

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

Each question carries 2 marks.

1. Show that $P(\bar{E} / F) = 1 - P(E / F)$.

$P(\bar{E} / F) = 1 - P(E / F)$ எனக் காண்பி.

2. Show that $M_{CX}(t) = M_X(ct)$, where C is a constant and X is a random variable.

X ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி, C ஒரு மாறிலி எனில் $M_{CX}(t) = M_X(ct)$ எனக் காண்பி.

3. Find the characteristic function of the distribution $dF(x) = ae^{-ax} dx, (a > 0, x > 0)$.

பரவல் $dF(x) = ae^{-ax} dx, (a > 0, x > 0)$ எனில் இதன் சிறப்புச் சார்பு காண்க.

4. Define partial correlation coefficient.

பகுதி ஒட்டுறவுக் கெழு வரையறு.

5. If X is a Poisson variate with means λ , evaluate $\frac{E(X^2)}{E(X+1)}$.

சராசரி λ உள்ள பாய்ஸான் மாறி X ற்கு $\frac{E(X^2)}{E(X+1)}$ ஐ மதிப்பிடுக.

6. Write the student's 't' distribution.

ஸ்டூடென்ட் 't' பரவலினை எழுதுக.

7. If T is an unbiased estimator for θ , show that T^2 is a biased estimator for θ^2 .

θ ன் பிழையற்ற மதிப்பீட்டளவை T எனில் θ^2 விற்கு T^2 பிழையற்ற மதிப்பீட்டளவை இல்லை எனக்காண்பி.

8. Define confidence limits.

நம்பிக்கை எல்லைகள் வரையறு.

9. Define Level of significance.

மிகைத் தன்மை அளவு வரையறு.

10. State the condition for two attributes A and B to be positively associated.

A , B ஆகிய இரு பண்புகள் மிகைப் பண்புத் தொடர்புடன் இருக்க நிபந்தனை எழுதுக.

PART B — (5 × 16 = 80 marks)

Answer ALL questions.

Each question carries 16 marks.

11. (a) State and prove Baye's theorem.

(b) If $P(X) = \begin{cases} \frac{x}{15}, & x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$

Find

(i) $P(X = 1 \text{ or } X = 2)$

(ii) $P = \left\{ \frac{1}{2} < X < \frac{5}{2} \mid X > 1 \right\}$.

(அ) ஃபே-ன் தேற்றத்தினை எழுதி நிறுவுக.

(ஆ) $P(X) = \begin{cases} \frac{x}{15}, & x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0, & \text{மற்ற மதிப்புகளில்} \end{cases}$

எனில்

(i) $P(X = 1 \text{ or } X = 2)$

(ii) $P = \left\{ \frac{1}{2} < X < \frac{5}{2} \mid X > 1 \right\}$

ஆகியவற்றினைக் காண்க.

Or

3

U/ID 4733/JAE

- (c) In a sequence of Bernoulli trials. Let X be the length of the run of either successes or failures starting with the first trial. Find $E(X)$ and $V(X)$.
- (d) The probability density function of the random variable X follows the probability law.

$$P(X) = \frac{1}{2\theta} \exp\left(-\frac{|x-\theta|}{\theta}\right), -\infty < x < \infty. \quad \text{Find}$$

M.G.F of X . Hence or otherwise find $E(X)$ and $V(X)$.

- (இ) பெர்னௌலி தொடர் முயற்சி சோதனையில் X என்பது முதல் முயற்சியில் இருந்து தொடர் வெற்றிகள் அல்லது தோல்விகள் எனில், $E(X)$ மற்றும் $V(X)$ ஐக் காண்க.

- (ஈ) X எனும் சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச்சார்பானது

$$P(X) = \frac{1}{2\theta} \exp\left(-\frac{|x-\theta|}{\theta}\right), -\infty < x < \infty \quad \text{என்ற}$$

நிகழ்தகவு விதியைக் கொண்டுள்ளது. இதன் திருப்பு மதிப்பிட்டளவை சிறப்பாக்கி சார்பு காண்க. மேலும் $E(X)$, $V(X)$ காண்க.

12. (a) For geometric distribution $P(X) = 2^{-x}; x = 1, 2, 3, \dots$ prove that Chebychev's inequality gives $P[|X - 2| \leq 2] > \frac{1}{2}$ while the actual probability is $\frac{15}{16}$.

(b) Show that the r th cumulant for the distribution $f(x) = ce^{-cx}$ where C is positive and $0 \leq x < \infty$ is $\frac{(r-1)!}{C^r}$.

(அ) $P(X) = 2^{-x}; x = 1, 2, 3, \dots$ என்ற பெருக்கு பரவலிற்கு, செ.பி செவ் சமனிலி $P[|X - 2| \leq 2] > \frac{1}{2}$ அளிக்கிறது எனவும் உண்மையான நிகழ்தகவு $\frac{15}{16}$ எனவும் காண்பி.

(ஆ) $f(x) = ce^{-cx}$, C மிகை $0 \leq x < \infty$ என்ற பரவலின் r ஆவது குவிப்பெருக்கம் $\frac{(r-1)!}{C^r}$ எனக் காண்பி.

Or

(c) If two dimensional continuous random variable (X, Y) has joint p.d.f given by

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x^2y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & elsewhere \end{cases}$$

Find

(i) $P\left(0 < X < \frac{3}{4}, \frac{1}{3} < Y < 2\right)$

(ii) $P(X + Y < 1)$

(iii) $P(X > Y)$ and

(iv) $P(X < 1/Y < 2)$.

(d) Given $f(x, y) = xe^{-x(y+1)}$; $x \geq 0, y \geq 0$ find the regression curve of Y on X .

(இ) (X, Y) என்ற இருபரிமாண தொடர் சமவாய்ப்பு மாறிக்கு சேர்ப்பு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x^2y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

எனில்

(i) $P\left(0 < X < \frac{3}{4}, \frac{1}{3} < Y < 2\right)$

(ii) $P(X + Y < 1)$

(iii) $P(X > Y)$ and

(iv) $P(X < 1/Y < 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

(ஈ) $f(x, y) = xe^{-x(y+1)}$; $x \geq 0, y \geq 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. கொடுக்கப்பட்ட X ல் Y ன் தொடர்பு வரை காண்க.

13. (a) Find the moment generating function of geometric distribution. Hence find its mean and variance.

(b) Find the moments of Poisson distribution.

(அ) பெருக்குப் பரவலின் திருப்பு மதிப்பீட்டளவை சிறப்பாக்கி சார்பினைக் காண்க. இதிலிருந்து இதன் சராசரி, விலக்க வர்க்கம் காண்க.

(ஆ) பாய்சான் பரவலின் திருப்புத் திறன்களைக் காண்க.

Or

(c) Find the recurrence relation for the moments of normal distribution. Hence find its moments.

(d) Derive F-distribution.

(இ) இயல்நிலைப் பரவலின் திருப்பு மதிப்பீட்டளவைகளின் மீள்வரும் சூத்திரத்தினைக் காண்க. இதிலிருந்து திருப்பு மதிப்பீட்டளவைகளைக் காண்க.

(ஈ) F -பரவலினை வருவி.

14. (a) X_1, X_2 and X_3 is a random sample of size 3 from a population with mean value μ and variance σ^2 . T_1, T_2, T_3 are the estimators used to estimate mean value μ , where

$$T_1 = X_1 + X_2 - X_3, T_2 = 2X_1 + 3X_3 - 4X_2 \text{ and}$$

$$T_3 = \frac{1}{3}(\lambda X_1 + X_2 + X_3).$$

- (i) Are T_1 and T_2 unbiased estimators?
- (ii) Find the value of λ such that T_3 is unbiased estimator for μ .
- (iii) With this value of λ , is T_3 a consistent estimator?
- (iv) Which is the best estimator?

(b) State and prove Cramer-Rao inequality.

(அ) சராசரி μ , விலக்க வர்க்கம் σ^2 கொண்டுள்ள இதைத் தொகுதியின் அளவு 3 உள்ள சமவாய்ப்புக் கூறு. X_1, X_2, X_3 .

$$T_1 = X_1 + X_2 - X_3, T_2 = 2X_1 + 3X_3 - 4X_2,$$

$$T_3 = \frac{1}{3}(\lambda X_1 + X_2 + X_3) \quad \text{ஆகிய}$$

மதிப்பீட்டளவைகள் சராசரி, μ ஐ மதிப்பிடப் பயன்படுகின்றன.

- (i) T_1, T_2 பிழையற்ற மதிப்பீட்டளவைகளா?
- (ii) μ ற்கு T_3 பிழையற்ற மதிப்பீட்டளவை எனில் λ ன் மதிப்பு என்ன?
- (iii) இந்த λ மதிப்பிற்கு T_3 நிலையான மதிப்பீட்டளவையா?
- (iv) சிறந்து மதிப்பீட்டளவை எது?

(ஆ) கிராமர்-ராவ் சமனிலியைக் கூறி நிறுவுக.

Or

- (c) A random sample x_1, x_2, \dots, x_n is taken from a normal population with mean zero and variance σ^2 . Examine if $\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n}$ is a MVB estimator for σ^2 .
- (d) Find the maximum likelihood estimate for the parameter λ of the Poisson distribution on the basis of a sample of size n . Also find its variance.
- (இ) சராசரி பூச்சியமும், விலக்க வர்க்கம் σ^2 ம் உள்ள இயல்நிலை இனத்தொகுதியின் சமவாய்ப்புக் கூறு. x_1, x_2, \dots, x_n எனில் σ^2 -ற்கு $\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n}$ ஒரு MVB மதிப்பீட்டளவையா என சோதி.
- (ஈ) பாய்சான் பரவலின் சமவாய்ப்புக் கூறின் n எனில் இதன் பண்பளவை λ ன் மீப்பெரு வாய்ப்பு பண்பளவையைக் காண்க. மேலும் இதன் விலக்க வர்க்கச் சராசரியைக் காண்க.
15. (a) 800 candidates of both sexes appeared at an examination. The boys outnumbered the girls by 15% of the total. The number of candidates who passed exceed the number failed by 480. Equal number of boys and girls failed in the examination. Prepare a 2×2 table and find the coefficient of association. Comment.
- (b) Explain the procedure for testing of hypothesis.

(அ) இரு பாலிஸ்தையும் சார்ந்த 800 பேர் ஒரு தேர்வில் பங்கேற்றனர். மாணவர்களின் மாணவியரின் எண்ணிக்கையை விட மொத்தத்தில் 15% அதிகம். தேர்வானவர் தோல்வியுற்றவரின் எண்ணிக்கையை விட 480 அதிகம். தோல்வியடைந்தோர் இரு பாலிஸ்திலும் சமம் எனில் 2×2 அட்டவணையைத் தயாரித்து பண்புத் தொடர்புக் கெழு காண்க. இதன் மீது முடிவினை எழுதுக.

(ஆ) எடுகோள் சோதனைக்கான வழிமுறையை விளக்குக.

Or

(c) For the 2×2 table.

a	b
c	d

Prove that Chi-square test of independence

$$\text{gives } \chi^2 = \frac{N(ad - bc)^2}{(a + c)(b + d)(a + b)(c + d)},$$

$$N = a + b + c + d.$$

(d) A random sample of 10 boys had the following I.Q's 70, 120, 110, 101, 88, 83, 95, 98, 107, 100. Do these data support the assumption of a population mean I.Q. of 100? Find a reasonable range in which most of the mean I.Q. values of samples of 10s boys lie.

(இ)

a	b
c	d

என்ற 2×2 அட்டவணையில் கைவர்க்கச்
ஒன்றையொன்று சாராத சோதனையில்

$$\chi^2 = \frac{N(ad - bc)^2}{(a + c)(b + d)(a + b)(c + d)},$$

$N = a + b + c + d$ என நிறுவுக.

(ஈ) 10 மாணவர்கள் கொண்ட சமவாய்ப்புக் கூறின் அறிவுத்திறன். 70, 120, 110, 101, 88, 83, 95, 98, 107, 100. இனத் தொகுதியின் சராசரி அறிவுத் திறன் 100 என்பதை இந்த விவரம் உறுதி செய்கிறதா? 10 மாணவர்களின் சராசரி அறிவுத்திறன் உள்ளவாறு பொருத்தமான நம்பிக்கை வெளியைக் காண்க.