is algebraic over \mathbb{Q} . | 4. $\sqrt{2} + \sqrt{\pi}$ is algebraic over $\mathbb{Q}(\pi)$. |

87. मानें कि $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ एवं $g(x) = x^3 + 1$ । तो $\mathbb{Q}[x]$ में

1. महत्तम आम भाजक $(f(x), g(x)) = x + 1$.
2. महत्तम आम भाजक $(f(x), g(x)) = x^2 - 1$.
3. लघुत्तम समापवर्त $(f(x), g(x)) = x^5 + x^3 + x^2 + 1$.
4. लघुत्तम समापवर्त $(f(x), g(x)) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$.

87. Let $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ and $g(x) = x^3 + 1$. Then in $\mathbb{Q}[x]$,

1. g.c.d. $(f(x), g(x)) = x + 1$.
2. g.c.d. $(f(x), g(x)) = x^2 - 1$.
3. l.c.m. $(f(x), g(x)) = x^5 + x^3 + x^2 + 1$.
4. l.c.m. $(f(x), g(x)) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$.

88. कोटि 36 के कोई समूह G व उसके उपसमूह H जो G कोटि 4 के लिये

- | | |
|--------------------------------|---------------------------|
| 1. $H \subset Z(G)$. | 2. $H = Z(G)$. |
| 3. G में H प्रसामान्य है । | 4. H एक आबेली समूह है । |

88. For any group G of order 36 and any subgroup H of G order 4,

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| 1. $H \subset Z(G)$. | 2. $H = Z(G)$. |
| 3. H is normal in G . | 4. H is an abelian group. |

89. मानें कि G समूह $S_4 \times S_3$ का निर्दिष्ट करता है । तो

- | | |
|--|--|
| 1. G का 2-सैलो उपसमूह प्रसामान्य है । | 2. G का 3-सैलो उपसमूह प्रसामान्य है । |
| 3. G का एक अनुच्छ प्रसामान्य उपसमूह है । | 4. G का एक प्रसामान्य उपसमूह कोटि 72 का है |

89. Let G denote the group $S_3 \times S_3$. Then
1. a 2-Sylow subgroup of G is normal.
 2. a 3-Sylow subgroup of G is normal.
 3. G has a nontrivial normal subgroup.
 4. G has a normal subgroup of order 72.
90. मानें कि X एक प्रसामान्य हाऊसडॉर्फ स्पेस है। मानें कि A_1, A_2, A_3, X के संयुक्त उपसमूह हैं जो युगलत असंयुक्त हैं। तो X पर एक संतत वास्तविक मूल्यवाला फलन f हमेशा रहता है ताकि $f(x) = a_i$ यदि $x \in A_i$, $i = 1, 2, 3$.
1. हर a_i या तो 0 या 1 होने पर ही।
 2. कम से कम a_1, a_2, a_3 में कोई भी दो संख्याओं के समान होने पर ही।
 3. a_1, a_2, a_3 के सभी वास्तविक मूल्यों के लिये।
 4. तभी जब समुच्चयों A_1, A_2 एवं A_3 में से एक रिक्त हो।
90. Let X be a normal Hausdorff space. Let A_1, A_2, A_3 be closed subsets of X which are pairwise disjoint. Then there always exists a continuous real valued function f on X such that $f(x) = a_i$ if $x \in A_i$, $i = 1, 2, 3$
1. iff each a_i is either 0 or 1.
 2. iff at least two of the numbers a_1, a_2, a_3 are equal.
 3. for all real values of a_1, a_2, a_3 .
 4. only if one among the sets A_1, A_2 and A_3 is empty.

एकक III/Unit III

91. साधारण अवकल समीकरण प्रणाली $\frac{d}{dx}Y = AY$, $Y(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, पर विचारें जहाँ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ एवं $Y = \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{bmatrix}$ तो
1. $y_1(x) \rightarrow \infty$ एवं $y_2(x) \rightarrow 0$ जब $x \rightarrow \infty$.
 2. $y_1(x) \rightarrow 0$ एवं $y_2(x) \rightarrow 0$ जब $x \rightarrow \infty$.
 3. $y_1(x) \rightarrow \infty$ एवं $y_2(x) \rightarrow -\infty$ जब $x \rightarrow -\infty$.
 4. $y_1(x), y_2(x) \rightarrow -\infty$ जब $x \rightarrow -\infty$.
91. Consider the system of ODE
- $$\frac{d}{dx}Y = AY, \quad Y(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$
- where $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ and $Y = \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{bmatrix}$. Then
1. $y_1(x) \rightarrow \infty$ and $y_2(x) \rightarrow 0$ as $x \rightarrow \infty$.
 2. $y_1(x) \rightarrow 0$ and $y_2(x) \rightarrow 0$ as $x \rightarrow \infty$.

3. $y_1(x) \rightarrow \infty$ and $y_2(x) \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow -\infty$.
 4. $y_1(x), y_2(x) \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow -\infty$.

92. परिचीना मान समस्या $y'' + \lambda y = 0$; $y(0) = 0$, $y(1) = 0$, के लिये ऐसा एक अभिलक्षणिक मान λ का अस्तित्व है, जिसके $(0, 1)$ में एक अभिलक्षणिक फलन संगत है, जो

- | | |
|---------------------|-------------------|
| 1. विच नहीं बदलता । | 2. विच बदलता है । |
| 3. धनात्मक है । | 4. ऋणात्मक है । |

92. For the boundary value problem

$$y'' + \lambda y = 0; y(0) = 0, y(1) = 0,$$

there exists an eigenvalue λ for which there corresponds an eigenfunction in $(0, 1)$ that

- | | |
|--------------------------|------------------|
| 1. does not change sign. | 2. changes sign. |
| 3. is positive. | 4. is negative. |

93. परिचीना मान समस्या $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$; $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $y(0) = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ का हल है :

- | | | | |
|----------|-----------|------------|------------|
| 1. अवमुख | 2. उन्मुख | 3. ऋणात्मक | 4. धनात्मक |
|----------|-----------|------------|------------|

93. The solution of the boundary value problem $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$; $0 < x < \frac{\pi}{2}$

$$y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ is}$$

- | | | | |
|-----------|------------|-------------|-------------|
| 1. convex | 2. concave | 3. negative | 4. positive |
|-----------|------------|-------------|-------------|

94. कौरी समस्या $\left. \begin{array}{l} xu_x + yu_y = 0 \\ u(x, y) = x, \quad x^2 + y^2 = 1 \text{ के ऊपर} \end{array} \right\}$ का

1. सभी $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ के लिये एक हल है ।
2. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ पर एक अनन्य हल है ।
3. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ पर एक परिवर्त हल है ।
4. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ पर एक अनन्य हल है, परन्तु हल अपरिवर्त है ।

94. The Cauchy problem

$$\left. \begin{aligned} xu_x + yu_y &= 0 \\ u(x, y) &= x, \text{ on } x^2 + y^2 = 1 \end{aligned} \right\}$$

has

1. a solution for all $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.
2. an unique solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$
3. a bounded solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$
4. an unique solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$, but the solution is unbounded.

95. मानें कि u ऊष्म समीकरण

$$\left. \begin{aligned} u_t - u_{xx} &= 0, & 0 < x < \pi \text{ and } t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) &= 0, & t > 0 \\ u(x, 0) &= \sin x + \sin 2x, & 0 \leq x \leq \pi \end{aligned} \right\}$$

का एक हल है। तो

1. सभी $x \in (0, \pi)$ के लिये $u(x, t) \rightarrow 0$ जब $t \rightarrow \infty$
2. सभी $x \in (0, \pi)$ के लिये $t^2 u(x, t) \rightarrow 0$ जब $t \rightarrow \infty$
3. $x \in (0, \pi), t > 0$ के लिये $e^t u(x, t)$ एक परिवद्ध फलन है।
4. सभी $x \in (0, \pi)$ के लिये $e^{2t} u(x, t) \rightarrow 0$ जब $t \rightarrow \infty$

95. Let u be a solution of the heat equation

$$\left. \begin{aligned} u_t - u_{xx} &= 0, & 0 < x < \pi \text{ and } t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) &= 0, & t > 0 \\ u(x, 0) &= \sin x + \sin 2x, & 0 \leq x \leq \pi \end{aligned} \right\}$$

Then

1. $u(x, t) \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.
2. $t^2 u(x, t) \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.
3. $e^t u(x, t)$ is a bounded function for $x \in (0, \pi), t > 0$.
4. $e^{2t} u(x, t) \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.

96. मानें कि u परिलोमा मान समस्या

$$\left. \begin{aligned} u'' + \frac{1}{t} u' &= f(t), & t \in (0, 1) \\ u'(0) = a, u(1) &= b \end{aligned} \right\}$$

का हल है $x^2 + y^2 \leq 1$ के लिये परिभाषित करें कि $v(x, y) = u(\sqrt{x^2 + y^2})$ एवं $g(x, y) = f(\sqrt{x^2 + y^2})$, तो v आंशिक अवकल समीकरण

$$\left. \begin{aligned} v_{xx} + v_{yy} &= g & \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\} \\ v(x, y) &= 0 & \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\} \text{ पर} \end{aligned} \right\}$$

का हल तब होगा यदि

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. $a > 0$ व $b > 0$ | 2. $a > 0$ व $b = 0$ |
| 3. $a = 0$ व $b = 0$ | 4. $a < 0$ व $b = 0$ |

96. Let u be a solution of the boundary value problem

$$\left. \begin{aligned} u'' + \frac{1}{t}u' &= f(t), \quad t \in (0, 1) \\ u'(0) &= a, \quad u(1) = b \end{aligned} \right\}$$

Define for $x^2 + y^2 \leq 1$, $v(x, y) = u(\sqrt{x^2 + y^2})$ and $g(x, y) = f(\sqrt{x^2 + y^2})$, then v is a solution of the PDE

$$\left. \begin{aligned} v_{xx} + v_{yy} &= g & \text{in } \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\} \\ v(x, y) &= 0 & \text{on } \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\} \end{aligned} \right\} \text{if}$$

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. $a > 0$ and $b > 0$ | 2. $a > 0$ and $b = 0$ |
| 3. $a = 0$ and $b = 0$ | 4. $a < 0$ and $b = 0$ |

97. यह दिया हुआ है कि एक उपरि त्रिभुज आव्यूह (UTM) व्युत्क्रमणीय तभी है जब उसके सभी विकर्णी अवयव शून्य से भिन्न हैं। निम्न सैखिक प्रणाली पर विचारें।

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 5 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 3 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned} \quad (1)$$

तो प्रणाली (1)

- एक UTM में रूपांतरित की जा सकती है, परन्तु यह व्युत्क्रमणीय नहीं है क्योंकि उसके विकर्णी प्रविष्टियाँ शून्य से भिन्न नहीं हैं।
- व्युत्क्रमणीय है हालांकि UTM में रूपांतरित की नहीं जा सकती।

3. UTM में रूपान्तरित की जा सकती है क्योंकि सभी उपरि विकर्णीय प्रविष्टियों शून्य से भिन्न हैं।
 4. UTM में रूपान्तरित की जा सकती है एवं UTM का हल (1) का भी हल है।

97. Given that an upper triangular matrix (UTM) is invertible if and only if all its diagonal elements are different from zero, consider the linear system

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 5 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 3 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned} \quad (1)$$

Then system (1)

1. can be transformed into an UTM but is not invertible because the diagonal entries of the UTM are not different from zero.
 2. is invertible though cannot be transformed into an UTM.
 3. can be transformed into an UTM because above diagonal entries are all different from zero.
 4. can be transformed into an UTM and the solution of the UTM is the solution of (1).
98. फलन $f(x) = x^2 - x - 2 = 0, \dots$ (i) के बारे में विचारें। मानें कि $x = g(x)$ ताकि $g(x)$ का कोई भी निश्चित बिन्दु (1) का हल है। तो, $g(x)$ के संभाव्य चरणों में

1. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{m}, m \in [-a, a]$ एक संभाव्य चरण है जहाँ a एक धनात्मक स्थिरांक है।
2. $g(x) = x^2 - 2, g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ संभाव्य चरण हैं।
3. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{K}, K \neq 0, K \in \mathbb{R}$ एक संभाव्य चरण है।
4. $g(x) = x^2 - 2, g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ एक मात्र संभाव्य चरण है।

98. Consider the function

$$f(x) = x^2 - x - 2 = 0 \quad (1)$$

Let $x = g(x)$, so that any fixed point of $g(x)$ is a solution of (1). Then

1. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{m}, m \in [-a, a]$ is a possible choice where a is positive constant.
2. $g(x) = x^2 - 2, g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ are possible choices.
3. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{K}, K \neq 0, K \in \mathbb{R}$ is a possible choice.
4. $g(x) = x^2 - 2, g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ are the only possible choices.

99. समाकल समीकरण $\phi(x) = \lambda \int_0^{\pi} K(x, \zeta) \phi(\zeta) d\zeta$

जहाँ λ एक प्राचल है,

$$\text{एवं } K(x, \zeta) = \begin{cases} \cos x \sin \zeta, & \text{for } 0 \leq x < \zeta \\ \cos \zeta \sin x, & \text{for } \zeta \leq x \leq \pi \end{cases}$$

है, एक परिसीमा मान समस्या $\phi''(x) - f(\lambda) \phi(x) = 0$, $\phi(\pi) = 0$, $\phi(0) = 0$ की ओर ले जाता है, जहाँ $f(\lambda)$ ज्ञात है। तो इस परिसीमा मान समस्या का

1. जब $f(\lambda) = 0$, एक अनन्य हल है।
2. जब $f(\lambda) > 0$, अनात संख्या के हल हैं।
3. जब $f(\lambda) < 0$, कोई हल नहीं।
4. जब $\lambda > 1$, एक अनन्य हल है।

99. The integral equation

$$\phi(x) = \lambda \int_0^{\pi} K(x, \zeta) \phi(\zeta) d\zeta$$

where λ is a parameter, and $K(x, \zeta) = \begin{cases} \cos x \sin \zeta, & \text{for } 0 \leq x < \zeta \\ \cos \zeta \sin x, & \text{for } \zeta \leq x \leq \pi \end{cases}$

leads to a boundary value problem $\phi''(x) - f(\lambda) \phi(x) = 0$, $\phi(\pi) = 0$, $\phi(0) = 0$, where $f(\lambda)$ is known. Then the boundary value problem has

1. a unique solution when $f(\lambda) = 0$.
2. infinite number of solutions when $f(\lambda) > 0$.
3. no solution when $f(\lambda) < 0$.
4. a unique solution when $\lambda > 1$.

100. फलनिक $I(z(x, y)) = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 - 2z \right] dx dy$ जहाँ D एक चौक है, जिसकी परिसीमा पर -1

$\leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$, एवं $z = 0$ है, के वरममानीकरण की समस्या का सन्निकटित हल $z = z_0(x, y)$ इस रूप में है

1. $z_0 = \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(x, y)$, जहाँ α_i स्थिरांक हैं एवं D पर फलनें ϕ_i एकघातातः स्वतंत्र हैं।
2. $z_0 = \alpha_1 \phi_1(x, y) + \alpha_2 \phi_2(x, y)$, जहाँ α_1 एवं α_2 स्थिरांक हैं एवं ϕ_1 व ϕ_2 के संततः आंशिक अवकलज होते हैं।
3. $z_0 = \alpha \phi(x, y)$ जहाँ α स्थिरांक है एवं D पर ϕ संतत है।
4. $z_0 = (x^2 - 1)(y^2 - 1)/16$.

100. An approximate solution $z = z_0(x, y)$ to the problem of extremizing the functional

$$I(z(x, y)) = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 - 2z \right] dx dy,$$

where D is the square, $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$, and $z = 0$ on the boundary of the square, is of the form

1. $z_0 = \sum_{j=1}^n \alpha_j \phi_j(x, y)$, where α_j are constants and functions ϕ_j are linearly independent in D .
2. $z_0 = \alpha_1 \phi_1(x, y) + \alpha_2 \phi_2(x, y)$, where α_1 and α_2 are constants, and ϕ_1 and ϕ_2 have continuous partial derivatives.
3. $z_0 = \alpha \phi(x, y)$ where α is a constant and ϕ is continuous in D .
4. $z_0 = (x^2 - 1)(y^2 - 1)/16$.

101. निम्न में कौन-सा/से सही है/हैं ?

1. हैमिल्टन नियम डैलेम्बर्ट सिद्धांत का अनुगामी है ।
2. जब तक व्यापकीकृत निर्देशांक के अवकलों के बीच के संबंध दिया नहीं जाता, हैमिल्टन नियम लैंग्रान्जिक प्रणाली के लिये लागू नहीं होता ।
3. हैमिल्टन नियम लैंग्रान्जी समीकरणों का अनुगामी है ।
4. न्यूटन का द्वितीय नियम हैमिल्टन नियम का अनुगामी है ।

101. Which of the following is/are correct?

1. Hamilton's principle follows from the D'Alembert's principle.
2. Hamilton's principle is not usually applicable to nonholonomic system, unless a relation connecting the differentials of generalized coordinates is given.
3. Hamilton's principle follows from Lagrange's equations.
4. Newton's second law of motion follows from the Hamilton's principle.

102. माने कि L एक प्रणाली की लैंग्रान्जी है । तो

1. लैंग्रान्जी समीकरणों द्वितीय कोटि के अवकल समीकरणों हैं ।
2. समीकरणों की कुल संख्या व्यापकीकृत निर्देशांकों की संख्या के समान है ।
3. लैंग्रान्जी L अपने क्लासिक रूप में अलग नहीं है, परन्तु लैंग्रान्जी गति समीकरणों के रूप का परिष्करण संभव है ।
4. जब संभावना उपस्थित है, लैंग्रान्जी फलन व्यापकीकृत गति का एक द्विघातीय फलन है ।

102. Let L denote the Lagrangian of a system. Then the

1. Lagrange's equations are second order differential equations.
2. Total number of equations is equal to the number of generalized coordinates.
3. Lagrangian L is not unique in its functional form, but the form of the Lagrange's equation of motion can be preserved.
4. Lagrangian function is a quadratic function of generalized velocity when the potential exists.

एकक / Unit IV

103. मानें कि $F(x, y)$, $G(x)$ एवं $H(y)$ क्रमशः (X, Y) का संयुक्त संघटी बंटन फलन, X का उपात संघटी बंटन फलन, एवं Y का उपात संघटी बंटन फलन हैं। परिभाषित करें कि

$$U = \begin{cases} 1 & \text{यदि } X \leq a \\ -1 & \text{यदि } X > a \end{cases} \quad \text{एवं} \quad V = \begin{cases} 1 & \text{यदि } Y \leq b \\ -1 & \text{यदि } Y > b \end{cases}$$

जहाँ a व b नियत वास्तविक अंक हैं। तो

1. अगर सहप्रसारण $(U, V) = 0$ तो सभी x व y के लिये $F(x, y) = G(x)H(y)$
2. अगर सभी x व y के लिये $F(x, y) = G(x)H(y)$ तो सहप्रसारण $(U, V) = 0$
3. अगर U व V स्वतंत्र हैं तो X व Y स्वतंत्र हैं।
4. अगर X व Y स्वतंत्र हैं तो U व V स्वतंत्र हैं।

103. Let $F(x, y)$, $G(x)$ and $H(y)$ be the joint c.d.f. of (X, Y) , marginal c.d.f. of X and marginal c.d.f. of Y respectively. Define

$$U = \begin{cases} 1 & \text{if } X \leq a \\ -1 & \text{if } X > a \end{cases} \quad \text{and} \quad V = \begin{cases} 1 & \text{if } Y \leq b \\ -1 & \text{if } Y > b \end{cases}$$

where a and b are fixed real numbers. Then

1. If $\text{Cov}(U, V) = 0$ then $F(x, y) = G(x)H(y)$ for all x and y .
2. If $F(x, y) = G(x)H(y)$ for all x and y then $\text{Cov}(U, V) = 0$.
3. If U and V are independent then X and Y are independent.
4. If X and Y are independent then U and V are independent.

104. निम्न में से कौन से प्रतिबंध यादृच्छिक चर X व Y की स्वतंत्रता की ओर संकेत करते हैं ?

1. सभी $a \in \mathbb{R}$ के लिये $P(X > a | Y > a) = P(X > a)$
2. सभी $a, b \in \mathbb{R}$ के लिये $P(X > a | Y < b) = P(X > a)$
3. X व Y सहसंबंधित नहीं हैं।
4. सभी $a, b \in \mathbb{R}$ के लिये $E[(X - a)(Y - b)] = E(X - a)E(Y - b)$

104. Which of the following conditions imply independence of the random variables X and Y ?

1. $p(X > a | Y > a) = P(X > a)$ for all $a \in \mathbb{R}$.
2. $p(X > a | Y < b) = P(X > a)$ for all $a, b \in \mathbb{R}$.

3. X and Y are uncorrelated.
4. $E[(X - a)(Y - b)] = E(X - a)E(Y - b)$ for all $a, b \in \mathbb{R}$.

105. अवस्था समष्टि $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ एवं स्तम्भ संक्रमण प्राधिकता P जो नीचे दिया गया है, वाले एक मार्कोव श्रृंखला पर विचारें

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0.2 & 0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

मानें कि $p_{ij}^{(n)}, P^n$ का (i, j) वाला अंश है। तो

1. $\sum_{i=1}^5 \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ia}^{(n)} = 1$.
2. मार्कोव श्रृंखला के लिये $(0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0)$ एक स्तम्भ वंटन है।
3. $\sum_{n=1}^{\infty} p_{33}^{(n)} < \infty$.
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{14}^{(n)} = 1/3$

105. Consider a Markov chain with state space $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ and stationary transition probability matrix P given by

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0.2 & 0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Let $p_{ij}^{(n)}$ be the (i, j) th element of P^n

Then

1. $\sum_{i=1}^5 \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ia}^{(n)} = 1$.
2. $(0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0)$ is a stationary distribution for the Markov chain.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} p_{33}^{(n)} < \infty.$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{12}^{(n)} = 1/3.$

106. $x \in \mathbb{R}$, के लिये मानें कि $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$ एवं \mathbb{R} पर u एक इस प्रकार का संतत फलन है :

(i) सभी $x \in \mathbb{R}$ एवं सूच्येतर u के लिये $u(-x) = -u(x)$

(ii) $x \in (-1, 1)$ के लिये $u(x) = 0$

(iii) सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिये $|u(x)| \leq \frac{1}{2\sqrt{2\pi}e}$

मानें कि सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिये $f(x) = g(x) + u(x)$, तो

1. f ऋणात्मक मूल्य ले सकता है ।
2. सभी x के लिये $f(x) > 0$ एवं f असागकलीय है ।
3. \mathbb{R} पर f एक प्रायिकता घनत्व फलन है ।
4. f एक समाकलीय फलन है ।

106. Let $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$ for $x \in \mathbb{R}$ and u be a continuous function on \mathbb{R} such that

(i) $u(-x) = -u(x)$, for all $x \in \mathbb{R}$, and u non-zero

(ii) $u(x) = 0$ for $x \in (-1, 1)$,

(iii) $|u(x)| \leq \frac{1}{2\sqrt{2\pi}e}$, for all $x \in \mathbb{R}$.

Let $f(x) = g(x) + u(x)$, for all $x \in \mathbb{R}$. Then

1. f can take negative values.
2. $f(x) > 0$ for all x and f is not integrable.
3. f is a probability density function on \mathbb{R} .
4. f is an integrable function.

107. मानें कि X_1, X_2, \dots स्वतंत्र यादृच्छिक चर हैं, जहाँ $X_n, -n \leq 3n$ ($n = 1, 2, \dots$) के बीच में एकसमानतः

बंटित है । मानें कि $N = 1, 2, \dots$ के लिये $S_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \frac{X_n}{n}$ एवं S_N का बंटन फलन F_N है । तथा मानें

कि Φ एक मानक प्रसामान्य यादृच्छिक चर के बंटन फलन को निर्दिष्ट करता है । निम्न में से कौन-सा/से सही है/हैं ?

- | | |
|--|--|
| 1. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \leq \Phi(0)$ | 2. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \geq \Phi(0)$ |
| 3. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \leq \Phi(1)$ | 4. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \geq \Phi(1)$ |

107. Let X_1, X_2, \dots be independent random variables with X_n being uniformly distributed between $-n$ and $3n, n = 1, 2, \dots$

Let $S_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \frac{X_n}{n}$ for $N = 1, 2, \dots$ and let F_N be the distribution function of S_N . Also let Φ

denote the distribution function of a standard normal random variable. Which of the following is/are true?

- | | |
|--|--|
| 1. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \leq \Phi(0)$ | 2. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \geq \Phi(0)$ |
| 3. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \leq \Phi(1)$ | 4. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \geq \Phi(1)$ |

108. मानें कि X_1 व X_2 स्वतंत्र हैं एवं उनके घनत्व क्रमशः $f_1(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x > 0$ व $f_2(x) = \frac{2}{\theta} e^{-2x/\theta}, x > 0$ हैं। तो

- | | |
|---|---|
| 1. $X_1 + X_2, \theta$ के लिये पर्याप्त है। | 2. $X_1 + 2X_2, \theta$ के लिये पर्याप्त है। |
| 3. $X_1 + 2X_2, \theta$ के लिये पूर्ण है। | 4. $\frac{1}{2}(X_1 + 2X_2), \theta$ के लिये अनभिनत है। |

108. Suppose X_1 has density $f_1(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x > 0$ and X_2 has density $f_2(x) = \frac{2}{\theta} e^{-2x/\theta}, x > 0$ and X_1, X_2 are independent. Then

- | | |
|---|---|
| 1. $X_1 + X_2$ is sufficient for θ . | 2. $X_1 + 2X_2$ is sufficient for θ . |
| 3. $X_1 + 2X_2$ is complete for θ . | 4. $\frac{1}{2}(X_1 + 2X_2)$ is unbiased for θ . |

109. मानें कि हमारे पास $n (\geq 2)$ एकसमानतः स्वतंत्र रूप से बँटित प्रेक्षण X_1, X_2, \dots, X_n हैं, हर एक, एक आम $N(\mu, \sigma^2)$ बँटन के साथ, जहाँ $-\infty < \mu < \infty$ एवं $0 < \sigma^2 < \infty$ दोनों अज्ञात हैं। तो

1. σ^2 का अधिकतम संभावित आकलन σ^2 का अनभिनत आकलन है।
2. σ^2 का एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलन की σ^2 के अधिकतम संभावित आकलन की तुलना में कम वर्ग माध्य भ्रुति होती है।
3. σ^2 के अधिकतम संभावित आकलन एवं एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण आकलन, दोनों उपर्यापी संगत आकलन हैं।
4. σ^2 के किसी भी अनभिनत आकलन के लिये σ^2 का एक दूसरा आकलन है जिसकी वर्ग माध्य भ्रुति कम है।

109. Suppose that we have $n (\geq 2)$ i.i.d. observations X_1, X_2, \dots, X_n each with a common $N(\mu, \sigma^2)$ distribution, where $-\infty < \mu < \infty$ and $0 < \sigma^2 < \infty$ are both unknown. Then

1. the maximum likelihood estimate of σ^2 is an unbiased estimate for σ^2 .
2. the uniformly minimum variance unbiased estimate of σ^2 has smaller mean squared error than the maximum likelihood estimate of σ^2 .
3. both the maximum likelihood estimate and the uniformly minimum variance estimate of σ^2 are asymptotically consistent estimates
4. for any unbiased estimate of σ^2 , there is another estimate of σ^2 with a smaller mean squared error.

110. मानें कि X_1, X_2, \dots, X_{25} अंतराल $[\theta - 1/2, \theta + 1/2]$ में एक एकसमान बंटन से प्रेरण हैं, जहाँ $-\infty < \theta < \infty$ एक अज्ञात प्राचल है। तो

1. प्रतिदर्श माध्य, θ का अनभिनत आकलन है।
2. प्रतिदर्श मध्यिका, θ का अनभिनत आकलन है।
3. प्रतिदर्श माध्य, θ का एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलन नहीं है।
4. प्रतिदर्श मध्यिका, θ का एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलन नहीं है।

110. Let X_1, X_2, \dots, X_{25} be i.i.d. observations from a uniform distribution on the interval $[\theta - 1/2, \theta + 1/2]$ where $-\infty < \theta < \infty$ is an unknown parameter. Then the

1. sample mean is an unbiased estimate for θ .
2. sample median is an unbiased estimate for θ .
3. sample mean is not the uniformly minimum variance unbiased estimate for θ .
4. sample median is not the uniformly minimum variance unbiased estimate for θ .

111. मानें कि X का घनत्व है $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$, जहाँ $\lambda > 0$ अज्ञात है। जब $k < X \leq k+1$, $k = 0, 1, 2, \dots$ है, X की विविक्तीकरण से $Y = k$ मिलता है। Y के बंटन से Y_1, Y_2, \dots, Y_n एक यादृच्छिक प्रतिदर्श प्राप्त होता है। मानें कि $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ । तो λ का आद्यूर्ण विधि आकलक $\hat{\lambda}$ है:

- | | |
|--|--|
| 1. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}}$ | 2. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}} + 1$ |
| 3. $\hat{\lambda} = \ln\left(1 + \frac{1}{\bar{Y}}\right)$ | 4. अधिकतम संभावितता आकलक के समान। |

111. Suppose X has density $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$, where $\lambda > 0$ is unknown. X is discretized to give $Y = k$ if $k < X \leq k+1$, $k = 0, 1, 2, \dots$. A random sample Y_1, Y_2, \dots, Y_n is available from the distribution of Y . Let $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$. Then the method of moments estimator $\hat{\lambda}$ of λ is

1. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}}$
2. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}} + 1$
3. $\hat{\lambda} = \ln\left(1 + \frac{1}{\bar{Y}}\right)$
4. the same as the maximum likelihood estimator

112. सभी वास्तविक x के लिये θ के आसपास सममित, अर्थात् $f(x - \theta) = f(\theta - x)$, एक संतत प्रायिकता घनत्व फलन f से निकाले गये एकसमानता. त्वातन रूप से बंटित प्रेक्षण हैं X_1, X_2, \dots, X_n । परीक्षण $H_0: \theta = 0$ बनाम $H_A: \theta > 0$ एवं निम्न परीक्षण प्रतिक्रिया $S_n = \sum_{i=1}^n \text{sign}(X_i)$ जहाँ

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{अदि } x > 0 \\ 0, & \text{अदि } x = 0 \text{ पर विचारें } \\ -1, & \text{अदि } x < 0 \end{cases}$$

मानें कि z_α मानक प्रसामान्य बंटन का ऊपरी $100(1 - \alpha)$ वाँ शतकमक है, जहाँ $0 < \alpha < 1$ । तो निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं ?

1. अदि $\theta = 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$
2. अदि $\theta = 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$
3. अदि $\theta > 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$
4. अदि $\theta > 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$

112. Let X_1, X_2, \dots, X_n be i.i.d. observations from a distribution with continuous probability density function f which is symmetric around θ i.e. $f(x - \theta) = f(\theta - x)$ for all real x .

Consider the test $H_0: \theta = 0$ vs $H_A: \theta > 0$ and the sign test statistic $S_n = \sum_{i=1}^n \text{sign}(X_i)$ where

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

Let z_α be the upper $100(1 - \alpha)$ th percentile of the standard normal distribution where $0 < \alpha < 1$. Which of the following is/are correct?

1. If $\theta = 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$.
2. If $\theta = 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$.

3. If $\theta > 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{nz_\alpha}\} = 1$.

4. If $\theta > 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{nz_\alpha}\} = \alpha$.

113. मानें कि X_1, X_2, \dots, X_{10} , $N(\theta, \sigma^2)$, $\sigma^2 = 10$ से निकाला गया एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। θ के पूर्व $\theta \sim N(0, \tau^2)$, $\tau^2 = 20$ पर विचारें। मानें कि $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$ तो θ के उत्तर बंटन का बहुलक $\hat{\theta}$ तृप्त करता है :

1. $\hat{\theta} = \bar{X}$

2. $\hat{\theta} = \frac{20\bar{X}}{21}$

3. $\hat{\theta} \leq \bar{X}$ if $\bar{X} \geq 0$

4. $\hat{\theta} \geq \bar{X}$ if $\bar{X} \leq 0$

113. Suppose X_1, X_2, \dots, X_{10} is a random sample from $N(\theta, \sigma^2)$, $\sigma^2 = 10$. Consider the prior for θ , $\theta \sim N(0, \tau^2)$, $\tau^2 = 20$. Let $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$. Then the mode $\hat{\theta}$ of the posterior distribution for θ satisfies:

1. $\hat{\theta} = \bar{X}$

2. $\hat{\theta} = \frac{20\bar{X}}{21}$

3. $\hat{\theta} \leq \bar{X}$ if $\bar{X} \geq 0$

4. $\hat{\theta} \geq \bar{X}$ if $\bar{X} \leq 0$

114. (X, Y) पर किये गये निम्न पाँच प्रेक्षणों पर विचारें : $(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$ । तो

1. X पर Y का लघुतम-वर्ग रैखिक समाश्रयण है $Y = \frac{9}{5}$ ।

2. Y पर X का लघुतम-वर्ग रैखिक समाश्रयण है $X = 2$ ।

3. X व Y के बीच का सहसंबंध गुणांक 0 है।

4. X व Y के बीच का सहसंबंध गुणांक $+1$ है।

114. Consider the following five observations on (X, Y) : $(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$. Then

1. The least-square linear regression of Y on X is $Y = \frac{9}{5}$.

2. The least-square linear regression of X on Y is $X = 2$.

3. The correlation coefficient between X and Y is 0.

4. The correlation coefficient between X and Y is $+1$.

115. मानें कि $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ एकसमानता स्वतंत्र रूप से $N(0, \sigma^2)$ के अनुसार बंटित हैं। Y_1, Y_2, \dots, Y_n के बारे में विचारें जो नीचे परिभाषित किये गये हैं :

$$Y_1 = \mu + \varepsilon_1, Y_{i+1} - \mu = \rho(Y_i - \mu) + \sqrt{1 - \rho^2} \varepsilon_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1$$

मानें कि $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ एवं $0 < \rho < 1$ व $\sigma^2 > 0$ । तो $n \geq 2$ के लिये

- | | |
|---|---|
| 1. T एक प्रसामान्य बंटन है। | 2. T का माध्य μ एवं प्रसरण σ^2/n है। |
| 3. $E(T) = \mu$, प्रसरण (T) $> \sigma^2/n$. | 4. $T \sim N(\mu, \delta^2)$ जहाँ $\delta^2 > \sigma^2/n$. |

115. Suppose $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ are i.i.d. $N(0, \sigma^2)$. Consider Y_1, Y_2, \dots, Y_n defined by $Y_1 = \mu + \varepsilon_1, Y_{i+1} - \mu = \rho(Y_i - \mu) + \sqrt{1 - \rho^2} \varepsilon_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1$.

Let $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$. Suppose $0 < \rho < 1$ and $\sigma^2 > 0$. Then for $n \geq 2$

- | | |
|--|--|
| 1. T has a normal distribution. | 2. T has mean μ and variance σ^2/n . |
| 3. $E(T) = \mu$, $\text{var}(T) > \sigma^2/n$. | 4. $T \sim N(\mu, \delta^2)$ where $\delta^2 > \sigma^2/n$. |

116. एक चुनाव में एक राजनीतिक पक्ष को मिल सकने वाले मतों की अनुपात p के आकलन हेतु किये गये एक सर्वेक्षण में दो सांख्यिकीविद् A व B अलग-अलग प्रतिदर्शी सुविधायाँ अपनाते हैं :

सांख्यिकीविद् A: 200 मतदाताओं से एक सामान्य यादृच्छिक प्रतिदर्श बिना वापस किये चुनता है (SRSWOR). पाता है कि उनमें से x उस पक्ष के लिये मत देंगे, एवं p का इस प्रकार आकलन करता है :

$$p_1 = \frac{x}{200}$$

सांख्यिकीविद् B: मतदाताओं की सूची को पुरुष एवं स्त्री सूचियों में विभाजित करता है, हर सूची से 100 को SRSWOR तरीके से चुनता है, पाता है कि क्रमशः x_1 व x_2 उसी पक्ष को मत देने, एवं p का इस प्रकार

$$\text{आकलन करता है : } p_2 = \frac{x_1 + x_2}{200}$$

दोनों सूचियों में मतदाताओं की संख्या समान है : तो

1. p_1 एक अनभिनत आकलन है, परन्तु p_2 नहीं।
2. p_1, p_2 दोनों अनभिनत आकलन हैं।
3. p_1, p_2 दोनों अनभिनत आकलन हैं, परन्तु p_2 का प्रसरण p_1 की तुलना में या तो कम या समान है।
4. उस पक्ष को मत देने वाले पुरुष व स्त्री मतदाताओं की अनुपात समान होने पर ही p_1 व p_2 के प्रसरण समान होंगे।

116. In a survey to estimate the proportion p of votes that a party will poll in an election, statisticians A and B follow different sampling strategies as follows:

Statistician A: Selects a simple random sample without replacement (SRSWOR) of 200 voters, finds that x of them will vote for the party and estimates p by

$$p_1 = \frac{x}{200}$$

Statistician B: Divides the voters' list into Male and Female lists, selects 100 from each list by SRSWOR, finds that x_1, x_2 respectively will vote for the party and estimates p by

$$p_2 = \frac{x_1 + x_2}{200}$$

The number of voters in the two lists are the same. Then

1. p_1 is an unbiased estimate but p_2 is not.
2. p_1 and p_2 are both unbiased estimates.
3. p_1 and p_2 are both unbiased estimates, but p_2 has a smaller variance than p_1 , or the same variance as p_1 .
4. Variances of p_1, p_2 are the same only if the proportions of male and female voters who vote for the party are the same.

117. 1, 2, ..., 5 से अंकित 5 उपचार युक्त, दो खण्ड वाले निम्न खण्ड अभिकल्पना पर विचारें :

खण्ड I : {1, 2, 3}; खण्ड II : {1, 4, 5}

निम्न में कौन सा/से कथन सही है/हैं ?

1. अभिकल्पना संबद्ध है ।
2. जहाँ σ^2 एक प्रेक्षण का प्रसरण है, एक प्रारंभिक उपचार विषमता के श्रेष्ठतम रैखिक अनभिन्नत आकलन का प्रसरण या तो $2\sigma^2$ या $4\sigma^2$ है ।
3. अभिकल्पना, जिसकी प्रत्याशा शून्य से सर्वथात्म है, द्वारा एकत्रित ऐसा कोई अतुच्छ रैखिक फलन नहीं है ।
4. त्रुटि के साथ सहचारी स्वतंत्रता कोटि शून्य है ।

117. Consider the following block design involving 5 treatments, labelled 1, 2, ..., 5, and two blocks:

Block I : {1, 2, 3}; Block II : {1, 4, 5}.

Which of the following statements is/are true?

1. The design is connected.
2. The variance of the best linear unbiased estimator of an elementary treatment contrast is either $2\sigma^2$ or $4\sigma^2$, where σ^2 is the variance of an observation.
3. There is no non-trivial linear function of observations collected through the design whose expectation is identically equal to zero.
4. The degrees of freedom associated with the error is zero.

118. मानें कि हमारे पास एक आंकड़ा समुच्चय है जिसमें 25 प्रेक्षण हैं, जिसका हर एक का मूल्य 0 या 1 है ।

1. आंकड़ों का माध्य उनके प्रसरण से अधिक नहीं हो सकता ।
2. आंकड़ों का माध्य उनके प्रसरण से कम नहीं हो सकता ।
3. जब माध्य एवं प्रसरण समान हैं, इसका मतलब हुआ कि माध्य शून्य है ।
4. प्रसरण शून्य तभी होगा जब माध्य 0 या 1 होगा ।

118. Suppose that we have a data set consisting of 25 observations, where each value is either 0 or 1.

1. The mean of the data cannot be larger than the variance.
2. The mean of the data cannot be smaller than the variance.
3. The mean being same as the variance implies that the mean is zero.
4. The variance will be 0 if and only if the mean is either 1 or 0.

119. व्यक्तियों $x_1 + x_2 \geq 5$, $4x_1 - x_2 \leq 15$ एवं $4x_2 - x_1 \leq 15$ को तृप्त करने वाले वर $x_1 \geq 0$ एवं $x_2 \geq 0$ पर विचारें। निम्न में से कौन सा/से कबन सही है/हैं ?

- | | |
|--|---|
| 1. $3x_1 + 2x_2$ का अधिकतम मान है 25। | 2. $3x_1 + 2x_2$ का न्यूनतम मान है 11। |
| 3. $3x_1 + 2x_2$ का कोई परिमित अधिकतम नहीं है। | 4. $3x_1 + 2x_2$ का कोई परिमित न्यूनतम नहीं है। |

119. Consider the variables $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$ satisfying the constraints $x_1 + x_2 \geq 5$, $4x_1 - x_2 \leq 15$ and $4x_2 - x_1 \leq 15$. Which of the following statements is/are correct?

- | | |
|---|---|
| 1. The maximum value of $3x_1 + 2x_2$ is 25 | 2. The minimum value of $3x_1 + 2x_2$ is 11 |
| 3. $3x_1 + 2x_2$ has no finite maximum | 4. $3x_1 + 2x_2$ has no finite minimum |

120. एक सेवक वाले एक प्रणाली में मानें कि ग्राहक धारों गति प्रति 12 मिनट में एक व्यक्ति से आते हैं एवं उनकी सेवा धारों गति प्रति 8 मिनट में एक सेवा से की जाती है। यदि आगमन गति 20% बढ़ती है तो स्थायी अवस्था में

1. प्रणाली में ग्राहकों की माध्य संख्या में बढ़त 2 है।
2. प्रणाली में ग्राहकों की माध्य संख्या में बढ़त 4 है।
3. प्रणाली में ग्राहक द्वारा बिताया गया माध्य समय में बढ़त 16 मिनट है।
4. प्रणाली में ग्राहक द्वारा बिताया गया माध्य समय में बढ़त 24 मिनट है।

120. In a system with a single server, suppose that customers arrive at a Poisson rate of 1 person every 12 minutes and are serviced at the Poisson rate of 1 service every 8 minutes. If the arrival rate increases by 20% then in the steady state

1. the increase in the average number of customers in the system is 2.
2. the increase in the average number of customers in the system is 4.
3. the increase in the average time spent by a customer in the system is 16 minutes.
4. the increase in the average time spent by a customer in the system is 24 minutes.