

This question paper consists of 36 questions [Section-A (27) + Section-B (3+3+3)] and 8 printed pages.

इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न [खण्ड-अ (27) + खण्ड-ब (3+3+3)] तथा 8 मुद्रित पृष्ठ हैं।

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

अनुक्रमांक

Code No. 36/ISS/2
कोड नं०

634

MATHEMATICS
गणित
(311)

Set/सेट **A**

Day and Date of Examination

(परीक्षा का दिन व दिनांक)

Signature of Invigilators 1.

(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)

2.

General Instructions :

1. Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the question paper.
2. Please check the question paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
3. Making any identification mark in the answer-book or writing roll number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4. Write your Question Paper Code No. 36/ISS/2, Set **A** on the answer-book.
5. (a) The question paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the answer-book.
- (b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1. परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2. कृपया प्रश्न-पत्र को जाँच लें कि पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3. उत्तर-पुस्तिका में पहचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
4. अपनी उत्तर-पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र की कोड संख्या 36/ISS/2, सेट **A** लिखें।
5. (क) प्रश्न-पत्र केवल हिन्दी/अंग्रेजी में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं :
अंग्रेजी, हिन्दी, उर्दू, पंजाबी, बंगाली, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिन्धी।
कृपया उत्तर-पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
(ख) यदि आप हिन्दी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं तो प्रश्न को समझने में होने वाली त्रुटियों/गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे]

[पूर्णांक : 100

- Note : (i) This Question Paper consists of *two* Sections, viz., 'A' and 'B'.
(ii) All questions from Section 'A' are to be attempted.
(iii) Section 'B' has got more than one option. Candidates are required to attempt questions from *one* option only.

- निर्देश : (i) इस प्रश्न-पत्र में दो खण्ड हैं—खण्ड 'अ' एवं खण्ड 'ब'।
(ii) खण्ड 'अ' के सभी प्रश्नों को हल करना है।
(iii) खण्ड 'ब' में एक से अधिक विकल्प हैं। परीक्षार्थियों को केवल एक विकल्प के ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

SECTION-A

खण्ड-अ

1. If $x + yi = \frac{(1+i)^2}{1-i}$, find x and y . 2

यदि $x + yi = \frac{(1+i)^2}{1-i}$, तो x तथा y ज्ञात कीजिए।

2. Solve the following for x : 2

निम्न को x के लिए हल कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 2x & 3 \\ x & x \end{vmatrix} = 5$$

3. Evaluate : 2

मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{1 - \cos 2x} \right)$$

4. Prove that

सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{(2n+1)!}{n!} = 2^n [1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1) \cdot (2n+1)] \quad 2$$

5. Prove that

सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1}{\sec A + \tan A} - \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{\cos A} - \frac{1}{\sec A - \tan A} \quad 2$$

6. How many 3-digit numbers can be formed with the digits 2, 3, 0, 8 and 9 when repetition of digits is not allowed? 2

अंकों 2, 3, 0, 8 तथा 9 से तीन अंकों वाली कितनी संख्याएँ बनाई जा सकती है, जबकि अंकों को एक बार ही प्रयोग किया जाना है?

7. Prove the following : 2

निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$\cot A - \tan A = 2 \cot 2A$$

8. Show that $f(x) = \sin^3 x + x^2 - 5x$ is not an even function. 2

दर्शाइए कि $f(x) = \sin^3 x + x^2 - 5x$ एक सम फलन नहीं है।

9. Evaluate : 3

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{(x^2 - 5)(x + 2)}{x} dx$$

10. If $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, then show that $A^2 - 4A + 3I = 0$. 3

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, तो दर्शाइए कि $A^2 - 4A + 3I = 0$.

11. Find the equation of the straight line which passes through the point (3, 4) and cuts intercepts on the axes whose sum is 14. 3

उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (3, 4) से होकर जाती है तथा अक्षों पर जो अंतःखंड काटती है उनका योग 14 है।

12. If 1, ω and ω^2 are cube roots of unity, prove the following :

3

यदि 1, ω तथा ω^2 एक के घनमूल हैं, तो निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^4)(1+\omega^8)=1$$

13. Show that a closed right circular cylinder of given total surface area has maximum volume if its height equals the diameter of its base.

3

दर्शाइए कि एक बन्द लम्ब वृत्तीय बेलन, जिसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल दिया है, का आयतन अधिकतम होगा यदि उसकी ऊँचाई उसके आधार के व्यास के बराबर है।

14. If $y = \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$, find $\frac{dy}{dx}$.

3

यदि $y = \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

15. Find the equation of the line passing through the point (2, 1) and is parallel to the line segment joining the points (1, 3) and (-3, 1).

3

उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु (2, 1) से होकर जाती है तथा (1, 3) और (-3, 1) को मिलाने वाले रेखाखंड के समांतर है।

16. Sum the following series :

3

निम्न अनुक्रम का योग ज्ञात कीजिए :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$$

17. Find the coefficient of x^5 in the expansion of $(x+3)^6$.

4

$(x+3)^6$ के प्रसार में x^5 का गुणांक ज्ञात कीजिए।

18. Find the intervals in which the function $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 5$ is (a) increasing and (b) decreasing.

4

फलन $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 5$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन (क) वर्धमान है और (ख) हासमान है।

19. Find the equation of tangent to the circle $x^2 + y^2 + 4x - 12y + 5 = 0$ at (1, 2).

4

वृत्त $x^2 + y^2 + 4x - 12y + 5 = 0$ के बिन्दु (1, 2) पर स्पर्शरेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

20. Find the differential equation of the family of curves $y + c = cx^4$, where c is a constant. 4

वक्र-कुल $y + c = cx^4$, जहाँ c एक अचर है, को दर्शाता एक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

21. Find the general solution of the following trigonometric equation : 4
निम्न त्रिकोणमितीय समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$$\cos 4x = \cos 2x$$

22. If $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, find A^{-1} . Hence, solve $3x - 4y + 2z = -1$, $2x + 3y + 5z = 7$ and $x + z = 2$. 5

यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए। अतः, समीकरण-निकाय $3x - 4y + 2z = -1$,

$2x + 3y + 5z = 7$ तथा $x + z = 2$ को हल कीजिए।

23. Find the square root of $3 + 2i$. 5
 $3 + 2i$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

24. Using integration, find the area of the region bounded by $y^2 = 4x$ and the line $x = 2$. 5

समाकलों का प्रयोग करके वक्र $y^2 = 4x$ तथा रेखा $x = 2$ द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

25. Prove that
सिद्ध कीजिए कि

$$\log \sqrt{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} \right) - \dots$$
 5

26. If $y = (\sin x)^x + \cos x$, find $\frac{dy}{dx}$. 5

यदि $y = (\sin x)^x + \cos x$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

27. Evaluate $\int_0^2 (3x^2 + 2) dx$ as limit of sums. 5

$\int_0^2 (3x^2 + 2) dx$ का मान योगों की गुच्छमान विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

SECTION-B

खण्ड-ब

OPTION-I

विकल्प-I

(Statistics and Probability)**(सांख्यिकी तथा प्रायिकता)****28.** Compute mean and variance for the following data :

3

निम्न आँकड़ों के लिए माध्य तथा प्रसरण ज्ञात कीजिए :

<i>Class</i> (वर्ग)	:	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	Total (योग)
<i>Frequency</i> (बारंबारता)	:	3	5	7	3	2	20

29. Find the probability of getting a total of 9 or 11 in a single throw of two dice.

3

एक साथ दो पासे फेंके गए। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि आने वाली संख्याओं का योग 9 अथवा 11 हो।

30. If the sum of the mean and variance of a binomial distribution is $\frac{5}{3}$ for 3 trials, find the distribution.

4

यदि एक द्विपद बण्टन के माध्य तथा प्रसरण का योग तीन परीक्षणों के लिए $\frac{5}{3}$ है, तो बण्टन ज्ञात कीजिए।

OPTION-II

विकल्प-II

(Linear Programming)

(रेखिक प्रोग्रामन)

28. Find the dual of the following problem :

3

Minimize $Z = 2x_1 + 3x_2$
subject to constraints

$$2x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 4$$

$$x_1 + x_2 \geq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

निम्न समस्या का द्वैत ज्ञात कीजिए :

$$\text{न्यूनतम } Z = 2x_1 + 3x_2$$

निम्न शर्तों के अन्तर्गत

$$2x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 4$$

$$x_1 + x_2 \geq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

29. Four persons I, II, III and IV are to be assigned four jobs A, B, C and D. The cost matrix is given below. Find the proper assignment :

3

चार व्यक्तियों I, II, III तथा IV को चार कार्य A, B, C तथा D आवंटित किये जाने हैं। संबंधित मूल्य आव्यूह निम्न है। उचित नियतन ज्ञात कीजिए :

Persons (व्यक्ति) →		I	II	III	IV
Jobs ↓ (कार्य)	A	1	19	10	4
	B	6	21	7	19
	C	31	12	11	8
	D	12	19	17	3

30. Solve the following linear programming problem graphically :

4

$$\begin{aligned} &\text{Maximize } Z = 5x_1 + 7x_2 \\ &\text{subject to constraints} \\ &3x_1 + 8x_2 \leq 24 \\ &x_1 + x_2 \leq 4 \\ &10x_1 + 7x_2 \leq 35 \\ &x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख द्वारा हल कीजिए :

$$\text{अधिकतमीकरण } Z = 5x_1 + 7x_2$$

निम्न शर्तों के अन्तर्गत

$$\begin{aligned} &3x_1 + 8x_2 \leq 24 \\ &x_1 + x_2 \leq 4 \\ &10x_1 + 7x_2 \leq 35 \\ &x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

OPTION-III

विकल्प-III

(Vectors and 3-D Geometry)

(सदिश तथा त्रि-आयाम ज्यामिति)

28. Show that the vectors $\vec{a} - 2\vec{b}$, $3\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} + 4\vec{b}$ are coplanar.

3

दर्शाइए कि सदिश $\vec{a} - 2\vec{b}$, $3\vec{a} + \vec{b}$ तथा $\vec{a} + 4\vec{b}$ समतलीय हैं।

29. Find the projection of a line segment joining the points $P(4, -2, 5)$ and $Q(2, 1, -3)$ on the line with direction ratios 6, 2 and 3.

3

बिन्दुओं $P(4, -2, 5)$ तथा $Q(2, 1, -3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड का प्रक्षेप (Projection) उस रेखा पर ज्ञात कीजिए जिसके दिक् अनुपात 6, 2 तथा 3 हैं।

30. Find the other end of a diameter of a sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 7 = 0$ if the coordinates of one end of the diameter is $(-1, 2, 4)$.

4

यदि एक गोले $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 7 = 0$ के एक व्यास के एक अन्त बिन्दु के निर्देशांक $(-1, 2, 4)$ है, तो उस व्यास के दूसरे सिरे के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
