This Question Paper contains 8 Printed Pages.

050(G)

(MARCH, 2008)

Time : 3.00 Hours] ***[Maximum Marks : 100***

સૂચનાઓ :-

(1) બધા જ પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

(2) પ્રશ્નની સામે આપેલ સૂચના મુજબ જ તમારા ઉત્તર લખો.

(3) નવો વિભાગ નવા પાનથી શરૂ કરો.

SECTION - A

☐ નીચે આપેલા **1** થી **15** કે જે બહુ વૈકલ્પિક પ્રશ્નો જે **1-1** ગુણના છે. તે પ્રત્યેકના ઉત્તરો માત્ર સાચા જવાબનો માત્ર અનુક્રમ (A) *or* (B) *or* (C) *or* (D) દ્વારા જ આપો. **15**

1. ΔABC ના શિરોબિંદુઓ $A(a, 6)$, $B(5, 1)$ અને $C(4, 6)$ છે તથા ત્રિકોણનું પરિકેન્દ્ર $P(2, 3)$ છે, તો a શોધો.

(A) -4 (B) 1

(C) 4 (D) 0

2. જો રેખા $x + y + 1 = 0$ ને $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$ માં રૂપાંતરિત કરવામાં આવે તો α ની કિંમત શોધો.

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{3\pi}{4}$

(C) $\frac{5\pi}{4}$ (D) $\frac{7\pi}{4}$

3. વર્તુળ $x^2 + y^2 + 4x + Ky - 4 = 0$ બંને અક્ષોને સ્પર્શે છે, તો K શોધો.

(A) ± 8 (B) ± 4

(C) ± 2 (D) ± 1

4. $(0, -2)$ નાભિ અને નિયામિકાનું સમીકરણ $y = 2$ હોય તેવા પરવલયનું સમીકરણ લખો, પરવલયનું શીર્ષ $(0, 0)$ છે.

(A) $x^2 = -8y$ (B) $y^2 = 8x$

(C) $x^2 = 8y$ (D) $y^2 = -8x$

5. ઉપવલય $4x^2 + 9y^2 = 36$ ના નિયામિક વૃત્તની ત્રિજ્યાનું માપ શોધો.

(A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{13}$

(C) $\sqrt{10}$ (D) 5

6. $|\bar{a}| = 10$, $|\bar{b}| = 2$ અને $\bar{a} . \bar{b} = 12$ તો $|\bar{a} \times \bar{b}|$ શોધો.

(A) 12 (B) 14

(C) 16 (D) 18

7. સદિશ $\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ નો સદિશ $\bar{j}$ પરના પ્રક્ષેપનું માન કેટલું થશે ?

(A) –1 (B) 0

(C) 1 (D) 2

8. સમતલ $\bar{r} .(1, 2, 1) = 1$ તથા $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ શોધો.

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) આ પૈકી એકપણ નહીં.

9. $\lim_{x \to 0} \frac{(1+x)^{1/3} - 1}{x}$ ની કિંમત શોધો.

(A) 0 (B) 1

(C) $1/3$ (D) આ પૈકી એકપણ નહીં.

10. જો $\pi < x < 2\pi$ તો $\frac{d}{dx}\left[\tan^{-1}\left(\frac{1-\cos x}{1+\cos x}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$ શોધો.

(A) 0 (B) $1/2$

(C) $-1/2$ (D) 1

11. $f(x) = 1 + \sin x$, $x \in [0, \pi]$ ને રોલનું પ્રમેય લગાડી c શોધો.

(A) 0 (B) $\pi/4$

(C) π (D) $\pi/2$

12. $\int_{1}^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2}\,dx$ શોધો.

(A) $\frac{\pi}{12}$ (B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$

13. વક્ર $y = \tan x$, $x = 0$, $x = \pi/4$ તથા X-અક્ષ વચ્ચેના સિમિત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

(A) $\log 2$ (B) $\frac{3}{2}\log 2$

(C) $\frac{1}{2}\log 2$ (D) $2\log 2$

14. વિકલ સમીકરણ $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = x^2 \log\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$ નું પરિમાણ મેળવો.

(A) 1 (B) 2

(C) 0 (D) પરિમાણ વ્યાખ્યાયિત નથી.

15. એક પથ્થરને 40 મીટર ઊંચા ટાવર પરથી ફેંકવામાં આવે છે, તો જમીન પર પહોંચે ત્યારે તેનો વેગ કેટલો હશે ?

(A) 14 મી./સે. (B) 28 મી./સે.

(C) 21 મી./સે. (D) 7 મી./સે.

SECTION - B

☐ નીચેના **16** થી **30** પ્રશ્નો કે જે દરેકના **1-1** ગુણ છે, તેના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. **15**

16. X-અક્ષ પર એવું બિંદુ A મેળવો કે જેનું બિંદુ B(2, –3) થી અંતર 5 એકમ થાય.

17. જેના વ્યાસને સમાવતી રેખાઓ $3x - 2y - 5 = 0$ તથા $x + y - 5 = 0$ હોય તથા X-અક્ષને સ્પર્શતું હોય તેવા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.

18. પરવલય $y^2 + 6y - 2x + 5 = 0$ નું નાભિ મેળવો.

19. જે અતિવલયના અનંત સ્પર્શકો $3x + 4y = 2$ તથા $4x - 3y = 2$ હોય તેની ઉત્કેન્દ્રતા શોધો.

20. (1, 2, 3) ની દિશામાં આવેલ એકમ સદિશ મેળવો.

21. સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણોના $2\bar{i} + \bar{k}$ તથા $\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ હોય તો, તેનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

22. રેખા $\dfrac{3-x}{1} = \dfrac{2-y}{3} = \dfrac{1-z}{4}$ સમીકરણને સદિશ સ્વરૂપે દર્શાવો.

23. ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 0$ દ્વારા કોઈપણ અક્ષ પર કપાતી જીવાની લંબાઈ મેળવો.

24. જો $f'(x) = f(x)$ તથા $f(0) = 1$ હોય તો $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - 1}{x}$ ની કિંમત મેળવો.

25. $\int x^{4x}(1 + \log x)\,dx,\ x > 0$ મેળવો.

26. $\int \left(\dfrac{1+x}{x^2}\right) e^{-x}\,dx$ મેળવો.

27. $\int_1^k f(x)\,dx = 47$; $f(x) = \begin{cases} 2x + 8, & 1 \le x \le 2 \\ 6x, & 2 \le x \le k \end{cases}$

હોય તો k શોધો.

28. $y = e^{x/c}$ ની અવસ્પર્શકની લંબાઈ મેળવો.

29. 10 સે.મી./સે. પ્રારંભિક વેગથી 30 સેકન્ડમાં સ્થિર થતાં પહેલાં 150 સે.મી. અંતર કાપવામાં આવે, તો અચળ પ્રતિવેગ શોધો.

30. જો સમક્ષિતિજ વિસ્તાર 200 મી. હોય તો, તે માટે ન્યૂનતમ વેગ શોધો.

SECTION - C

☐ નીચે આપેલા **31** થી **40** પ્રશ્નો કે જે દરેકના **2-2** ગુણ છે. તેના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. **20**

31. (2, 4) માંથી પસાર થતી રેખા X-અક્ષ અને Y-અક્ષને અનુક્રમે A અને B માં છેદે છે. $\overline{AB}$ ના મધ્યબિંદુના બિંદુગણનું સમીકરણ મેળવો.

32. પરવલય $x^2 = 12y$ નું શિરોબિંદુ અને તેના નાભિલંબના અંત્ય બિંદુઓ દ્વારા રચાતા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

33. એવા ઉપવલયનું સમીકરણ મેળવો કે જેના પરનાં બિંદુઓ (1, 4) તથા (-6, 1) હોય.

34. જેનાં કોઈ એક શિરોબિંદુથી નાભિ-અંતરો 9 તથા 1 હોય તેવા અતિવલયનું સમીકરણ મેળવો.

OR

અતિવલય $3x^2 - 2y^2 = 1$ ના અનંત સ્પર્શકો વચ્ચેના ખૂણાનું માપ શોધો.

35. જો $\bar{x}.\bar{y} = \bar{x}.\bar{z}$ તથા $\bar{x} \times \bar{y} = \bar{x} \times \bar{z}$ તથા $\bar{x} \neq \bar{0}$ તો સાબિત કરો કે $\bar{y} = \bar{z}$.

36. $\bar{a}.\bar{b} = \bar{a}.\bar{c} = 0$, $|\bar{a}| = |\bar{b}| = |\bar{c}| = 1$ તો સાબિત કરો કે $\bar{a} = \pm 2\left(\bar{b} \times \bar{c}\right)$, જ્યાં $\left(\bar{b} \wedge \bar{c}\right) = \pi/6$.

37. જેનું કેન્દ્ર (1, 1, 0) તથા જે સમતલ $2x + 2y + z + 5 = 0$ ને સ્પર્શતું હોય તેવા ગોલકનું સમીકરણ મેળવો.

38. જો $y = \tan^{-1}\left(\dfrac{5x}{1-6x^2}\right)$ તો $\dfrac{dy}{dx}$ શોધો.

OR

$f(x) = [x]$; એ $x = 1$ આગળ સતત છે? વિકલનીય છે?

39. વક્રો $y = \sin x$ તથા $y = \cos x$, $0 < x < \pi$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ શોધો.

40. $\int \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin x \cos x}\, dx$ મેળવો, $x \neq \frac{k\pi}{2}$, $\tan x > 0$.

OR

$\int \frac{1}{\sin^4 x + \cos^4 x}\, dx$ મેળવો.

SECTION - D

☐ નીચે આપેલા **41** થી **50** પ્રશ્નો કે જે દરેકના **3-3** ગુણ છે. માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. **30**

41. $A(2\sqrt{2}, 0)$ અને $B(-2\sqrt{2}, 0)$ છે. જો $|AP - PB| = 4$ હોય તો, P ના બિંદુગણનું સમીકરણ મેળવો.

42. રેખાઓ $x = 2$, $4x + 3y = 5$ અને $4x - 3y + 13 = 0$ થી બનતા ત્રિકોણના અંતઃવૃત્તનું સમીકરણ મેળવો.

OR

રેખાઓ $y = \pm x$ ઉપર 5 લંબાઈની જીવા કાપતા તથા ઉગમબિંદુમાંથી પસાર થતાં વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.

43. સાબિત કરો કે ત્રિકોણમાં આધાર પરની મધ્યગા આધારનો વેધ પણ હોય તો તે ત્રિકોણ સમદ્વિભૂજ ત્રિકોણ છે. (સદિશની મદદથી)

OR

(2, 5, 6) તથા (–1, 2, 1) એમ બે બળ કણ પર લાગે છે અને કણ A(4, –3, –2) થી B(6, 1, –3) સુધી ખસે છે, તો થયેલું કાર્ય શોધો.

44. સાબિત કરો કે રેખાઓ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ તથા $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$ પરસ્પર છેદે છે. છેદબિંદુ મેળવો.

45. (2, 3, – 4) તથા (1, –1, 3) માંથી પસાર થતાં અને X-અક્ષને સમાંતર સમતલનું સમીકરણ મેળવો.

46. $\lim_{x \to e^3} \frac{\log x - 3}{x - e^3}$ મેળવો.

47. સાબિત કરો કે નિયત ક્ષેત્રફળ વાળા લંબચોરસોમાં ચોરસની પરિમિતિ ન્યૂનતમ હોય છે.

OR

$y = ax^3 + bx^2 + cx + 5$, X- અક્ષને (–2, 0) આગળ સ્પર્શે છે તથા Y- અક્ષને જ્યાં છેદે છે તે બિંદુએ સ્પર્શકનો ઢાળ 3 હોય તો a, b, c શોધો.

30

48. $\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{(1+x)^2} dx$ મેળવો.

49. વક્ર $y = 2\sqrt{1-x^2}$ તથા X-અક્ષથી આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

OR

સરવાળાનાં લક્ષ તરીકે $\int_2^3 e^{-x} dx$ મેળવો.

50. વિકલ સમીકરણ $x\,dy + y\,dx = xy\,dx$; $y(1) = 1$ નો ઉકેલ મેળવો.

SECTION - E

□ નીચે આપેલા **51** થી **54** પ્રશ્નો કે જે દરેકના **5–5** ગુણ છે. તેના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો. **20**

51. સમબાજુ ત્રિકોણની એક બાજુને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ $x + y = 2$ છે. તથા ત્રિકોણનું એક શિરોબિંદુ (2, 3) હોય તો તેની બાકીની બાજુઓને સમાવતી રેખાઓના સમીકરણ મેળવો.

OR

ΔABC માં A(1, 3) છે. તથા બે મધ્યગાઓને સમાવતી રેખાઓના સમીકરણ $x - 2y + 1 = 0$ તથા $y - 1 = 0$ છે, તો B તથા C નો નિર્દેશાંક શોધો.

52. $\lim_{x \to 1} \frac{x^n - 1 - n(x-1)}{(x-1)^2}$; $x \neq 1$ મેળવો.

53. $y = \log(1 + \sin x)$ તો સાબિત કરો કે $e^y \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + 1 = 0$.

54. $\int \left(\frac{2007x + 2008}{2008x + 2007} \right) dx$ મેળવો.

OR

$\int \frac{1}{\sin x + \sec x} dx$ મેળવો.